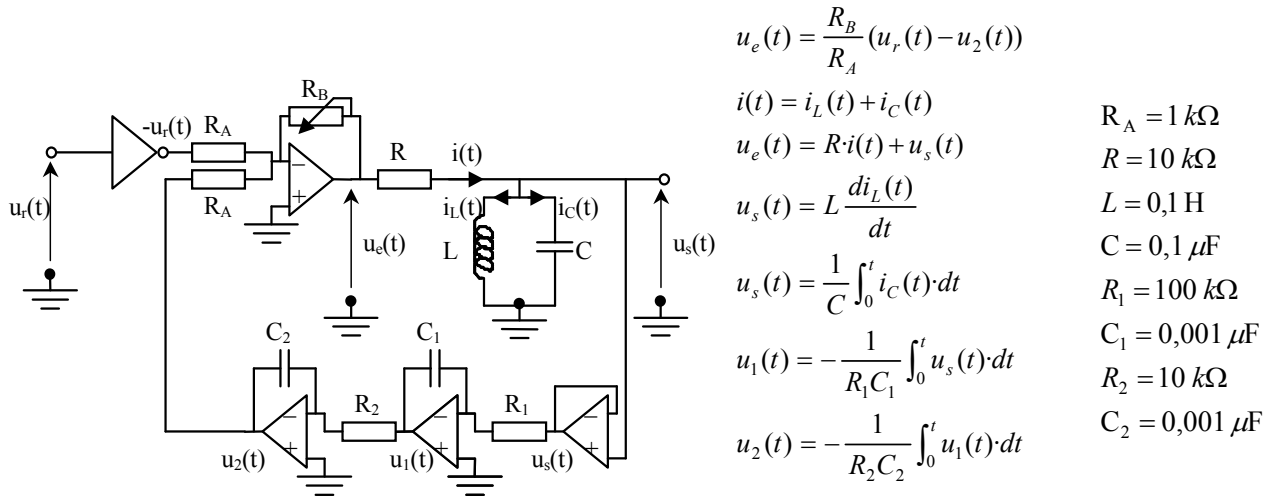


**PROBLEMA:**

La figura representa un sistema del cual conocemos el modelo matemático, dado por las ecuaciones indicadas. Tomando los valores dados para cada elemento del circuito y considerando como única entrada  $u_r(t)$  y como salida  $u_s(t)$ , determinar los valores de " $R_B$ " que hacen que el sistema sea estable. (Se recomienda utilizar un diagrama de bloques)



$$u_e(t) = \frac{R_B}{R_A} (u_r(t) - u_2(t))$$

$$i(t) = i_L(t) + i_C(t)$$

$$u_e(t) = R \cdot i(t) + u_s(t)$$

$$u_s(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$$

$$u_s(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i_C(t) \cdot dt$$

$$u_1(t) = -\frac{1}{R_1 C_1} \int_0^t u_s(t) \cdot dt$$

$$u_2(t) = -\frac{1}{R_2 C_2} \int_0^t u_1(t) \cdot dt$$

- $R_A = 1 \text{ k}\Omega$
- $R = 10 \text{ k}\Omega$
- $L = 0,1 \text{ H}$
- $C = 0,1 \mu\text{F}$
- $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$
- $C_1 = 0,001 \mu\text{F}$
- $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$
- $C_2 = 0,001 \mu\text{F}$

**SOLUCIÓN:**

Como todas las ecuaciones son lineales, se pueden pasar directamente a transformadas de Laplace y construir a continuación el diagrama de bloques:

$$U_e(s) = \frac{R_B}{R_A} (U_r(s) - U_2(s))$$

$$I(s) = I_L(s) + I_C(s)$$

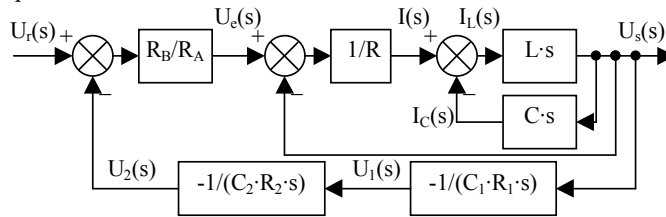
$$U_e(s) = R \cdot I(s) + U_s(s)$$

$$U_s(s) = L \cdot s \cdot I_L(s)$$

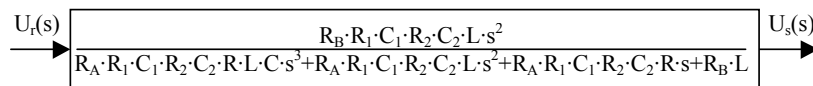
$$U_s(s) = \frac{1}{C \cdot s} I_C(s)$$

$$U_1(s) = -\frac{1}{R_1 C_1 \cdot s} U_s(s)$$

$$U_2(s) = -\frac{1}{R_2 C_2 \cdot s} U_1(s)$$



Reduciendo el diagrama de bloques:



Al sustituir los valores de las constantes se obtiene la siguiente función de transferencia:

$$G(s) = \frac{R_B \cdot s^2}{s^3 + 10^3 \cdot s^2 + 10^8 \cdot s + 10^3 \cdot R_B}$$

Para determinar los valores de  $R_B$  que hacen al sistema  $G(s)$  estable, aplicamos el criterio de Routh al polinomio:

$$s^3 + 10^3 \cdot s^2 + 10^8 \cdot s + 10^3 \cdot R_B = 0$$

1) Todos los coeficientes del polinomio tienen que ser mayores que cero:  $10^3 \cdot R_B > 0 \Rightarrow \underline{R_B > 0}$

2) Se construye la tabla:

$s^3$	1	$10^3$
$s^2$	$10^8$	$10^3 \cdot R_B$
$s^1$	$10^{11} - 10^3 \cdot R_B$	
$s^0$	$10^8$	
	$10^3 \cdot R_B$	

Los coeficientes de la primera columna han de ser positivos ya que no puede haber cambios de signo en la primera columna:

$$10^{11} - 10^3 \cdot R_B > 0 \Rightarrow \underline{R_B < 10^8}$$

$$10^3 \cdot R_B > 0 \Rightarrow \underline{R_B > 0}$$

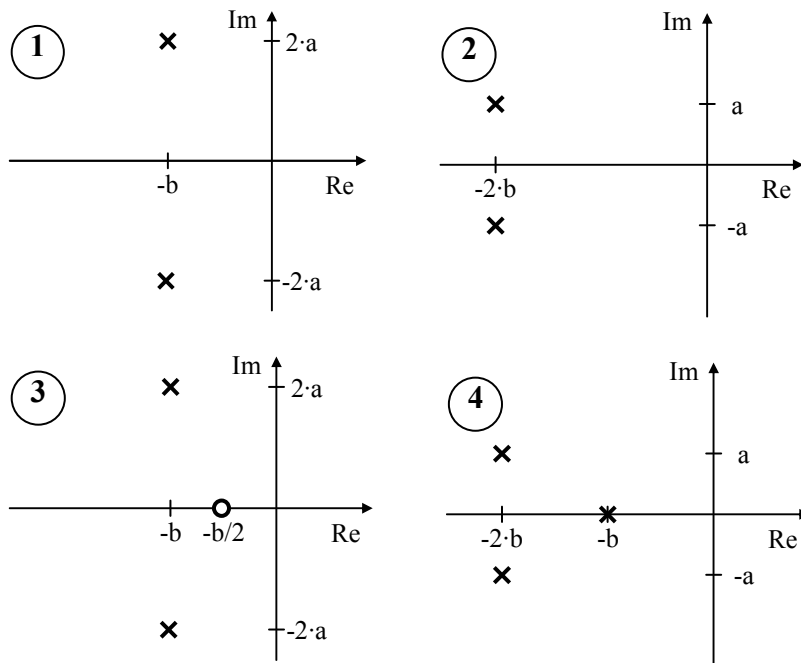
Por lo tanto el sistema es estable si:

$$\boxed{0 < R_B < 10^8 \Omega}$$

**PROBLEMA:**

Ordenar los cuatro sistemas representados por sus mapas de ceros y polos:

