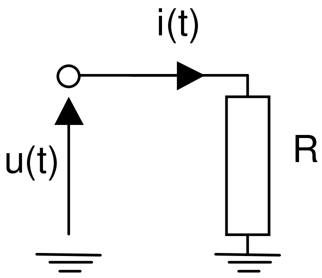
Tema 2

Descripción Analítica de los Sistemas

Indice

Descripción Analítica de los Sistemas

Sistema Real

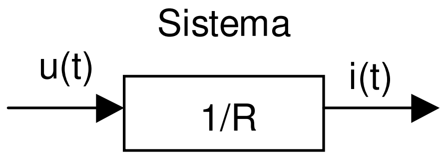


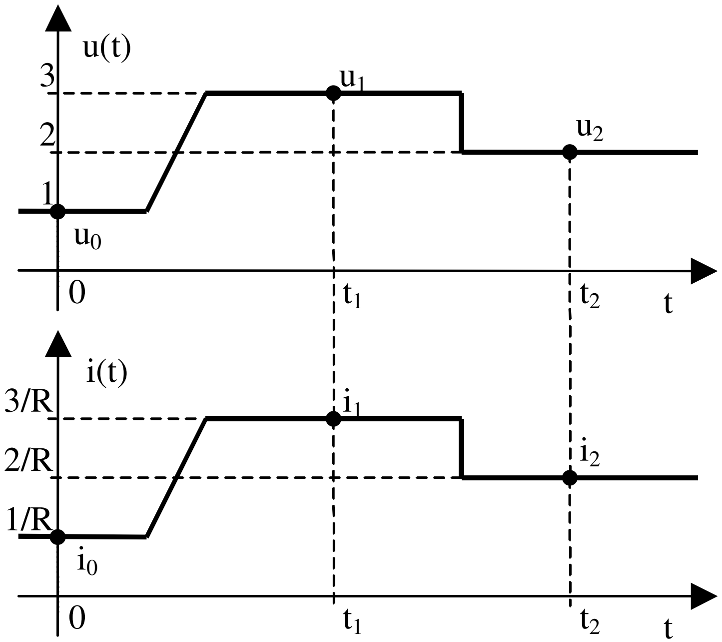
Modelo Matemático

u(t) = R·i(t)

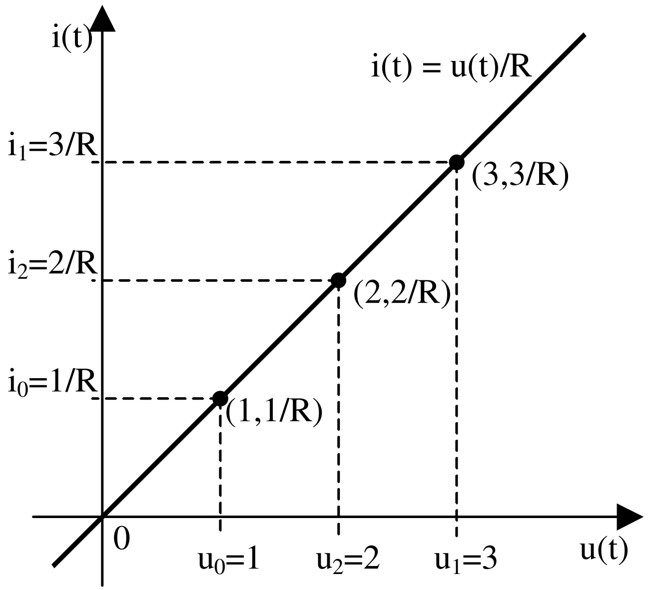
Relación Lineal

Representación Simbólica





Representación Gráfica



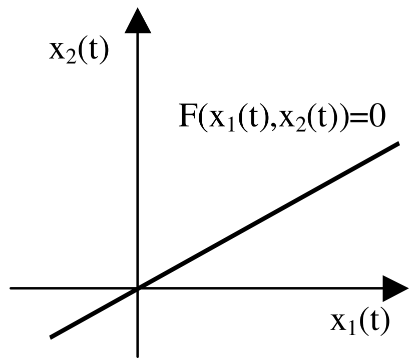
Clasificación de los Sistemas

- Continuos / Discretos
- Causales / No causales
- Monovariables / Multivariables
- Lineal / No lineal
- Parámetros concentrados / Parámetros distribuidos
- Estacionarios o invariantes en el tiempo / No estacionarios o variantes
- Deterministas / Estocásticos

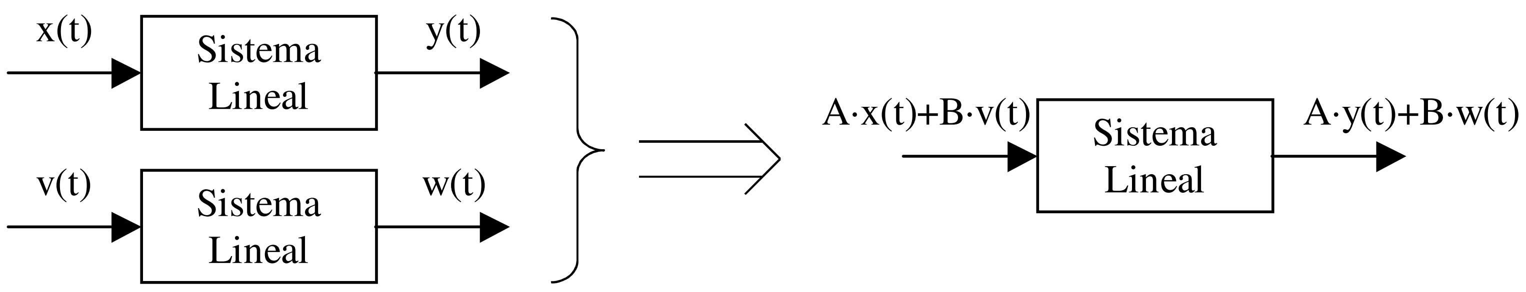
Sistemas lineales

- Relación lineal entre todas sus variables:

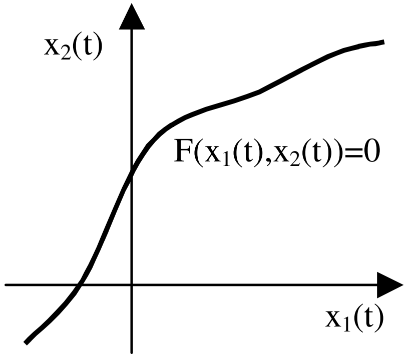
$$F(x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t)) = 0$$



- Tienen la propiedad de la linealidad:



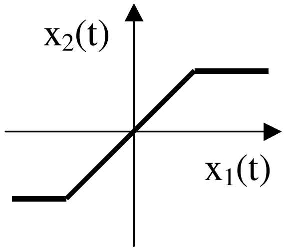
Sistemas no lineales



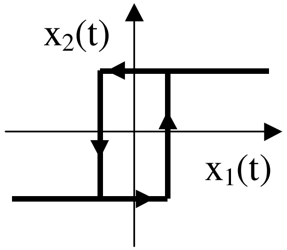
- Sistemas con relaciones no lineales entre algunas de sus variables:

$$F(x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t)) = 0$$

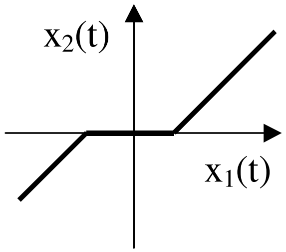
- Sistemas con saturación:



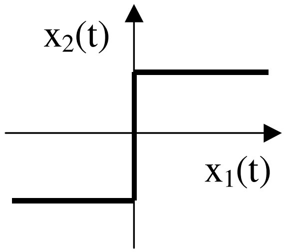
- Sistemas con histéresis:



- Sistemas con zona muerta:



- Sistemas todo-nada:



Linealización (I)

$$y(t) = F(x(t))\,; \quad y_0 = F(x_0)$$

Desarrollo en serie de Taylor:

$$y(t) = F(x_0) + \left.\frac{dF}{dx(t)}\right]_0 \cdot (x(t)-x_0) + \frac{1}{2!}\left.\frac{d^2F}{dx^2(t)}\right]_0 \cdot (x(t)-x_0)^2 + \frac{1}{3!}\left.\frac{d^3F}{dx^3(t)}\right]_0 \cdot (x(t)-x_0)^3 + \ldots$$

