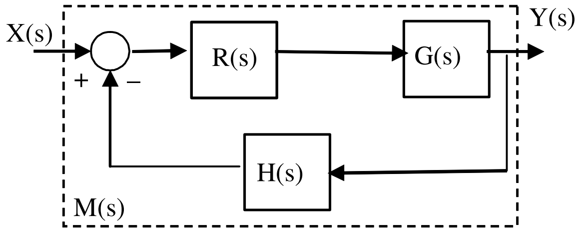
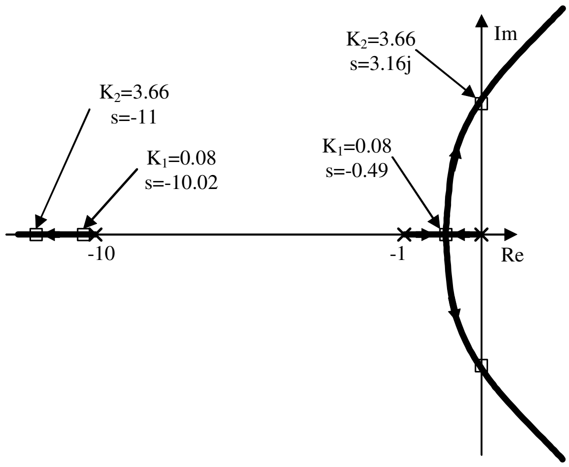
Dado el sistema de la figura:

$$R(s) = K \quad G(s) = \frac{3}{s(s+1)} \quad H(s) = \frac{10}{s+10}$$



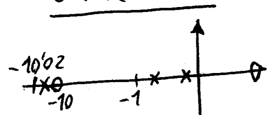


a) ¿Cuántos polos y ceros presenta la función de transferencia de M(s)?
b) ¿Cómo es el transitorio de la respuesta y(t) del sistema, para los distintos valores de K entre 0 e infinito, ante una entrada escalón en x(t)?
c) ¿A qué valor tiende y(t) en régimen permanente cuando K=1 y x(t) es un escalón de 3 unidades?
d) ¿Cuál es el error que presenta el sistema ante la entrada del apartado anterior.

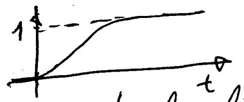
a) $$M(s) = \frac{R(s)G(s)}{1+R(s)G(s)H(s)} = \frac{K\frac{3}{s(s+1)}}{1+K\frac{3}{s(s+1)}\cdot\frac{10}{s+10}} = \frac{K\cdot 3\cdot(s+10)}{s(s+1)(s+10)+30\cdot K}$$

Numerador: Grado 1 ⇒ 1 cero
Denominador: Grado 3 ⇒ 3 polos

b) $0 < K < K_1$



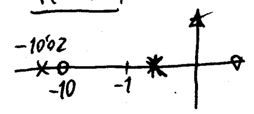
polos y ceros de M(s)



Respuesta al escalón unitario

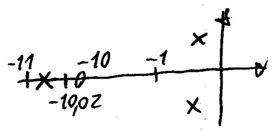
Sistema Sobreamortiguado de segundo orden con una pareja polo-cero muy próximos entre sí y alejados del origen de coordenadas por lo que su efecto sobre el transitorio es prácticamente nulo

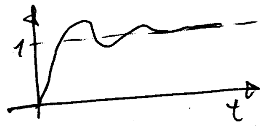
$K=K_1$



Sistema Críticamente amortiguado (Las mismas consideraciones sobre la pareja polo-cero adicional)

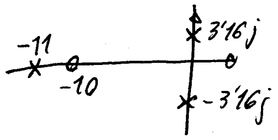
$K_1<K<K_2$

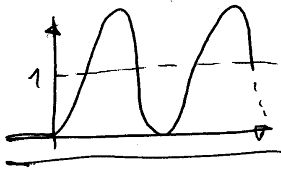


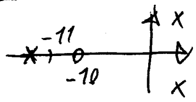


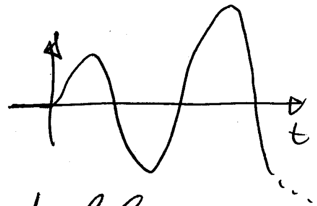
Sistema Subamortiguado (2º Orden con dos polos complejos conjugados) La pareja polo-cero adicional está más alejada entre sí pero lejos del origen. Su efecto es casi nulo sobre el transitorio. En todo caso el cero (más próximo que el polo) puede hacer la respuesta del sistema más rápida, $t_p\downarrow$, y subamortiguada $M_p\uparrow$.

$K=K_2$ Sistema marginalmente estable.









$K_2<K$ Sistema inestable

c) $X(s)=\frac{3}{s}$ $\quad Y(s)=M(s)X(s)=\frac{3}{s}\cdot\frac{K\cdot 3(s+10)}{s(s+1)(s+10)+30K}$

Si existe $y(\infty)$ (sistema estable) entonces:

$$\boxed{y(\infty)=\lim_{t\to\infty}y(t)=\lim_{s\to 0}s\,Y(s)=\lim_{s\to 0}\frac{3\cdot K\cdot 3(s+10)}{s(s+1)(s+10)+30K}=\frac{90K}{30K}=3}$$

d) $G(s)\cdot R(s)$ es de Tipo 1, luego el error de posición (error ante una entrada escalón) es $\underline{e_p=0}$.

Esto mismo se deduce del apartado anterior, ya que siendo la ganancia de la realimentación $h_0=\lim_{s\to 0}H(s)=1$, la salida $y(t)$ tiende en régimen permanente a $y(\infty)=3$ ante un escalón de 3 unidades.