- En función de la sobreoscilación
- En función del tiempo de pico



**SOLUCIÓN:**

Sobreoscilación:  $M_p = e^{-\pi/\tan\theta}$   $\theta_a > \theta_b \Rightarrow M_{p_a} > M_{p_b}$   
 El sistema ③ es el de mayor sobreoscilación, ya que presenta un par de polos complejos con mayor ángulo  $\theta$  que los sistemas ② y ④, y tiene un cero adicional que hará que su sobreoscilación sea mayor que la del sistema ①

El siguiente será el sistema ① ya que el ② y el ④ tienen menor ángulo  $\theta$  en sus polos complejos conjugados. Y, entre estos, el sistema ④ tendrá menor sobreoscilación que el ② por la presencia del polo adicional.

$$\boxed{M_{p_3} > M_{p_1} > M_{p_2} > M_{p_4}}$$

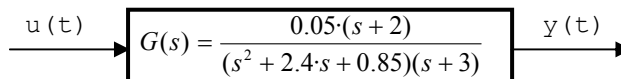
Tiempo de pico:  $t_p = \frac{\pi}{\omega_d}$   $\omega_{d_a} > \omega_{d_b} \Rightarrow t_{p_a} < t_{p_b}$

El orden será el mismo atendiendo a las mismas razones que en el caso anterior para el parámetro  $\omega_d$ . En este caso el sistema ③ será el de menor tiempo de pico.

$$\boxed{t_{p_3} < t_{p_1} < t_{p_2} < t_{p_4}}$$

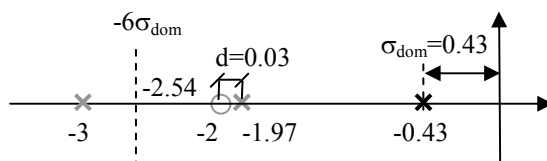
**PROBLEMA:**

Dado el sistema de la figura, obtener uno de orden más reducido equivalente al dado, indicando las diferencias en su respuesta ante un escalón unitario en la señal de entrada.



**SOLUCIÓN:**

El sistema presenta un cero ( $z_1 = -2$ ) y tres polos ( $p_1 = -0.43$ ,  $p_2 = -1.97$ ,  $p_3 = -3$ ). El polo más dominante es el que se encuentra en  $p_1 = -0.43$ :  $\sigma_{dom} = 0.43$



El efecto del polo  $p_3 = -3$  sobre la respuesta transitoria será despreciable, ya que está a más de seis veces de distancia del eje imaginario que el polo dominante:  $3 > 6 \cdot \sigma_{dom} = 2.58$

El polo en  $p_2 = -1.97$  y el cero  $z_1 = -2$  forman una pareja polo cero cuya distancia es menor que seis veces la distancia del polo dominante al eje imaginario, por lo que su efecto sobre la respuesta transitoria será también despreciable:  $d = 2 - 1.97 = 0.03 < \sigma_{dom}/6 = 0.071$

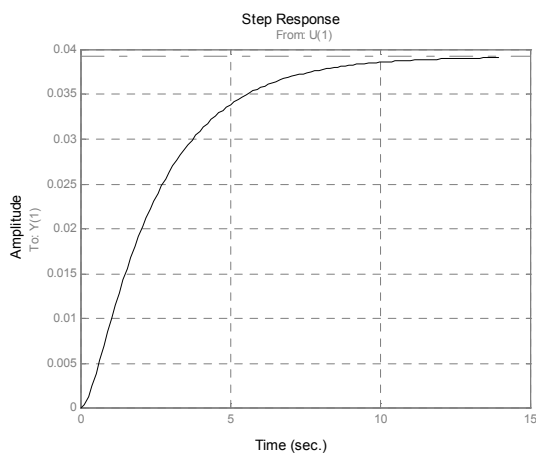
Por lo tanto el sistema reducido será:  $G_{eq}(s) = \frac{K_{eq}}{(s + 0.43)}$ , para calcular la  $K_{eq}$  debemos mantener la ganancia de la función de transferencia original. Aplicando el Teorema del Valor Final:

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{s} G_{eq}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{s} G(s)$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{K_{eq}}{(s + 0.43)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{0.05 \cdot (s + 2)}{(s^2 + 2.4s + 0.85)(s + 3)} \Rightarrow K_{eq} = 0.017$$

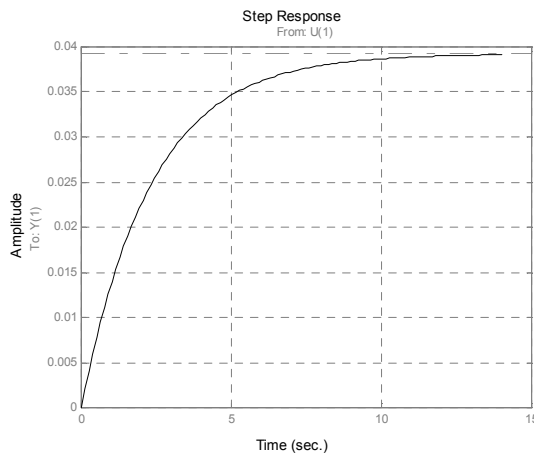
$$G_{eq}(s) = \frac{0.017}{(s + 0.43)}$$

En las siguientes gráficas se puede apreciar el parecido entre la respuesta de ambas funciones de transferencia ante un escalón unitario.



$$G(s) = \frac{0.05 \cdot (s + 2)}{(s^2 + 2.4s + 0.85)(s + 3)}$$

Respuesta del sistema original.

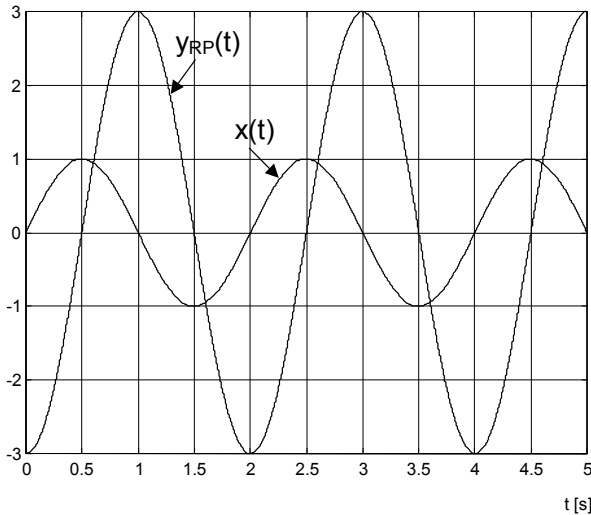
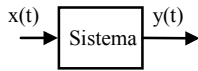


$$G_{eq}(s) = \frac{0.017}{(s + 0.43)}$$

Respuesta del sistema equivalente.