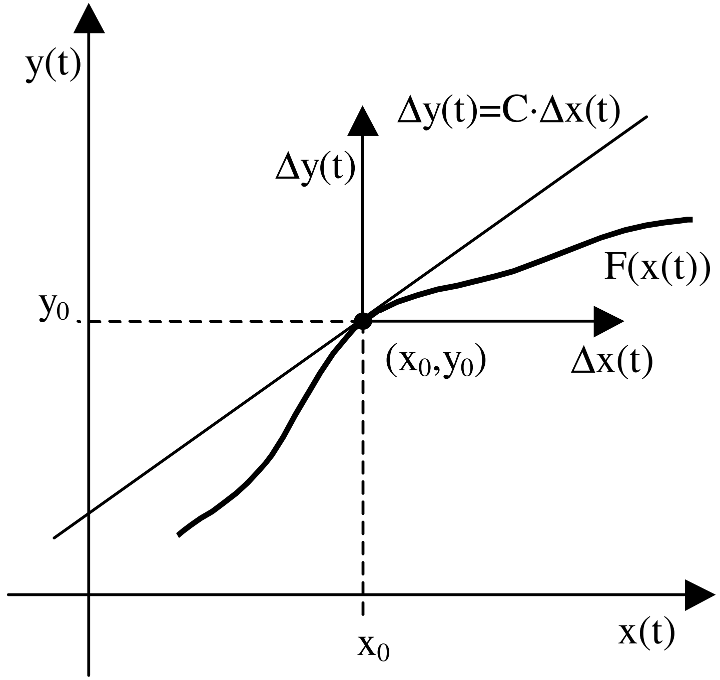
Despreciando los términos no lineales:

$$(y(t)-y_0) = \left.\frac{dF}{dx(t)}\right]_0 \cdot (x(t)-x_0)$$

$\Delta x(t) = x(t) - x_0$ incremento de $x(t)$

$\Delta y(t) = y(t) - y_0$ incremento de $y(t)$

$C = \left.\frac{dF}{dx(t)}\right]_0$ pendiente de la tangente en (x_0, y_0)



$$\boxed{\text{Ecuación Lineal:} \quad \Delta y(t) = C \cdot \Delta x(t)}$$

Linealización (II)

$$F(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)) = 0 \; ; \quad F(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0}) = 0$$

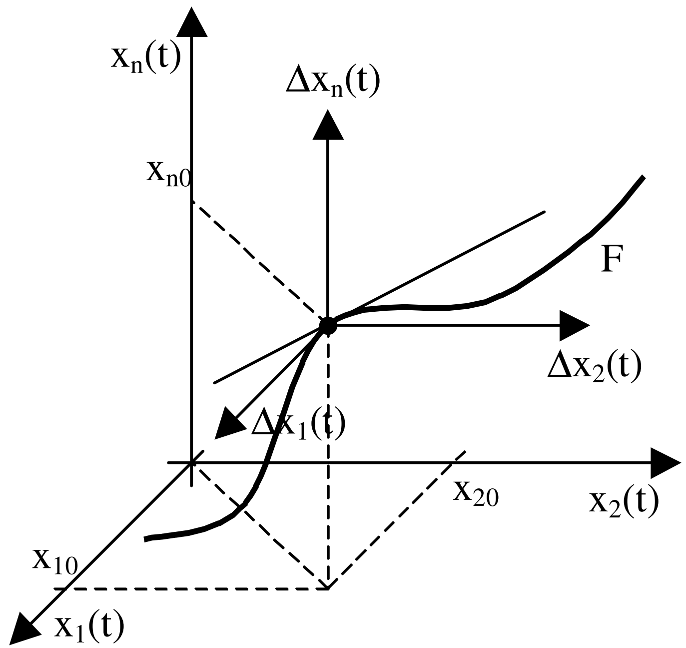
Desarrollo en serie de Taylor:

$$0 = \left.\frac{\partial F}{\partial x_1(t)}\right]_0 \cdot (x_1(t) - x_{10}) + \dots + \left.\frac{\partial F}{\partial x_n(t)}\right]_0 \cdot (x_n(t) - x_{n0}) + \frac{1}{2!}\left.\frac{\partial^2 F}{\partial x_1^2(t)}\right]_0 \cdot (x_1(t) - x_{10})^2 + \dots + \frac{1}{2!}\left.\frac{\partial^2 F}{\partial x_n^2(t)}\right]_0 \cdot (x_n(t) - x_{n0})^2 +$$

$$+ \left.\frac{\partial^2 F}{\partial x_1(t)\partial x_2(t)}\right]_0 \cdot (x_1(t) - x_{10}) \cdot (x_2(t) - x_{20}) + \dots + \left.\frac{\partial^2 F}{\partial x_1(t)\partial x_n(t)}\right]_0 \cdot (x_1(t) - x_{10}) \cdot (x_n(t) - x_{n0}) + \dots$$

Despreciando los términos no lineales:

$$0 = \left.\frac{\partial F}{\partial x_1(t)}\right]_0 \cdot (x_1(t) - x_{10}) + \dots + \left.\frac{\partial F}{\partial x_n(t)}\right]_0 \cdot (x_n(t) - x_{n0})$$



$\Delta x_1(t) = x_1(t) - x_{10}$ incremento de $x_1(t)$

...

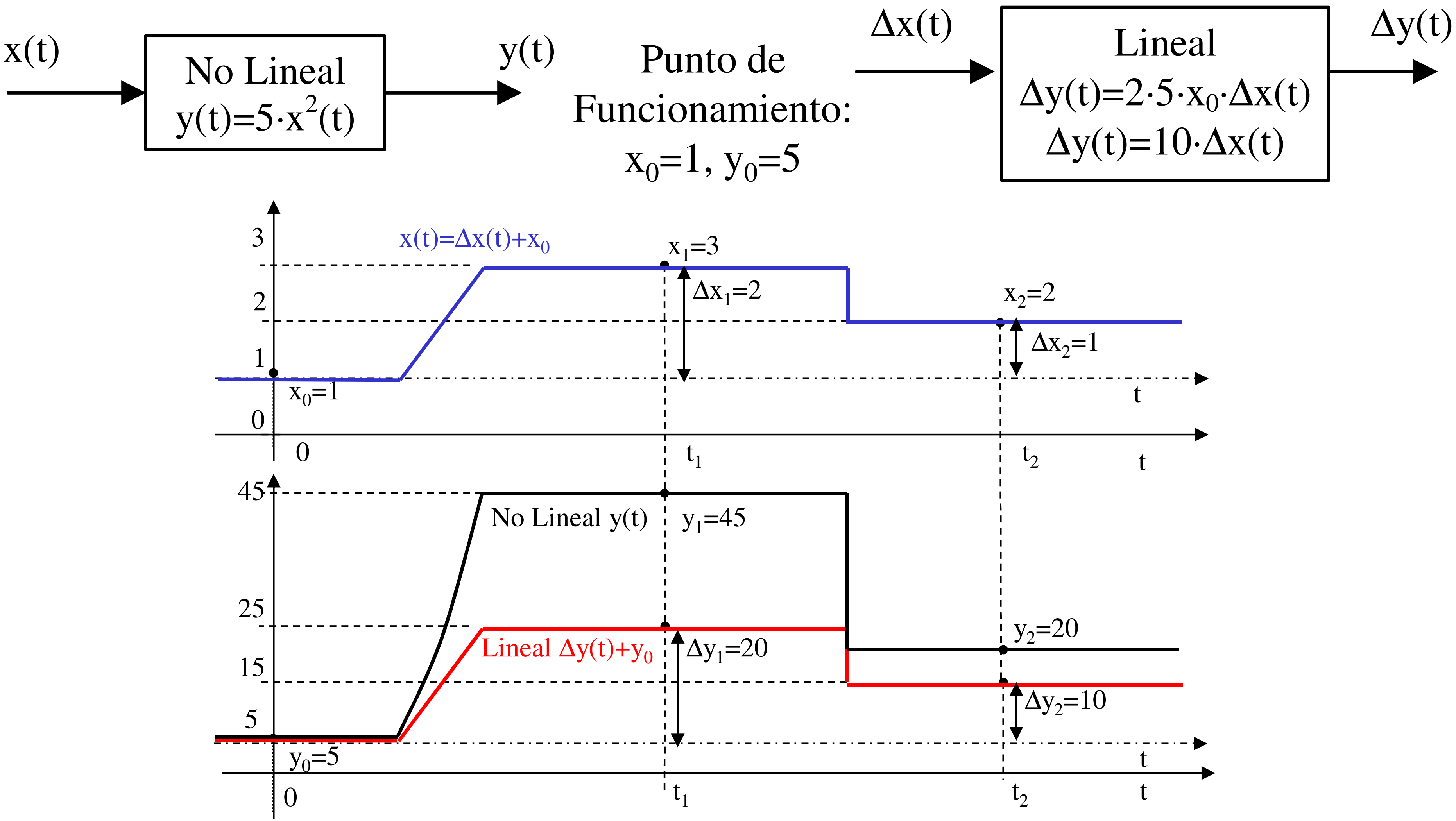
$\Delta x_n(t) = x_n(t) - x_{n0}$ incremento de $x_n(t)$

$$C_1 = \left.\frac{\partial F}{\partial x_1(t)}\right]_0 ; \dots ; C_n = \left.\frac{\partial F}{\partial x_n(t)}\right]_0$$

$$\boxed{\text{Ecuación Lineal:} \quad C_1 \cdot \Delta x_1(t) + C_2 \cdot \Delta x_2(t) + \dots + C_n \cdot \Delta x_n(t) = 0}$$

Resultados de la linealización

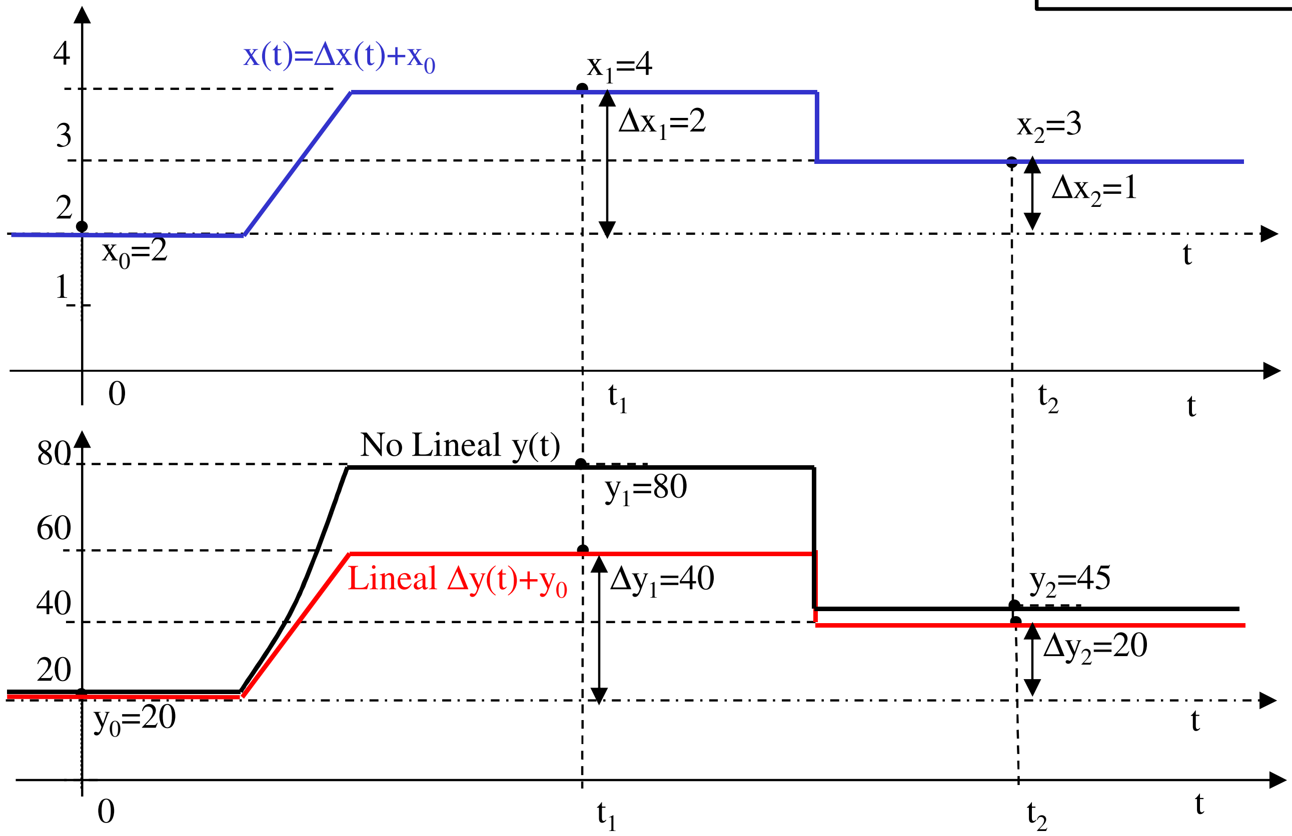
- Ventajas:
  - –Elimina las no linealidades en las ecuaciones
  - –Elimina las constantes independientes
  - –Las variables quedan referidas a un sistema de ejes centrados en el punto de funcionamiento elegido
  - –Se simplifica el manejo de las condiciones iniciales
- Inconvenientes:
  - –Habrá errores de calculo de valores fuera del punto de funcionamiento
  - –Generalmente los errores son mayores cuanto más se aleja el estado del sistema del punto de funcionamiento elegido
  - –Hay tantas posibles aproximaciones lineales como puntos de funcionamiento
- Conclusión: Habrá un modelo distinto para cada punto de funcionamiento y cada modelo sólo es válido para pequeñas variaciones alrededor del punto de funcionamiento.


x(t)
No Lineal
y(t)=5·x²(t)
y(t)
Punto de Funcionamiento:
x₀=1, y₀=5
Δx(t)
Lineal
Δy(t)=2·5·x₀·Δx(t)
Δy(t)=10·Δx(t)
Δy(t)
3
2
1
0
x(t)=Δx(t)+x₀
x₁=3
Δx₁=2
x₂=2
Δx₂=1
x₀=1
t
0
t₁
t₂
t
45
25
15
5
No Lineal y(t)
y₁=45
Lineal Δy(t)+y₀
Δy₁=20
y₂=20
Δy₂=10
y₀=5
t
0
t₁
t₂
t

$x(t)$ → **No Lineal** $y(t)=5\cdot x^2(t)$ → $y(t)$

Punto de Funcionamiento: $x_0=2$, $y_0=20$

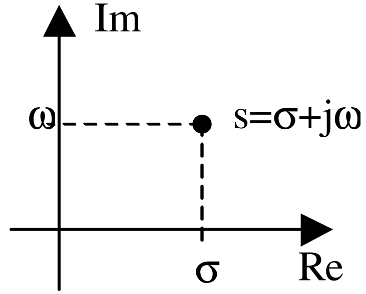
$\Delta x(t)$ → **Lineal** $\Delta y(t)=2\cdot 5\cdot x_0\cdot\Delta x(t)$, $\Delta y(t)=20\cdot\Delta x(t)$ → $\Delta y(t)$



Transformada de Laplace

- Transformada:

$$f(t) \xrightarrow{\mathrm{L}} F(s) = \mathrm{L}[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-s \cdot t} dt \qquad s = \sigma + j \cdot \omega$$



- Condición de existencia:

$$\int_0^{\infty} \left| f(t) \cdot e^{-\sigma \cdot t} \right| dt < \infty$$

- Transformada inversa: (resolución mediante descomposición en fracciones simples y el uso de tablas)

$$F(s) \xrightarrow{\mathrm{L}^{-1}} f(t) = \mathrm{L}^{-1}[F(s)] = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma - j\omega}^{\sigma + j\omega} F(s) \cdot e^{s \cdot t} ds$$