**PROBLEMA:**

Sobre las señales representadas en la figura determinar:



- La expresión de la función de la entrada  $x(t)$ .
- La relación de amplitudes entre la entrada y la salida en valor absoluto y en deciBelios.
- La diferencia de fase entre la entrada y la salida en grados y en radianes.
- La expresión de la respuesta en régimen permanente del sistema  $y_{RP}(t)$ .
- Representar el o los puntos correspondientes a los valores obtenidos sobre un diagrama de Bode, un diagrama Magnitud-Fase y un diagrama polar.

**SOLUCIÓN:**

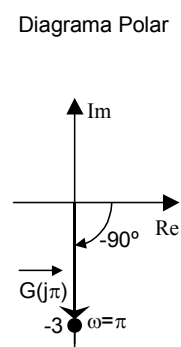
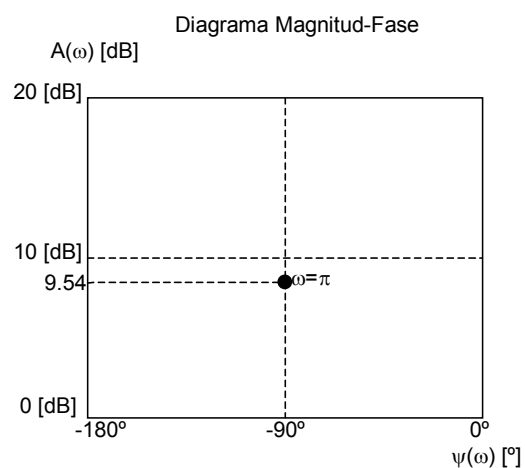
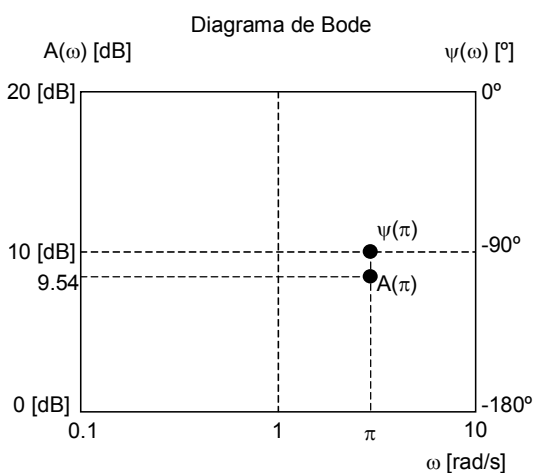
a) La función  $x(t)$  es:  $x(t) = \text{sen}(\pi \cdot t) \cdot u_0(t)$

b) La relación de amplitudes para  $\omega = \pi$  se deduce de la figura, donde la amplitud de la señal de salida es 3 frente a la de la señal de entrada que es 1:  $A(\pi) = 3/1 \Rightarrow A(3) = 20 \cdot \log 3 \text{ [dB]} = 9.54 \text{ [dB]}$

c) La diferencia de fase se obtiene midiendo el tiempo de retraso de la senoide de la salida frente a la de la entrada. En este caso ese tiempo es de 0.5 s que, teniendo en cuenta que el periodo de las señales es de 2 s ( $360^\circ$ ), equivale a un ángulo de  $90^\circ$  de retraso:  $\Psi(\pi) = -90^\circ = -\pi/2 \text{ rad}$

d) Dados los resultados anteriores la respuesta en régimen permanente del sistema es:  $y_{RP}(t) = 3 \cdot \text{sen}(\pi \cdot t - \pi/2)$

e) Con los datos obtenidos anteriormente se pueden realizar las tres representaciones gráficas:



**PROBLEMA:**

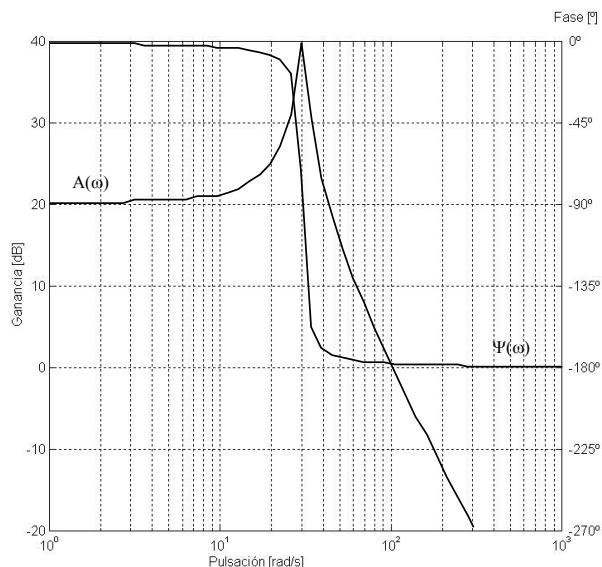
A partir del diagrama de Bode de la figura, obtener:

- El diagrama Magnitud-Fase del sistema.
- Una representación aproximada del diagrama Polar de ese sistema.
- Sabiendo que la función de transferencia del sistema es del tipo:

$$G(s) = \frac{K \cdot \omega_n^2}{s^2 + 2 \cdot \xi \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2}$$

determinar los valores de “K”, “ξ” y “ω<sub>n</sub>”.

- ¿Cuál será la respuesta en régimen permanente a una señal senoidal de amplitud 2 y pulsación igual a la de la resonancia del sistema? Formular matemáticamente ambas funciones y representarlas gráficamente de forma aproximada.



**SOLUCIÓN:**

- Se puede trazar el diagrama Magnitud-Fase de forma aproximada a partir del diagrama de Bode. Para ello basta con tomar los valores de las curvas A(ω) y ψ(ω) para unos cuantos valores de ω.

ω=1 rad/s => A(1)≈20 dB; ψ(1)≈0°

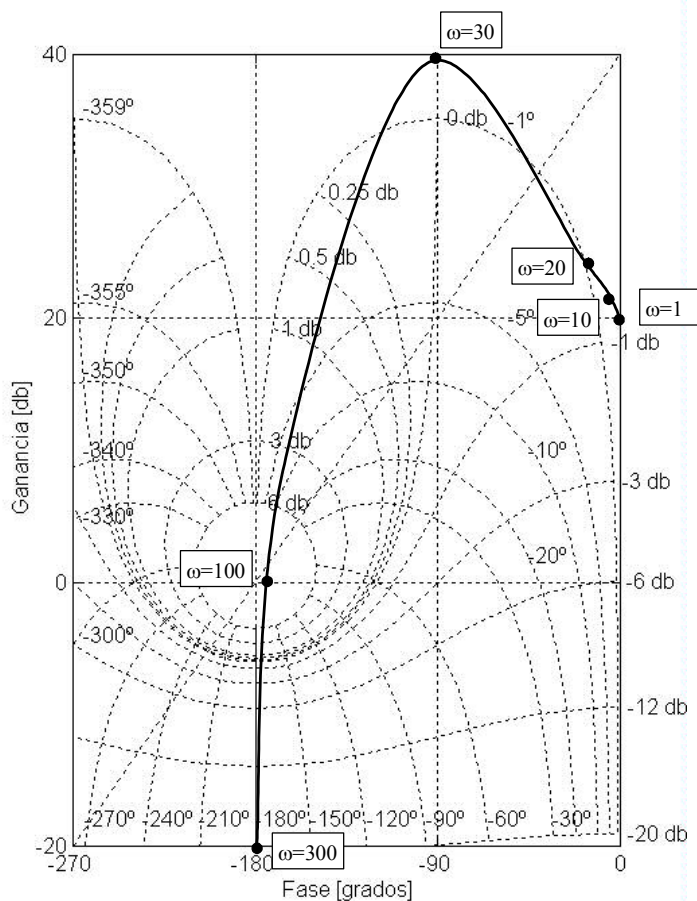
ω=10 rad/s => A(10)≈21 dB; ψ(10)≈-5°

ω=20 rad/s => A(20)≈25 dB; ψ(20)≈-10°

ω=30 rad/s => A(30)≈40 dB; ψ(30)≈-90°

ω=100 rad/s => A(100)≈0 dB; ψ(100)≈-175°

ω=300 rad/s => A(300)≈-20 dB; ψ(300)≈-180°

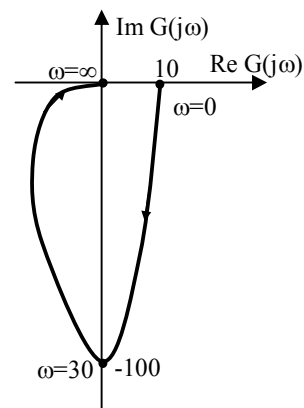


b) Para trazar el diagrama Polar de forma aproximada se pueden observar también los valores y las tendencias de las curvas  $A(\omega)$  y  $\psi(\omega)$ :

$$\omega \rightarrow 0 \text{ rad/s} \Rightarrow A(0) \rightarrow 20 \text{ dB} \Rightarrow |G(j \cdot 0)| \rightarrow 10; \psi(0) \rightarrow 0^\circ$$

$$\omega = 30 \text{ rad/s} \Rightarrow A(30) \approx 40 \text{ dB} \Rightarrow |G(j \cdot 30)| \approx 100; \psi(30) \approx -90^\circ$$

$$\omega \rightarrow \infty \text{ rad/s} \Rightarrow A(\infty) \rightarrow -\infty \text{ dB} \Rightarrow |G(j \cdot \infty)| \rightarrow 0; \psi(\infty) \rightarrow -180^\circ$$



c) El sistema es de segundo orden sin ceros. Esto permite determinar sus distintos parámetros a partir del diagrama de Bode.

Para determinar el valor de  $K$ , se tiene en cuenta que cuando:

$$\omega \rightarrow 0 \text{ rad/s} \Rightarrow A(0) \rightarrow 20 \text{ dB} \Rightarrow |G(j \cdot 0)| \rightarrow 10 \approx K$$

Los valores de  $\xi$  y  $\omega_n$  se puede deducir de las expresiones que dan el pico de resonancia del diagrama de Bode:

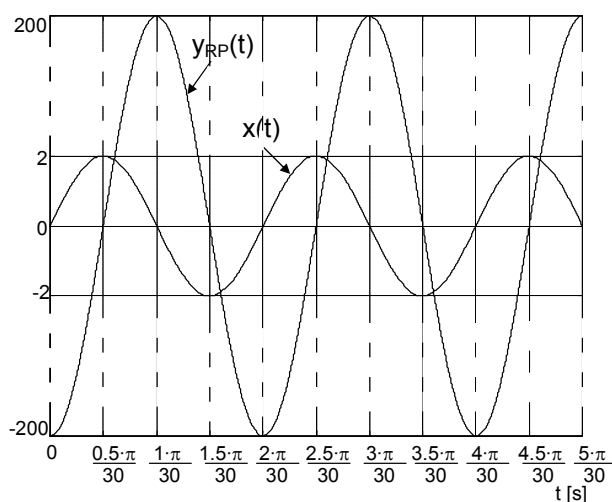
$$\text{si } 0 < \xi < 0.707 \begin{cases} M_r = \frac{1}{2 \cdot \xi \cdot \sqrt{1 - \xi^2}} \\ \omega_r = \omega_n \cdot \sqrt{1 - 2 \cdot \xi^2} \end{cases} \quad M_r \approx 20 \text{ dB} = 10; \omega_r \approx 30 \text{ rad/s} \Rightarrow \xi = 0.05; \omega_n \approx 30 \text{ rad/s}$$

$$\text{Luego: } G(s) = \frac{9000}{s^2 + 3 \cdot s + 900}$$

d) La pulsación de resonancia es  $\omega_r \approx 30 \text{ rad/s}$  luego la entrada será:  $x(t) = 2 \cdot \text{sen}(30 \cdot t) \cdot u_0(t)$ .

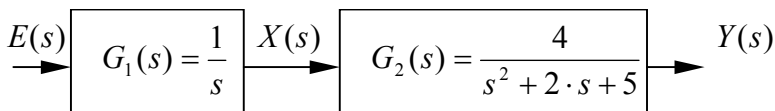
Como si  $\omega = 30 \text{ rad/s} \Rightarrow A(30) \approx 40 \text{ dB} \Rightarrow |G(j \cdot 30)| \approx 100; \psi(30) \approx -90^\circ = -\pi/2 \text{ rad}$ .

La salida en régimen permanente será:  $y_{rp}(t) = 200 \cdot \text{sen}(30 \cdot t - \pi/2)$



**PROBLEMA:**

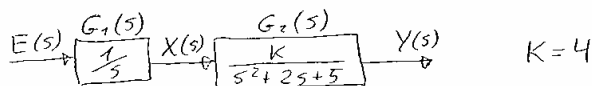
Dado el sistema de la figura:



- Obtenga  $x(t)$  si  $e(t)$  es un escalón unitario  $u_0(t)$ . ¿Qué características tiene  $G_1(s)$ ?
- Indique las características de la respuesta transitoria de  $G_2(s)$  si  $x(t)$  es un escalón unitario  $u_0(t)$ . ¿Qué características tiene  $G_2(s)$ ?
- Describa la estabilidad del sistema en conjunto,  $G_1(s) \cdot G_2(s)$ .
- Represente el diagrama de bode de  $G_1(s) \cdot G_2(s)$  y señale sobre él si el sistema presenta resonancia.

**SOLUCIÓN:**

Sistema en Bucle Abierto.