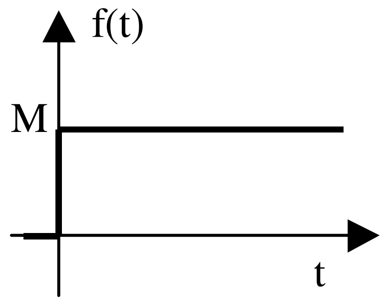
Tabla de Transformadas de Laplace

	$F(s)$	$f(t)\quad t\geq 0\quad (f(t)=0 \text{ para } t<0)$	Observaciones
1	1	$\delta(t)$	Impulso de Dirac
2	e^{-Ts}	$\delta(t-T)$	Impulso de Dirac retrasado T segundos
3	$\frac{1}{s}$	$u_0(t)$	Escalón unitario
4	$\frac{1}{s}e^{-Ts}$	$u_0(t-T)$	Escalón unitario retrasado T segundos
5	$\frac{1}{s^2}$	t	Rampa unidad $tu_0(t)$
6	$\frac{1}{s^n}$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$	n = 1, 2, 3, … 0! = 1
7	$\frac{1}{s+a}$	e^{-at}	$e^{-at}u_0(t)$
8	$\frac{1}{(s+a)^2}$	te^{-at}	$te^{-at}u_0(t)$
9	$\frac{1}{(s+a)^n}$	$\frac{1}{(n-1)!}t^{n-1}e^{-at}$	n = 1, 2, 3, … 0! = 1
10	$\frac{1}{(s+a)(s+b)}$	$\frac{1}{b-a}(e^{-at}-e^{-bt})$	Polos reales
11	$\frac{1}{s(s+a)}$	$\frac{1}{a}(1-e^{-at})$	(Como 10 con b=0)
12	$\frac{s+z}{(s+a)(s+b)}$	$\frac{1}{b-a}\left[(z-a)e^{-at}-(z-b)e^{-bt}\right]$	Polos reales
13	$\frac{s}{(s+a)(s+b)}$	$\frac{1}{a-b}\left[ae^{-at}-be^{-bt}\right]$	(Como 12 con z=0)
14	$\frac{1}{(s+a)(s+b)(s+c)}$	$\frac{e^{-at}}{(b-a)(c-a)}+\frac{e^{-bt}}{(c-b)(a-b)}+\frac{e^{-ct}}{(a-c)(b-c)}$	(Particularizable para c=0)
15	$\frac{(s+z)}{(s+a)(s+b)(s+c)}$	$\frac{(z-a)e^{-at}}{(b-a)(c-a)}+\frac{(z-b)e^{-bt}}{(c-b)(a-b)}+\frac{(z-c)e^{-ct}}{(a-c)(b-c)}$	(Particularizable para c=0 ó z=0)
16	$\frac{1}{s^2(s+a)}$	$\frac{1}{a^2}(at-1+e^{-at})$	
17	$\frac{1}{s(s+a)^2}$	$\frac{1}{a^2}(1-e^{-at}-ate^{-at})$	
18	$\frac{s+z}{s(s+a)^2}$	$\frac{1}{a^2}(z-ze^{-at}+a(a-z)te^{-at})$	
19	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$	$sen(\omega t)$	Polos imaginarios puros
20	$\frac{s}{s^2+\omega^2}$	$\cos(\omega t)$	Polos imaginarios puros
21	$\frac{s+z}{s^2+\omega^2}$	$\sqrt{\frac{z^2+\omega^2}{\omega^2}}sen(\omega t+\phi)\quad \phi=\tan^{-1}\left(\frac{\omega}{z}\right)$	Polos imaginarios puros
22	$\frac{1}{s(s^2+\omega^2)}$	$\frac{1}{\omega^2}(1-\cos(\omega t))$	
23	$\frac{s+z}{s(s^2+\omega^2)}$	$\frac{z}{\omega^2}-\sqrt{\frac{z^2+\omega^2}{\omega^4}}\cos(\omega t+\phi)\quad \phi=\tan^{-1}\left(\frac{\omega}{z}\right)$	
24	$\frac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$	$e^{-at}sen(\omega t)$	Polos complejos
25	$\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}$	$e^{-at}\cos(\omega t)$	Polos complejos
26	$\frac{s+z}{(s+a)^2+\omega^2}$	$\sqrt{\frac{(z-a)^2+\omega^2}{\omega^2}}e^{-at}sen(\omega t+\phi)\quad \phi=\tan^{-1}\left(\frac{\omega}{z-a}\right)$	Polos complejos
27	$\frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$	$\frac{\omega_n}{\sqrt{1-\xi^2}}e^{-\xi\omega_n t}sen\left(\omega_n\sqrt{1-\xi^2}\,t\right)$	Polos complejos (equivalente a 24)
28	$\frac{s}{(s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2)}$	$-\frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}}e^{-\xi\omega_n t}sen\left(\omega_n\sqrt{1-\xi^2}\,t+\phi\right)\quad \phi=\cos^{-1}\xi$	Polos complejos
29	$\frac{\omega_n^2}{s(s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2)}$	$1-\frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}}e^{-\xi\omega_n t}sen\left(\omega_n\sqrt{1-\xi^2}\,t+\phi\right)\quad \phi=\cos^{-1}\xi$	

Transformadas de funciones típicas (I)

- Función escalón:

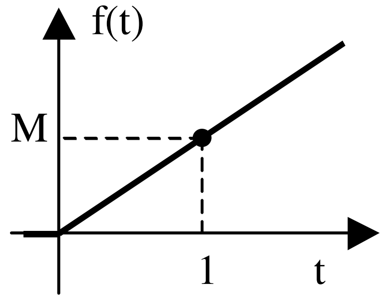
$$f(t) = M \cdot u_0(t) = \begin{cases} 0 \text{ para } t < 0 \\ M \text{ para } t \geq 0 \end{cases} \qquad F(s) = \frac{M}{s}$$



$$\text{Función escalón unitario}: u_0(t) = \begin{cases} 0 \text{ para } t < 0 \\ 1 \text{ para } t \geq 0 \end{cases} \qquad U_0(s) = \frac{1}{s}$$

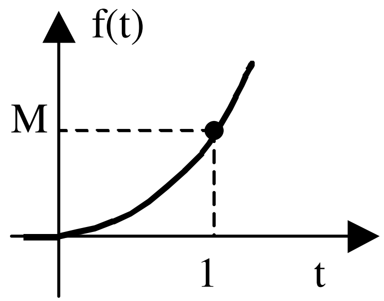
- Función rampa:

$$f(t) = M \cdot t \cdot u_0(t) = \begin{cases} 0 \text{ para } t < 0 \\ M \cdot t \text{ para } t \geq 0 \end{cases} \qquad F(s) = \frac{M}{s^2}$$



- Funciones parabólicas:

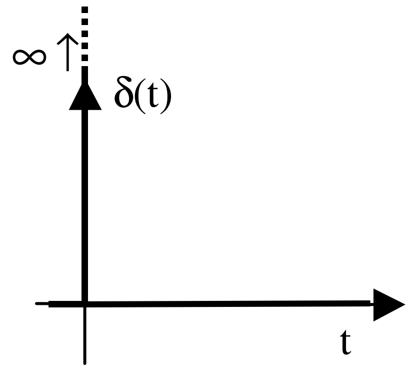
$$f(t) = M \cdot t^m \cdot u_0(t) = \begin{cases} 0 \text{ para } t < 0 \\ M \cdot t^m \text{ para } t \geq 0 \end{cases} \qquad F(s) = \frac{M \cdot m!}{s^{m+1}}$$



Transformadas de funciones típicas (II)

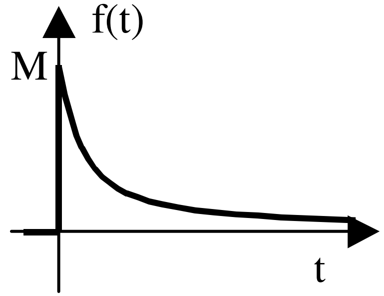
- Función impulso de Dirac:

$$\delta(t)=\begin{cases}0 \text{ para } t<0\\ \infty \text{ para } t=0\\ 0 \text{ para } t>0\end{cases} \qquad \Delta(s)=1$$



- Funciones exponenciales:

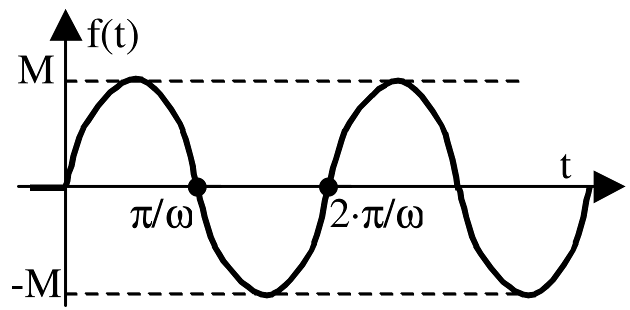
$$f(t)=M\cdot e^{-a\cdot t}\cdot u_0(t)=\begin{cases}0 \text{ para } t<0\\ M\cdot e^{-a\cdot t} \text{ para } t\geq 0\end{cases} \qquad F(s)=\frac{M}{s+a}$$



- Función senoidal:

$$f(t)=M\cdot \mathrm{sen}(\omega\cdot t)\cdot u_0(t)=\begin{cases}0 \text{ para } t<0\\ M\cdot \mathrm{sen}(\omega\cdot t) \text{ para } t\geq 0\end{cases}$$

$$F(s)=\frac{M\cdot\omega}{s^2+\omega^2}$$



Propiedades de la Transformada de Laplace (I)

- Linealidad:

$$\left.\begin{aligned} F(s) &= \mathcal{L}[f(t)] \\ G(s) &= \mathcal{L}[g(t)] \end{aligned}\right\} \Rightarrow \mathcal{L}[\alpha \cdot f(t) + \beta \cdot g(t)] = \alpha \cdot F(s) + \beta \cdot G(s)$$