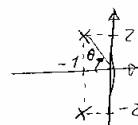


- Respuesta  $x(t)$  si  $e(t) = u_0(t)$   
 $E(s) = \mathcal{L}[e(t)] = \mathcal{L}[u_0(t)] = \frac{1}{s}$   
 $X(s) = G_1(s) E(s) = \frac{1}{s^2}$ ;  $\mathcal{L}^{-1}[X(s)] = t \cdot u_0(t)$   
de primer orden sin ceros  
 Sistema limitadamente estable de tipo 1  
 Nota: La salida es la integral de la entrada.  $G_1(s)$  es un "integrador".
- Respuesta  $y(t)$  si  $x(t) = u_0(t)$ :  $X(s) = \frac{1}{s}$   
 $G_2(s) = \frac{4}{s^2 + 2s + 5} = \frac{K_g \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$   
 $\begin{cases} \omega_n^2 = 5 \Rightarrow \omega_n = \sqrt{5} \\ 2\zeta\omega_n = 2 \Rightarrow \zeta = 1/\sqrt{5} \\ K_g \omega_n^2 = 4 \Rightarrow K_g = 4/5 \end{cases}$

Características del transitorio:

$$\zeta = \cos \theta \Rightarrow \text{sen } \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \sqrt{1 - \zeta^2}$$

$$\begin{cases} \sigma = \omega_n \cdot \cos \theta = \omega_n \cdot \zeta = 1 \\ \omega_d = \omega_n \cdot \text{sen } \theta = \omega_n \cdot \sqrt{1 - \zeta^2} = 2 \end{cases}$$



tiempo de establecimiento:  $t_s \approx \frac{\pi}{\sigma} = 3.14 \text{ s.}$   
 tiempo de pico:  $t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = 1.57 \text{ s.}$   
 Sobreoscilación:  $M_p = e^{-\frac{\pi \zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}}} = 0.2 = 20\%$

Valor de la salida en régimen permanente:

$$Y(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot Y(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s X(s) \cdot G_2(s)$$

$$Y(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{4}{s^2 + 2s + 5} = \frac{4}{5} = 0.8$$

Sistema de segundo orden sin ceros sustamortiguado de tipo 0

Por antitransformadas usando una tabla:

$$Y(s) = X(s) G_2(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{4}{s^2 + 2s + 5}$$

$$\frac{1}{s(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} u_0(t) \left[ \frac{1}{\omega_n^2} - \frac{1}{\omega_n \omega_d} e^{-\zeta\omega_n t} \cdot \text{sen}(\omega_d t + \theta) \right]$$

$$\omega_n = \sqrt{5}$$

$$\zeta = 1/\sqrt{5}$$

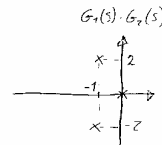
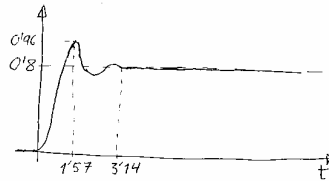
$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} = 2$$

$$\zeta = \cos \theta \Rightarrow \theta = \arccos \zeta = 63.5^\circ$$

$$\theta = 1.1 \text{ rad}$$

$$Y(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y(s)] = 4 \cdot [0.2 - 0.22 \cdot e^{-t} \cdot \text{sen}(2 \cdot t + 1.1)] u_0(t)$$

Representación gráfica aproximada:



c) El sistema es Limitadamente Estable por tener un polo sobre el origen.

d) Diagrama de Bode y pico de Resonancia:

Frecuencias de corte:

$$\frac{1}{s} \Rightarrow \omega_c = 0$$

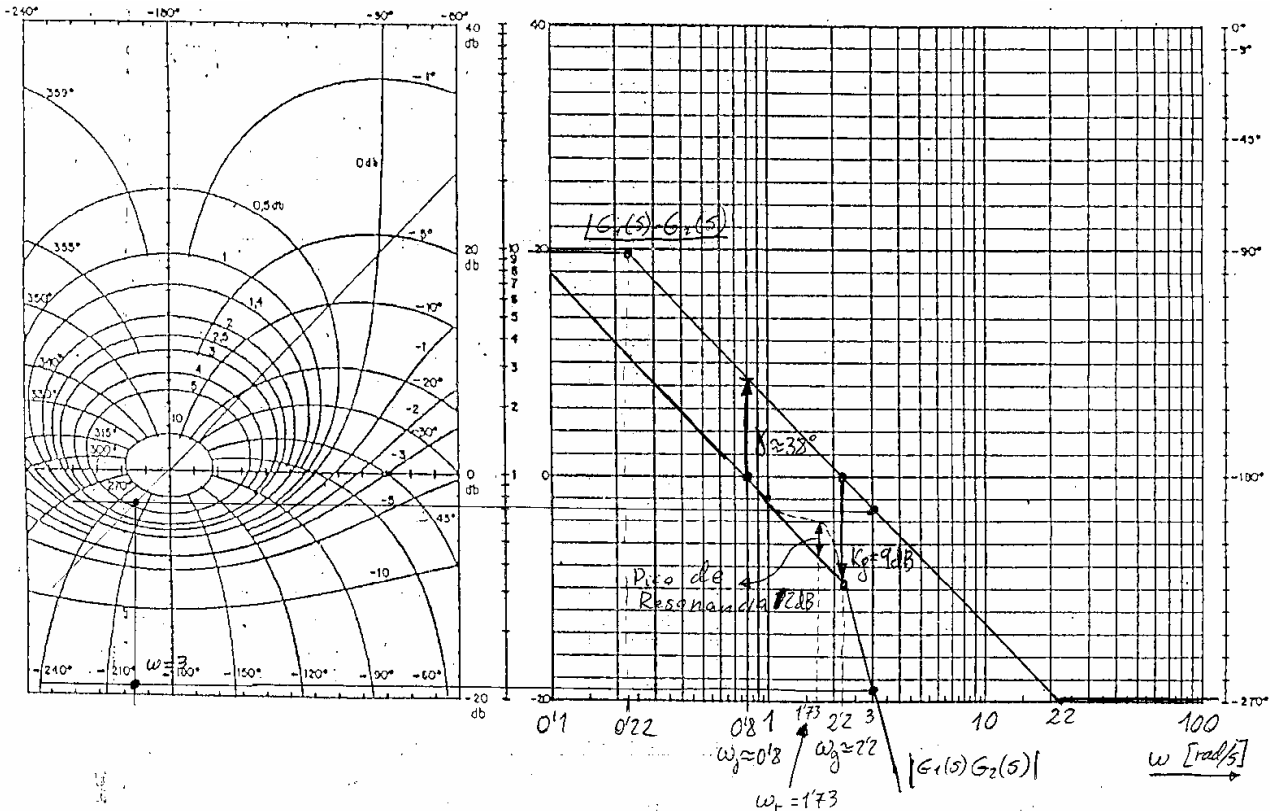
$$\frac{1}{s^2 + 2s + 5} \Rightarrow \omega_n = \sqrt{5} \approx 2.2$$

	$\omega \rightarrow 0$	$\omega \rightarrow \infty$
$\frac{1}{s}$	$-90^\circ$	$-90^\circ$
$\frac{1}{s^2 + 2s + 5}$	$0^\circ$	$-180^\circ$
	$-90^\circ$	$-270^\circ$

Resonancia:

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2} = 1.73$$

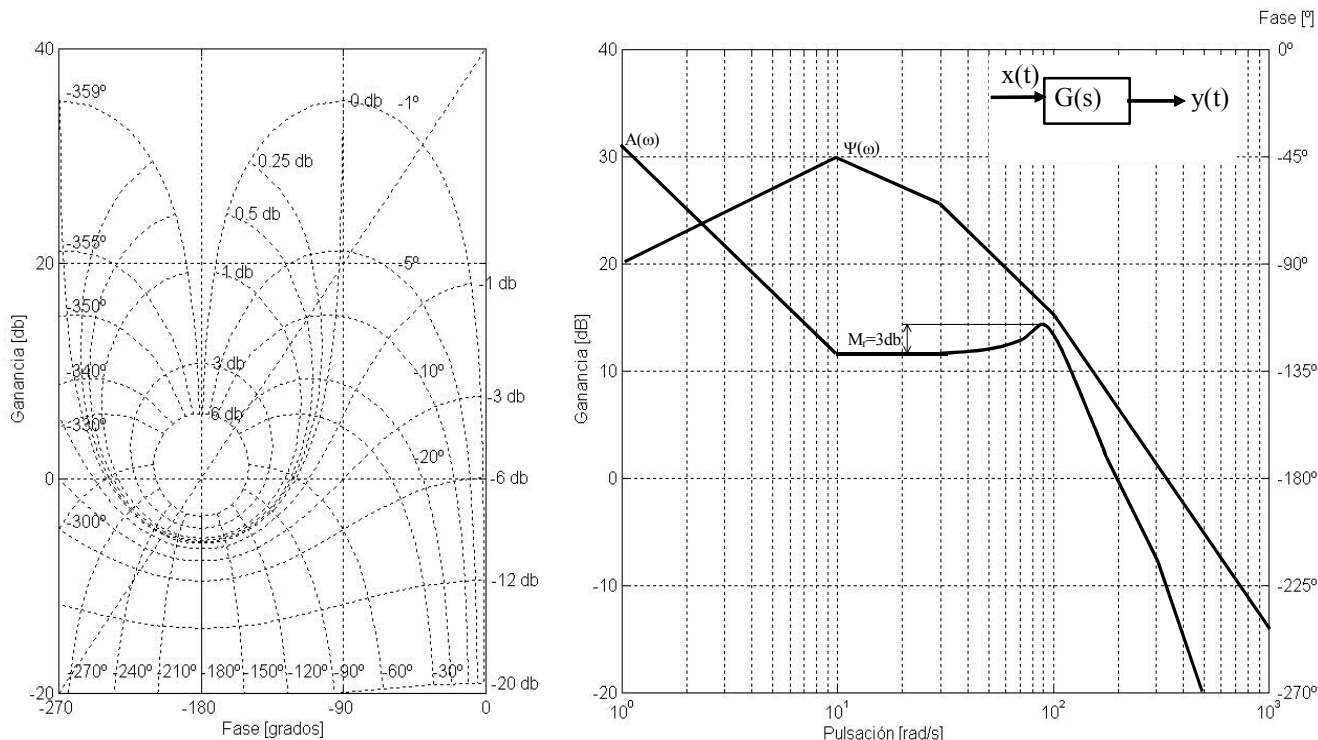
$$M_r = \frac{1}{2\zeta \sqrt{1 - \zeta^2}} = 1.95 \approx 2 \text{ dB}$$



**PROBLEMA:**

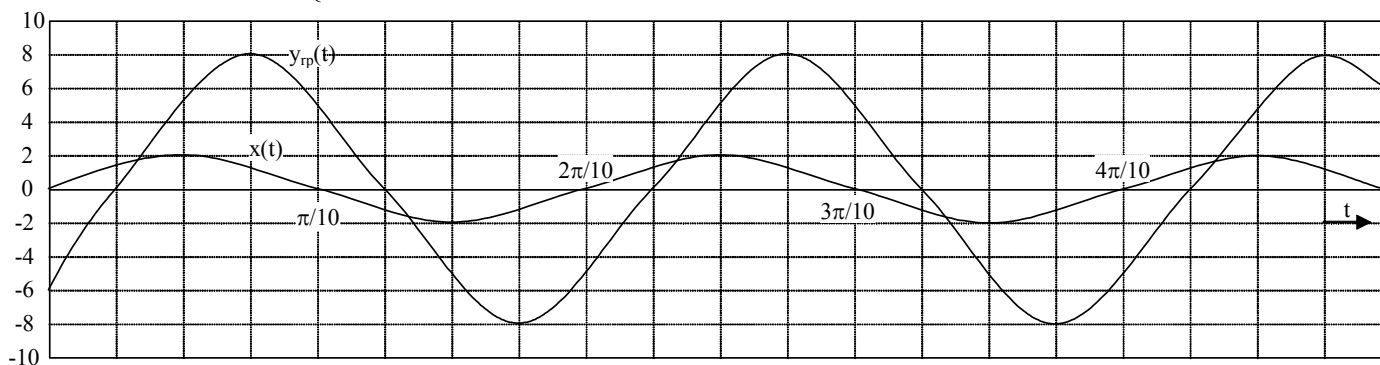
El diagrama de Bode representa la respuesta en frecuencia de un sistema  $G(s)$ :

- Determine y dibuje la respuesta en régimen permanente del sistema en bucle abierto  $y(t)$  si  $x(t)=2\cdot\text{sen}(10\cdot t)$ .
- A la vista del pico de resonancia que presenta el sistema, determine la frecuencia natural y el coeficiente de amortiguamiento de los polos complejos conjugados responsables de ese pico de resonancia.



**SOLUCIÓN:**

a)  $\omega = 10 \left\{ \begin{array}{l} A(10) \approx 12 \text{ dB} \Rightarrow |G(j\cdot 10)| = 4 \\ \Psi(10) = -45^\circ \Rightarrow \angle G(j\cdot 10) = -\pi/4 \text{ rad} \end{array} \right. \quad \boxed{y_{rp}(t) = 4 \cdot \text{sen}(10 \cdot t - \pi/4)}$



b) El sistema presenta un pico de resonancia a frecuencia  $\omega_r = 90 \text{ rad/s}$  de valor  $M_r = 3 \text{ dB}$ . Se puede determinar el coeficiente de amortiguamiento y la frecuencia natural de los polos correspondientes a ese pico con las expresiones:

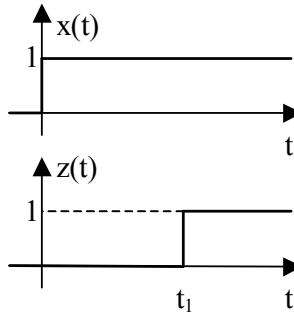
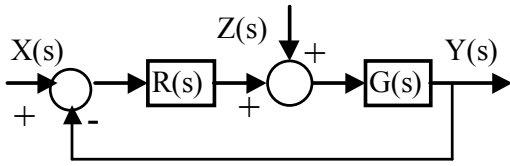
$$M_r = \frac{1}{2 \cdot \xi \sqrt{1 - \xi^2}} \quad \omega_r = \omega_n \cdot \sqrt{1 - 2 \cdot \xi^2}$$

En la primera expresión  $M_r$  está en valor absoluto (no en dB):  $M_r = 10^{3/20} = 1,41$  con lo que se obtienen 4 soluciones:  $\xi_1 = 0,92; \xi_2 = -0,92; \xi_3 = 0,38; \xi_4 = -0,38$ . La única solución válida en este caso es:  $\xi = 0,38$ .

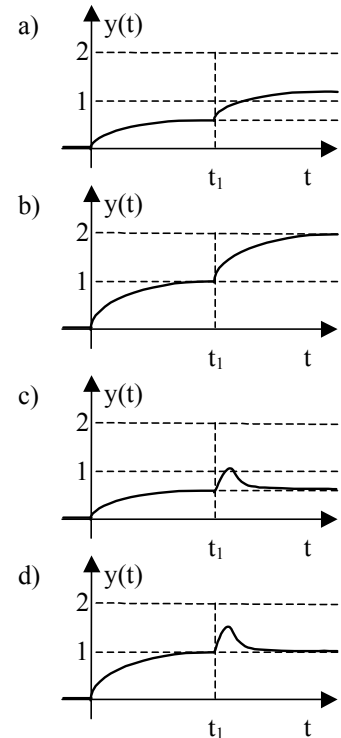
De la segunda expresión se deduce:  $\omega_n = 106,72 \text{ rad/s}$ .

**PROBLEMA:**

Dado el siguiente sistema y las señales de entrada  $x(t)$  y  $z(t)$  representadas, indique razonadamente a que tipo de respuesta  $y(t)$  ("a)", "b)", "c)" y/o "d)") puede corresponder a cada una de las combinaciones de los tipos de  $G(s)$  y  $R(s)$  indicadas:



1.  $G(s)$  es de tipo 1 y  $R(s)$  es de tipo 0.
2.  $G(s)$  es de tipo 1 y  $R(s)$  es de tipo 1.
3.  $G(s)$  es de tipo 0 y  $R(s)$  es de tipo 0.
4.  $G(s)$  es de tipo 0 y  $R(s)$  es de tipo 1.

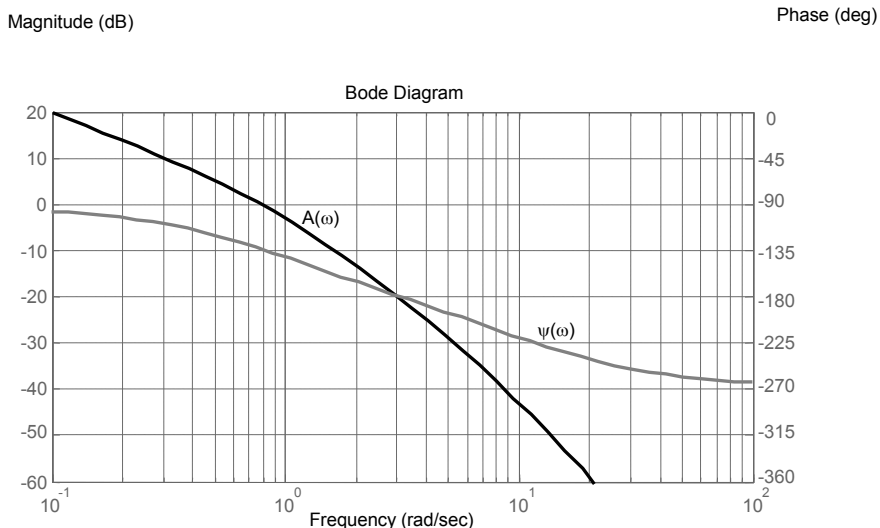
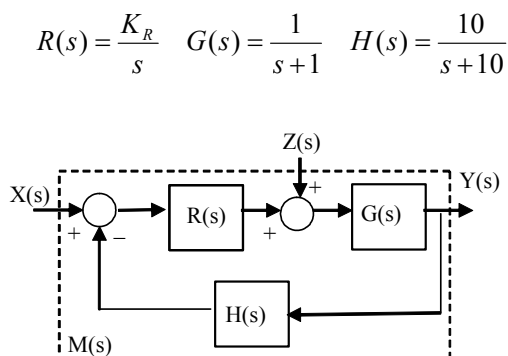


**SOLUCIÓN**

- a) La respuesta de la gráfica "a)" es posible en el caso "3", cuando  $G(s)$  y  $R(s)$  son de tipo 0 y por lo tanto existirá error de posición en régimen permanente ante ambas entradas.
- b) La respuesta de la gráfica "b)" es posible para el caso "1", ya que al ser  $G(s)$  de tipo 1 se anulará el error de posición en régimen permanente, pero no se anulará el efecto de la perturbación  $z(t)$  sobre el régimen permanente al ser  $R(s)$  de tipo 0.
- c) La situación de la gráfica "c)" no es posible en ninguno de los casos de tipo de  $G(s)$  y  $R(s)$  presentados.
- d) La respuesta de la gráfica "d)" es posible siempre que  $R(s)$  sea de tipo 1, es decir en los casos "2" y "4", ya que de esa manera desaparece el error de posición en régimen permanente, y el sistema no acusa el efecto de la perturbación  $z(t)$  una vez que se alcanza de nuevo el régimen permanente.

**PROBLEMA:**

Dado el sistema de la figura y el diagrama de bode de  $R(s) \cdot G(s) \cdot H(s)$  para  $K_R=1$ :



- Determinar los valores de  $K_R$  que hacen estable al sistema en bucle cerrado,  $M(s)$ .
- Determinar el error de posición en régimen permanente del sistema.
- Describir el comportamiento de la respuesta del sistema  $y(t)$  cuando la entrada  $z(t)$  cambia bruscamente de valor (se produce un escalón en  $z(t)$ ).
- Determinar los márgenes de estabilidad del sistema si  $K_R=1$ .
- ¿Qué valor debe tener  $K_R$  para que el margen de ganancia sea de 40 dB?

**SOLUCIÓN:**

a) La función de transferencia en bucle cerrado es: 
$$M(s) = \frac{K_R \cdot (s + 10)}{s \cdot (s + 1) \cdot (s + 10) + 10 \cdot K_R}$$

Si se aplica el criterio de Routh al denominador de  $M(s)$ :  $s^3 + 11 \cdot s^2 + 10 \cdot s + 10 \cdot K_R = 0$

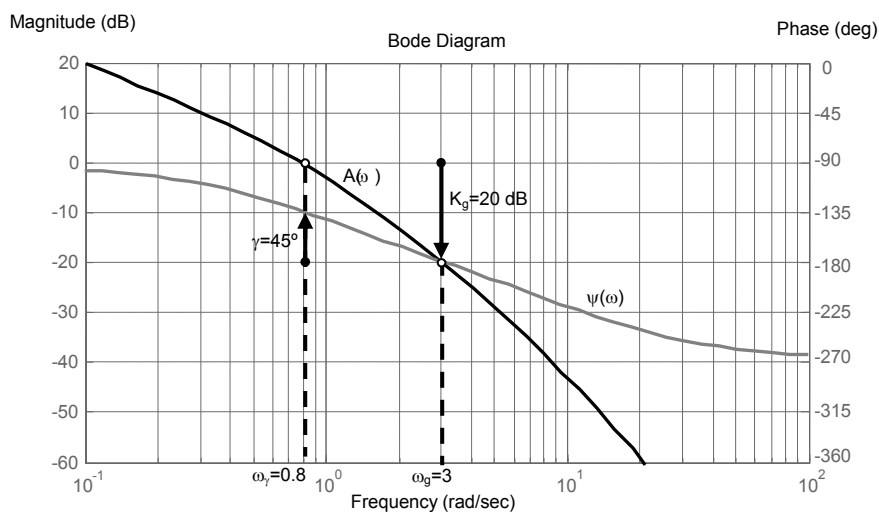
- Todos los coeficientes del polinomio tienen que ser mayores que cero:  $10K_R > 0 \Rightarrow K_R > 0$
- Se construye la tabla:

$s^3$	1	10	Los coeficientes de la primera columna han de ser positivos ya que no puede haber cambios de signo en la primera columna:
$s^2$	11	$10 \cdot K_R$	
$s^1$	$110 - 10 \cdot K_R$		$110 - 10 \cdot K_R > 0 \Rightarrow K_R < 11$
$s^0$	11		$10 \cdot K_R > 0 \Rightarrow K_R > 0$
	$10 \cdot K_R$		Por lo tanto el sistema en bucle cerrado es estable si: <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;"><math>0 &lt; K_R &lt; 11</math></span>