- Derivación en el tiempo:

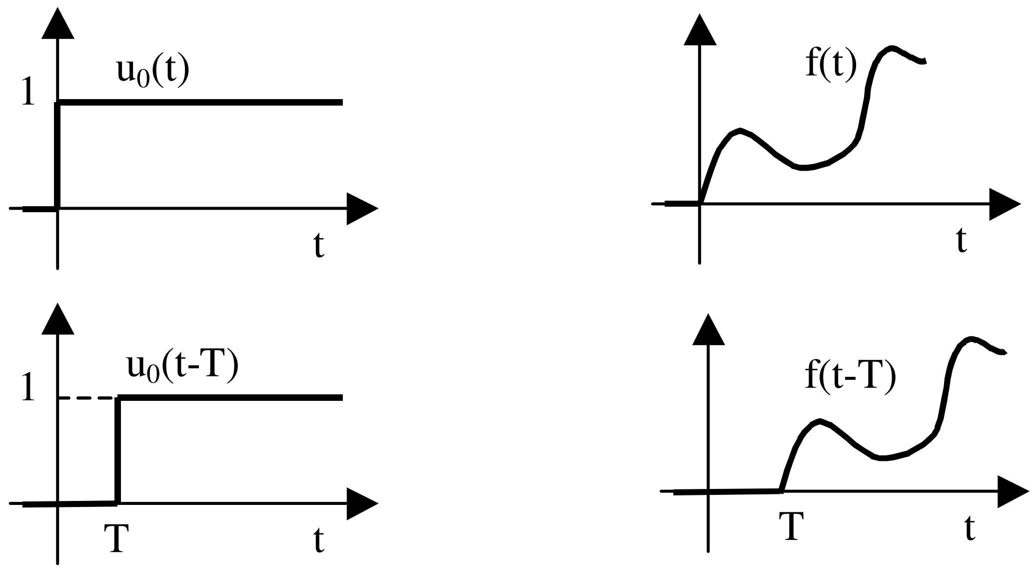
$$F(s) = \mathcal{L}[f(t)] \Rightarrow \mathcal{L}\left[\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right] = s^n \cdot F(s) + cte$$

- Integración en el tiempo:

$$\left.\begin{aligned} F(s) &= \mathcal{L}[f(t)] \\ f^{-1}(t) &= \int_0^t f(t) \cdot dt \end{aligned}\right\} \Rightarrow \mathcal{L}[f^{-1}(t)] = \frac{F(s)}{s} + cte$$

Propiedades de la Transformada de Laplace (II)

- Desplazamiento en el tiempo: $F(s)=\mathrm{L}[f(t)] \Rightarrow \mathrm{L}\left[f(t-T)\right]=e^{-T\cdot s}\cdot F(s)$



- Desplazamiento en el plano complejo:

$$F(s)=\mathrm{L}[f(t)] \Rightarrow \mathrm{L}^{-1}\left[F(s\pm a)\right]=e^{\mp a\cdot t}\cdot f(t)$$

Teoremas de la Transformada de Laplace

- Teorema del valor inicial:

$$f(0^+) = lim_{t\to 0^+} f(t) = lim_{s\to\infty} s \cdot F(s)$$

- Teorema del valor final:

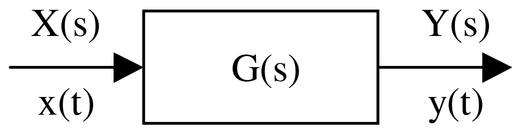
si existe $lim_{t\to\infty} f(t) \Rightarrow f(\infty) = lim_{t\to\infty} f(t) = lim_{s\to 0} s \cdot F(s)$

- Teorema de convolución:

$$\left.\begin{aligned} F(s) &= \mathrm{L}[f(t)] \\ G(s) &= \mathrm{L}[g(t)] \end{aligned}\right\} \Rightarrow F(s) \cdot G(s) = \mathrm{L}[f(t) * g(t)]$$

$$f(t) * g(t) = \int_0^t f(t-\tau) \cdot g(\tau) \cdot d\tau = \int_0^t g(t-\tau) \cdot f(\tau) \cdot d\tau$$

Concepto de Función de Transferencia (I)



"La Función de transferencia (FdT) de un sistema es el cociente entre la transformada de Laplace de la variable de salida y la transformada de Laplace de la variable de entrada, considerando nulas las condiciones iniciales"

$$a_0 \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \ldots + a_n y(t) = b_0 \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \ldots + b_m x(t)$$

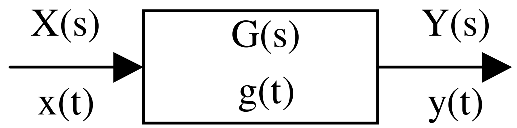
$$\left[a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots + a_{n-1} s + a_n\right] Y(s) = \left[b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \ldots + b_{m-1} s + b_m\right] X(s)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \ldots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots + a_{n-1} s + a_n}$$

La ecuación diferencial caracteriza el comportamiento del sistema en el dominio del tiempo y con las transformadas de Laplace se pasa al dominio complejo.

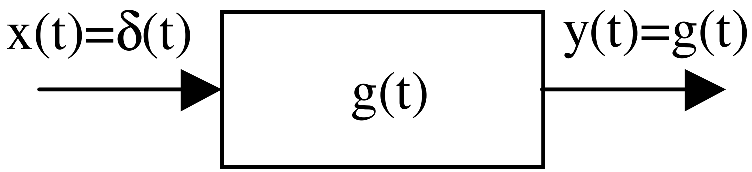
Se pasa de ecuaciones diferenciales ordinarias a algebraicas en la variable compleja *s*.

Concepto de Función de Transferencia (II)



$$G(s) = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \ldots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots + a_{n-1} s + a_n}$$

- Polinomio característico: $a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots + a_{n-1} s + a_n = 0$ polos del sistema
- Raíces del numerador: $b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \ldots + b_{m-1} s + b_m = 0$ ceros del sistema
- Un sistema físico es realizable si a_i y b_i son números reales y n≥m (tiene igual o mayor número de polos que de ceros)
- La antitransformada de G(s), g(t), es la “función ponderatriz” o “respuesta impulsional” del sistema:



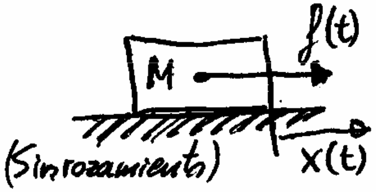
$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[G(s)\right]$$

$$Y(s) = G(s) \cdot X(s)$$

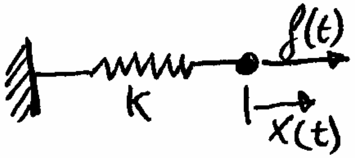
$$y(t) = g(t) * x(t)$$ (convolución en el tiempo)

$$F(s) \longrightarrow \boxed{G(s)} \longrightarrow X(s)$$

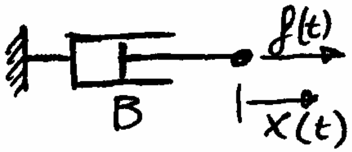
Sistemas mecánicos de traslación



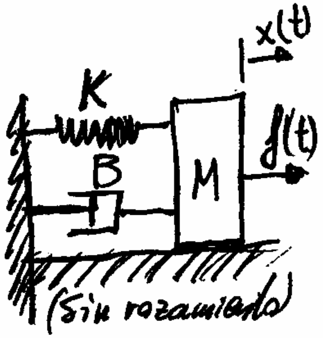
$$f(t) = \frac{dx^2(t)}{dt^2}\cdot M \qquad F(s) = Ms^2X(s) \qquad \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{Ms^2}$$



$$f(t) = K\cdot x(t) \qquad F(s) = K\cdot X(s) \qquad \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{K}$$



$$f(t) = \frac{dx(t)}{dt}\cdot B \qquad F(s) = B\cdot sX(s) \qquad \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{B\cdot s}$$

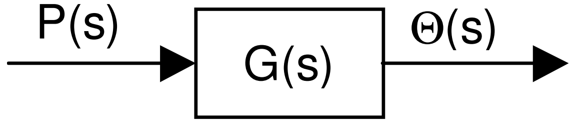


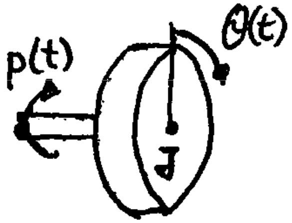
$$f(t) = \frac{d^2x(t)}{dt^2}\cdot M + \frac{dx(t)}{dt} B + x(t)\cdot K$$

$$F(s) = (M\cdot s^2 + B\cdot s + K)\cdot X(s) \qquad \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{Ms^2 + B\cdot s + K}$$