- Para calcular los errores en régimen permanente, se determina primero cual es el tipo del sistema. Para ello se observa cuantos polos en el origen tiene la función de transferencia de la cadena directa  $R(s) \cdot G(s)$ . En este caso el sistema es de Tipo 1, por lo tanto:  $e_p = 0$ .
- Al existir un polo en el origen en la función de transferencia  $R(s)$  antes de la entrada de perturbación  $z(t)$ , un escalón en esta variable provocará variaciones transitorias en la salida  $y(t)$ , pero volverá al valor que tenía antes del instante de producirse el escalón. Se puede comprobar calculando  $y(\infty)$  cuando  $z(t) = u_0(t)$ :

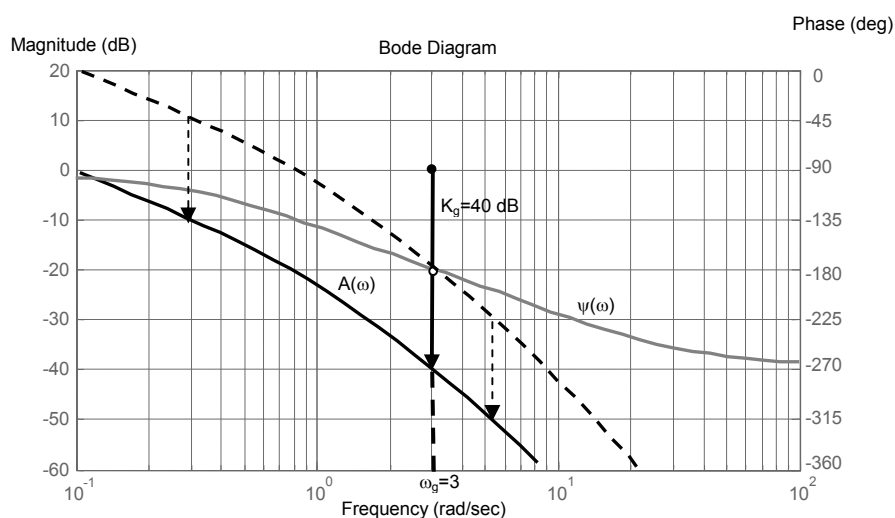
$$y(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot Y(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot Z(s) \cdot \frac{Y(s)}{Z(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{s \cdot (s + 10)}{s \cdot (s + 1) \cdot (s + 10) + 10 \cdot K_R} = 0$$

d) Acudiendo al diagrama de bode de  $R(s) \cdot G(s) \cdot H(s)$  para  $K_R = 1$  y teniendo en cuenta que  $R(s) \cdot G(s) \cdot H(s)$  es un sistema de fase mínima, los márgenes del sistema en bucle cerrado,  $M(s)$ , serán:



Ambos márgenes son positivos, por lo que se confirma que el sistema en bucle cerrado es estable para  $K_R = 1$ .

e) Para que el margen de ganancia aumente hasta 40 dB, la curva  $A(\omega)$  debe “bajar” 20 dB, es decir la ganancia de  $R(s) \cdot G(s) \cdot H(s)$  se tiene que dividir por 10, por lo que  $K_R = 1/10 = 0.1$

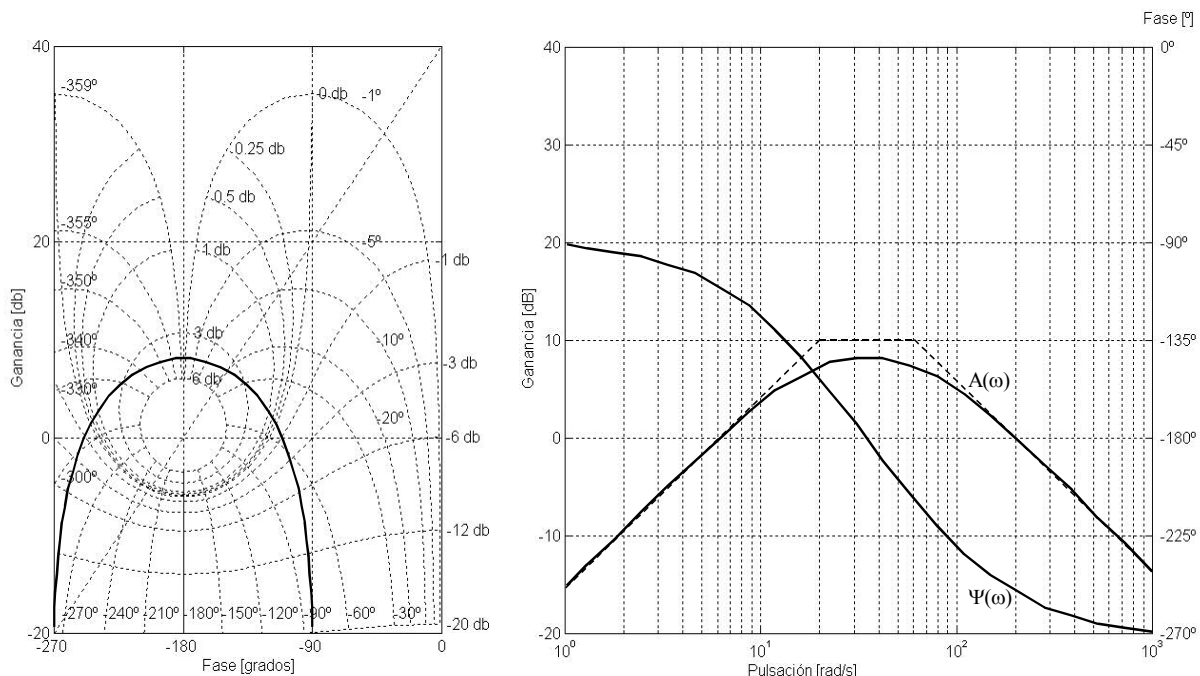


**PROBLEMA:**

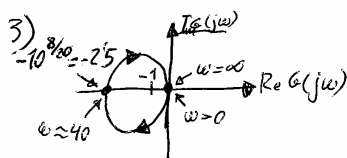
Dado el diagrama de Bode de la figura, que podría corresponder a un amplificador de banda, resuelva las siguientes cuestiones:

- 1) Observando la curva  $A(\omega)$  del sistema, ¿cuántos polos y ceros podría tener la función de transferencia del sistema y cuáles podrían ser sus valores?
- 2) ¿Cuál de las siguientes señales de entrada será atenuada y cuál amplificada?
  - a)  $x(t)=\text{sen}(40 \cdot t)$
  - b)  $x(t)=\text{sen}(300 \cdot t)$
- 3) Dibuje el diagrama Magnitud-Fase y el diagrama polar del sistema.
- 4) Sabiendo que el sistema es de fase mínima, ¿es estable si se realimenta unitaria y negativamente?
- 5) Determine los márgenes de fase y de ganancia del sistema resultante al realimentar unitaria y negativamente.

**SOLUCIÓN:**



- 1) Un cero en  $s_2=0$   
dos polos en  $s_1=-20$  y  $s_2=-60$
- 2) a) amplificada y b) atenuada



- 4) El sistema en B.C. será inestable, ya que siendo de fase mínima su diagrama polar envuelve al punto  $-1+j0$ .
- 5)  $K_g = -8 \text{ dB} \Rightarrow K_g = \frac{1}{2.5} = 0.4$  negativo  
 $\delta = -70^\circ$  negativo