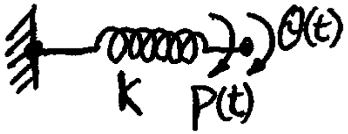
$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} \qquad a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{dx^2(t)}{dt^2} \qquad A(s) = s\cdot V(s) = s^2\cdot X(s)$$

Sistemas mecánicos de rotación

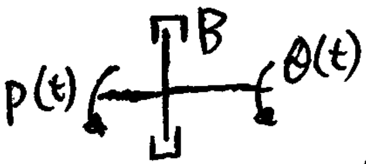




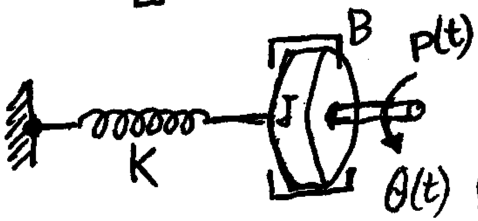
$$p(t) = \frac{d\theta^2(t)}{dt^2} \cdot J \qquad P(s) = J \cdot s^2 \cdot \Theta(s) \qquad \frac{\Theta(s)}{P(s)} = \frac{1}{Js^2}$$



$$p(t) = K \cdot \theta(t) \qquad P(s) = K\,\Theta(s) \qquad \frac{\Theta(s)}{P(s)} = \frac{1}{K}$$



$$p(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} \cdot B \qquad P(s) = B \cdot s \cdot \Theta(s) \qquad \frac{\Theta(s)}{P(s)} = \frac{1}{B \cdot s}$$

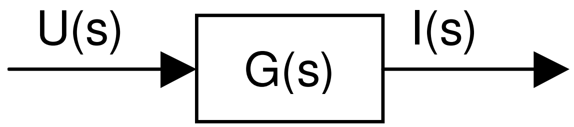


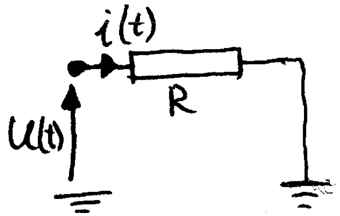
$$p(t) = \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} \cdot J + \frac{d\theta(t)}{dt} \cdot B + \theta(t) \cdot K \qquad \frac{\Theta(s)}{P(s)} = \frac{1}{Js^2 + B \cdot s + K}$$

$$P(s) = Js^2\,\Theta(s) + B \cdot s\,\Theta(s) + K\,\Theta(s)$$

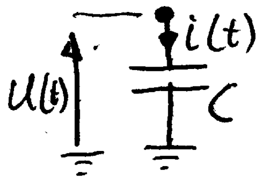
$$\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} \qquad \alpha(t) = \frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{d\theta^2(t)}{dt^2} \qquad \alpha(s) = s \cdot W(s) = s^2\,\Theta(s)$$

Sistemas eléctricos

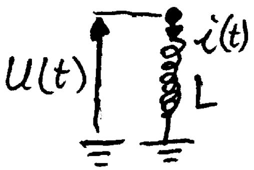




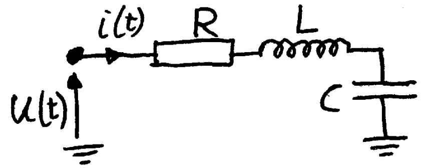
$$u(t) = R\cdot i(t)$$
$$U(s) = R\,I(s)$$
$$\frac{I(s)}{U(s)} = \frac{1}{R}$$



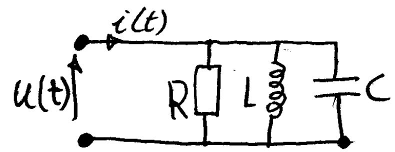
$$u(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i(t)\,dt$$
$$U(s) = \frac{1}{C\cdot s}\,I(s)$$
$$\frac{I(s)}{U(s)} = C\cdot s$$



$$u(t) = L\,\frac{di(t)}{dt}$$
$$U(s) = L\cdot s\,I(s)$$
$$\frac{I(s)}{U(s)} = \frac{1}{L\cdot s}$$



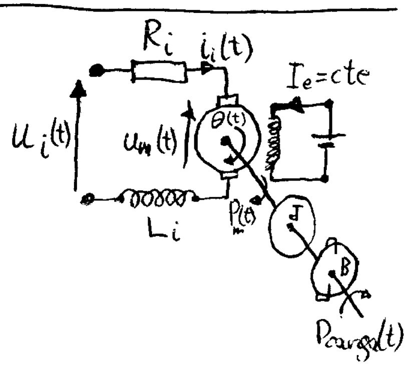
$$u(t) = R\cdot i(t) + L\,\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}\int_0^t i(t)\,dt$$
$$U(s) = R\cdot I(s) + L\cdot s\cdot I(s) + \frac{1}{C\cdot s}\,I(s)$$
$$\frac{I(s)}{U(s)} = \frac{1}{R + L\cdot s + \frac{1}{C\cdot s}}$$



$$i(t) = \frac{u(t)}{R} + \frac{1}{L}\int_0^t u(t)\,dt + C\,\frac{du(t)}{dt}$$
$$I(s) = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{L\cdot s} + C\cdot s\right)U(s)$$
$$\frac{I(s)}{U(s)} = \frac{1}{R} + \frac{1}{L\cdot s} + C\cdot s$$

Sistemas electromecánicos

Motor de c.c. controlado por Inducido



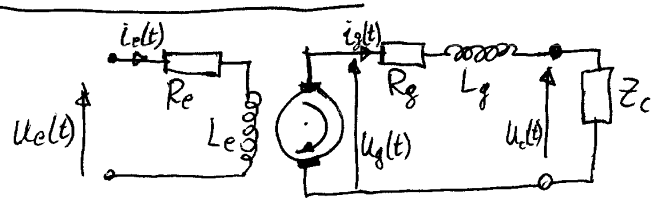
$$u_i(t) = R_i\, i_i(t) + L_i \frac{d i_i(t)}{dt} + u_m(t)$$

$$u_m(t) = K_c \frac{d\theta(t)}{dt} = K_c\, \omega(t)$$

$$P_m(t) = K_p \cdot i_i(t)$$

$$P_m(t) = J \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + B \frac{d\theta(t)}{dt} + P_{carga}(t)$$

Generador de c.c.

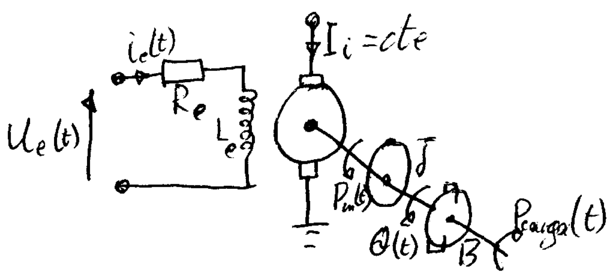


$$u_e(t) = R_e \cdot i_e(t) + L_e \frac{d i_e(t)}{dt}$$

$$u_g(t) = K_g \cdot i_e(t)$$

$$u_g(t) = R_g \cdot i_g(t) + L_g \frac{d i_g(t)}{dt} + u_c(t)$$

Motor de c.c. controlado por excitación

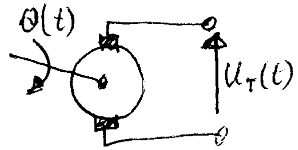


$$u_e(t) = R_e\, i_e(t) + L_e \frac{d i_e(t)}{dt}$$

$$P_m(t) = K_p\, i_e(t)$$

$$P_m(t) = J \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + B \frac{d\theta(t)}{dt} + P_{carga}(t)$$

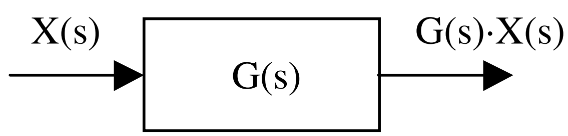
Dinamo Tacométrica o Tacodinamo



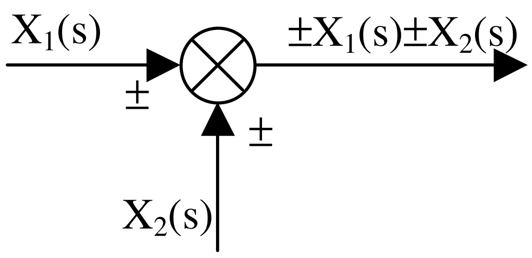
$$u_T(t) = K_T \cdot \frac{d\theta(t)}{dt} = K_T\, \omega(t)$$

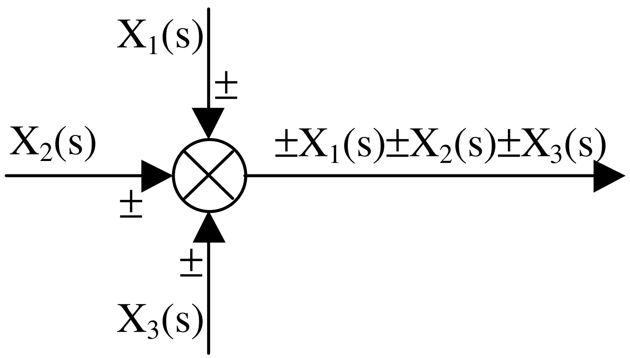
Diagrama Funcional o de Bloques

- Bloque con Función de Transferencia:

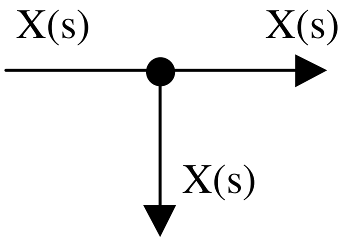


- Sumadores o Comparadores:



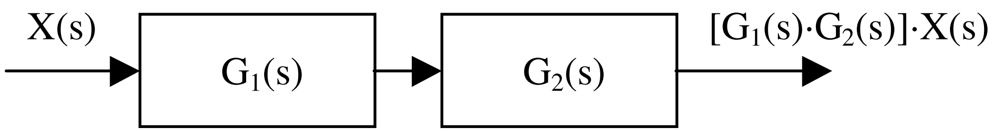


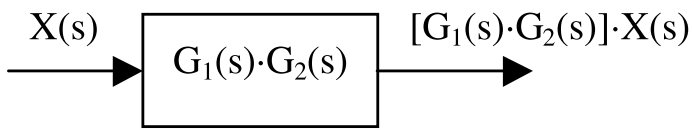
- Puntos de Bifurcación:



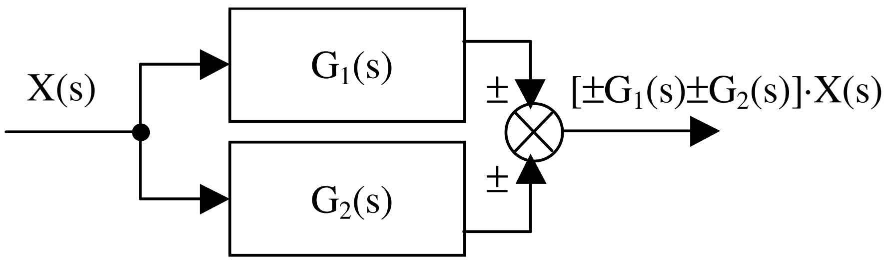
Reducción de un Diagrama de Bloques

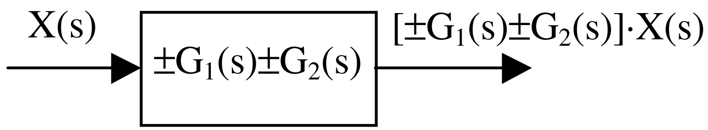
- Bloques en serie o cascada:



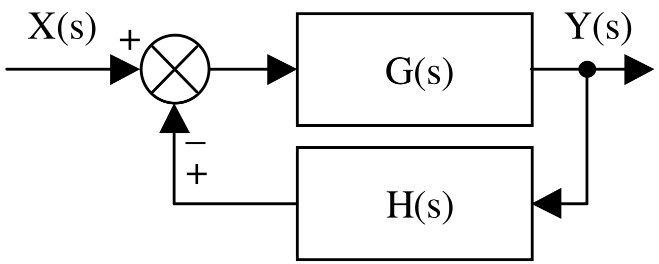


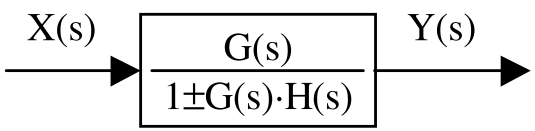
- Bloques en paralelo:



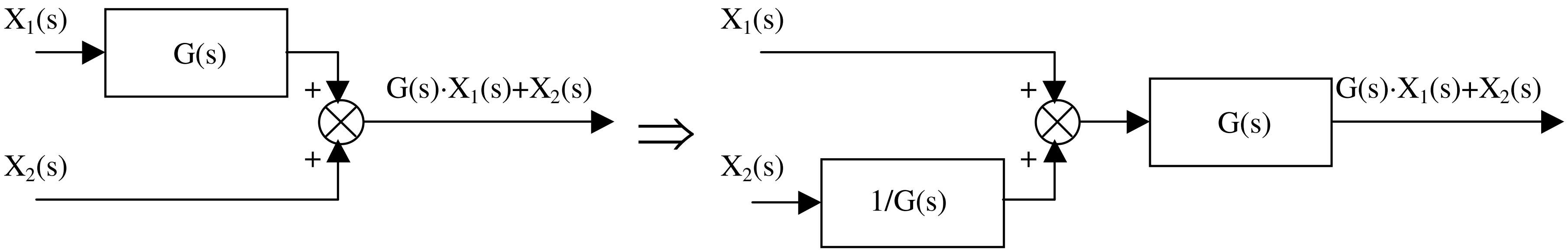


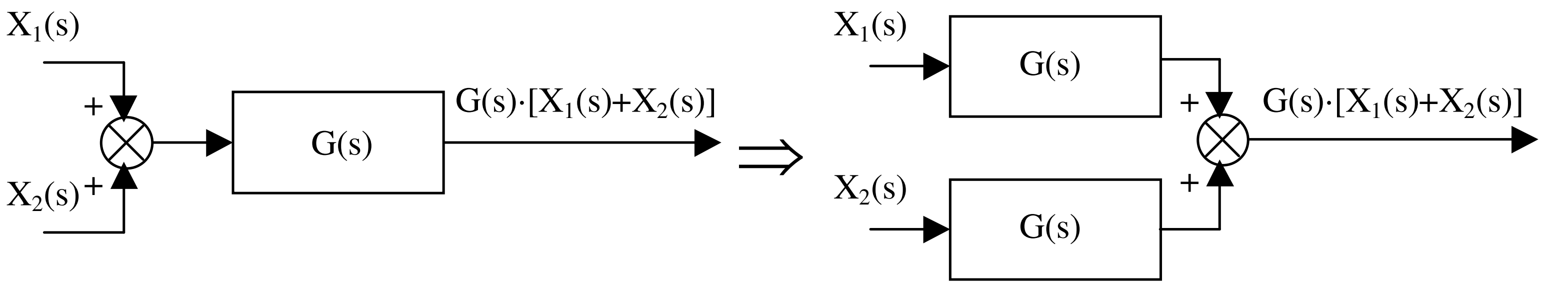
- Lazo de realimentación:

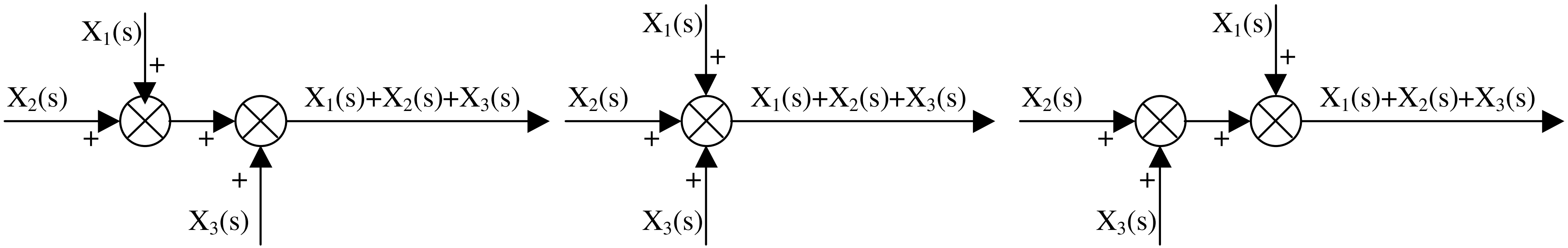




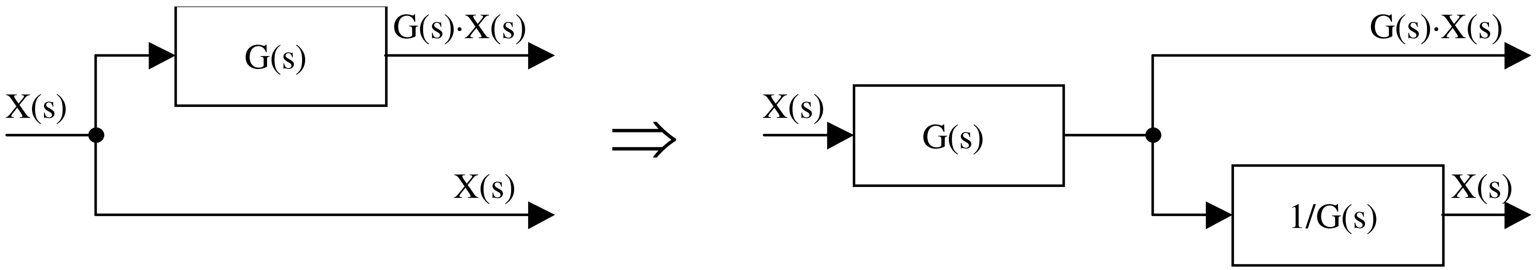
Operaciones con Sumadores

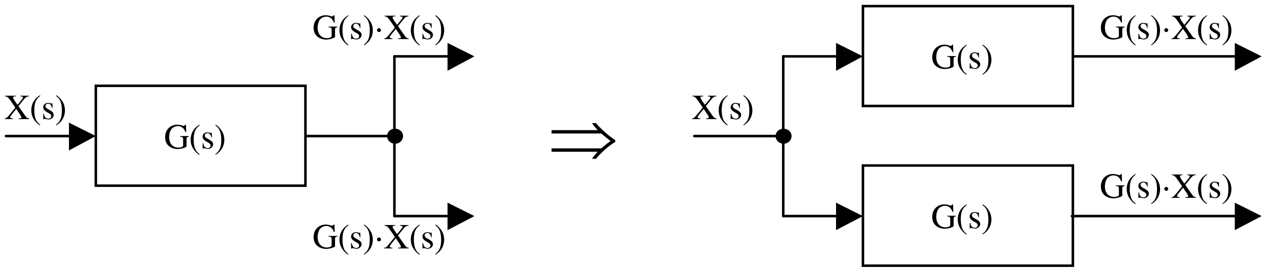




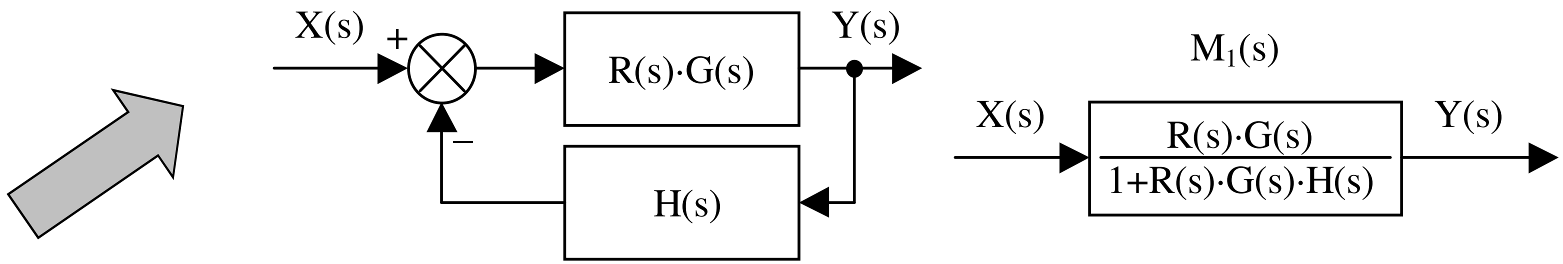


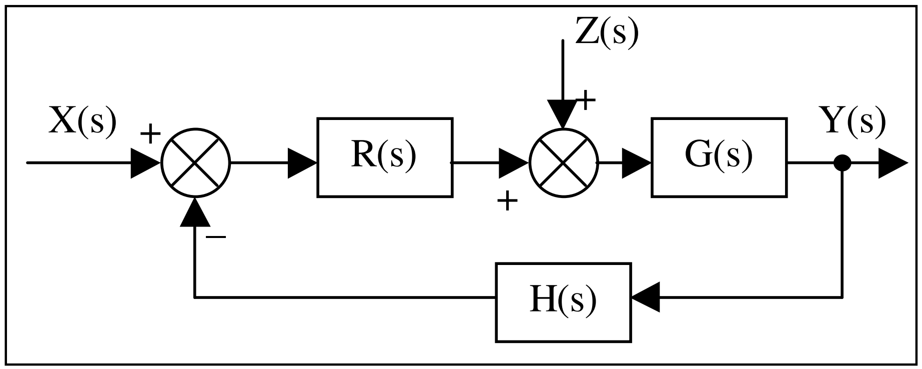
Operaciones con Puntos de Bifurcación



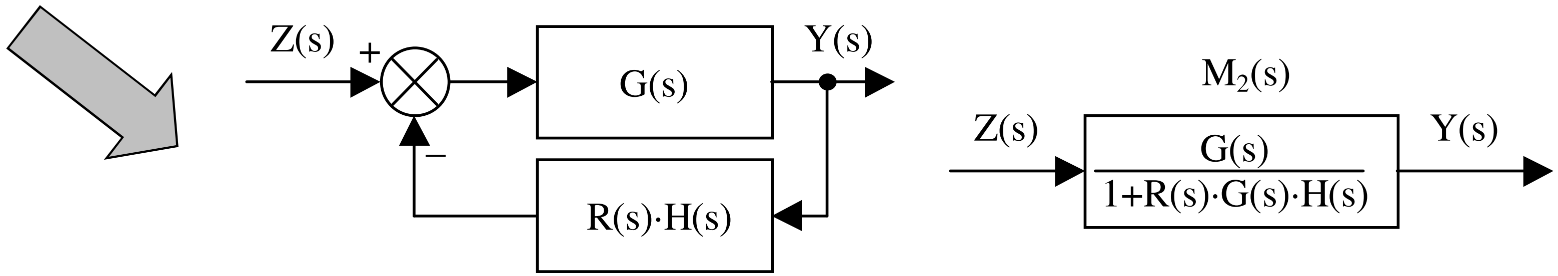


Principio de Superposición





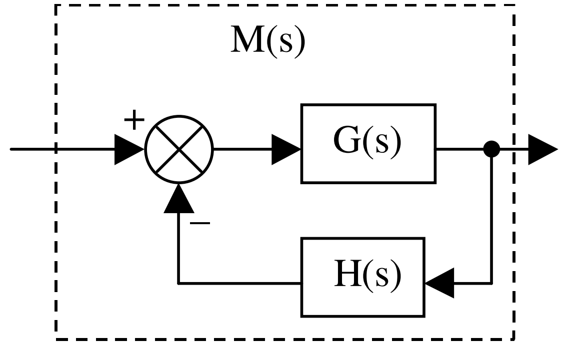
$$Y(s)= M_1(s)\cdot X(s)+ M_2(s)\cdot Z(s)$$



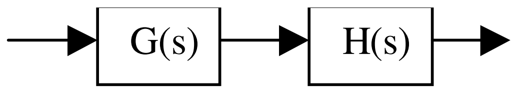
Descripción de un Bucle de Realimentación

- Cadena cerrada: M(s)

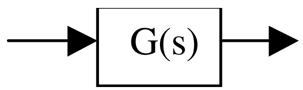
$$M(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)\cdot H(s)}$$



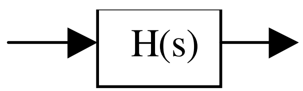
- Cadena abierta: G(s)·H(s)



- Cadena directa: G(s)



- Realimentación: H(s)



Consejos para la Construcción del Diagrama de Bloques

- Empezar por una ecuación que contenga la variable de entrada y despejar una de las otras variables. La variable despejada quedará como salida del bloque y las otras variables de la ecuación como entradas.
- Seguir con una ecuación donde aparezca la variable despejada de la ecuación anterior y proceder igual que con la primera, despejando otra de las variables.
- Si al representar una ecuación se deja abierta como entrada una variable que no es entrada o perturbación del sistema, prever que ha de obtenerse despejándola de alguna de las ecuaciones restantes.
- Marcar las ecuaciones usadas para no utilizarlas dos veces.
- Es posible tomar caminos diferentes según que variable se decida despejar de cada ecuación y, por lo tanto, llegar a diagramas de bloques diferentes, pero que serán equivalentes y darán lugar a las mismas Funciones de Transferencia entre las entradas y salidas del sistema.
- En caso de poder elegir, es preferible tomar el camino que dé bloques con función de transferencia realizable (número de polos ≥ número de ceros).