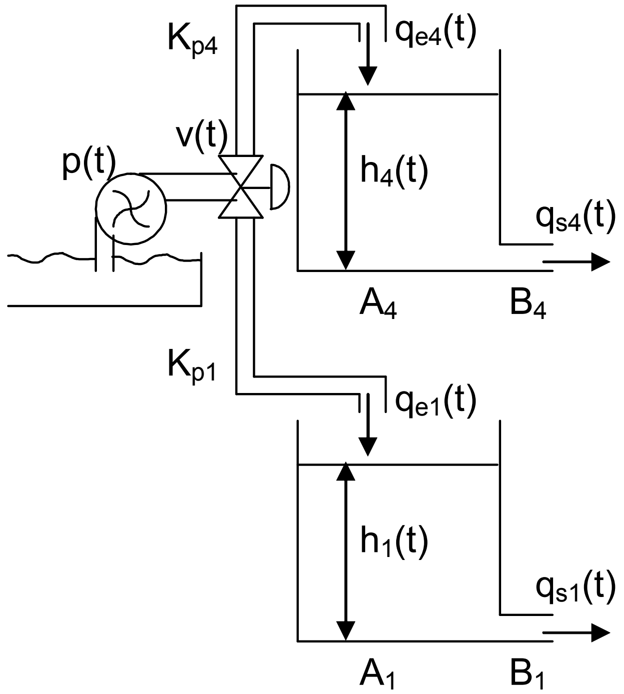
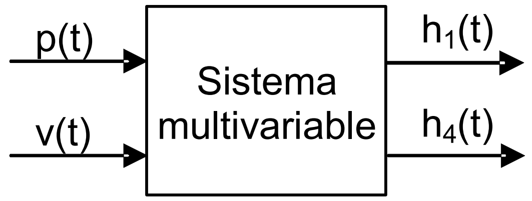
Sistema Multivariable





($p(t)$, $v(t)$, $h_1(t)$ y $h_4(t)$ varían entre 0 y 100%)

Modelo no lineal invariante:
(Constantes del deposito "1" y del "4")

$$\begin{cases} K_{p1}, K_{p4} & \text{cte. bomba} \\ A_1, A_4 & \text{área} \\ B_1, B_4 & \text{sec ción} \\ g & \text{gravedad} \end{cases}$$

Universidad de Oviedo
DISEÑO DE SISTEMAS DE CONTROL POR COMPUTADOR
INGENIERÍA DE SISTEMAS Y AUTOMÁTICA

Sistema Multivariable

Modelo no lineal en ecuaciones diferenciales:

Depósito "1":

$$\begin{cases} q_{e1}(t) = K_{p1} \cdot p(t) \cdot \dfrac{(100 - v(t))}{100} \\ \dfrac{dh_1(t)}{dt} = 500 \cdot \dfrac{q_{e1}(t) - q_{s1}(t)}{A_b} \\ q_{s1}(t) = B_1 \cdot \sqrt{\dfrac{2 \cdot g \cdot h_1(t)}{500}} \end{cases}$$

Depósito "4":

$$\begin{cases} q_{e4}(t) = K_{p4} \cdot p(t) \cdot \dfrac{v(t)}{100} \\ \dfrac{dh_4(t)}{dt} = 500 \cdot \dfrac{q_{e4}(t) - q_{s4}(t)}{A_4} \\ q_{s4}(t) = B_4 \cdot \sqrt{\dfrac{2 \cdot g \cdot h_4(t)}{500}} \end{cases}$$

Simplificando:

$$\begin{cases} \dfrac{A_1}{500} \cdot \dfrac{dh_1(t)}{dt} = \dfrac{K_{p1}}{100} \cdot p(t) \cdot (100 - v(t)) - B_1 \cdot \sqrt{\dfrac{2 \cdot g \cdot h_1(t)}{500}} \\ \dfrac{A_4}{500} \cdot \dfrac{dh_4(t)}{dt} = \dfrac{K_{p4}}{100} \cdot p(t) \cdot v(t) - B_4 \cdot \sqrt{\dfrac{2 \cdot g \cdot h_4(t)}{500}} \end{cases}$$

Sistema Multivariable

Punto de funcionamiento (condiciones de equilibrio):

Depósito "1":

$$\left.\begin{aligned} q_{e10} &= K_{p1}\cdot p_0\cdot\frac{(100 - v_0)}{100} \\ 0 &= q_{e10} - q_{s10} \\ q_{s10} &= B_1\cdot\sqrt{\frac{2\cdot g\cdot h_{10}}{500}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow q_{e10} = q_{s10} \Rightarrow K_{p1}\cdot p_0\cdot\frac{(100 - v_0)}{100} = B_1\cdot\sqrt{\frac{2\cdot g\cdot h_{10}}{500}}$$

Depósito "4":

$$\left.\begin{aligned} q_{e40} &= K_{p4}\cdot p_0\cdot\frac{v_0}{100} \\ 0 &= q_{e40} - q_{s40} \\ q_{s40} &= B_4\cdot\sqrt{\frac{2\cdot g\cdot h_{40}}{500}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow q_{e40} = q_{s40} \Rightarrow K_{p4}\cdot p_0\cdot\frac{v_0}{100} = B_4\cdot\sqrt{\frac{2\cdot g\cdot h_{40}}{500}}$$

Sistema Multivariable

Modelo lineal en ecuaciones diferenciales:

$$\frac{A_1}{500}\cdot\frac{d\Delta h_1(t)}{dt} = \frac{K_{p1}}{100}\cdot((100 - v_0)\cdot\Delta p(t) - p_0\Delta v(t)) - B_1\cdot\sqrt{\frac{g}{10^3\cdot h_{10}}}\cdot\Delta h_1(t)$$

$$\frac{A_4}{500}\cdot\frac{d\Delta h_4(t)}{dt} = \frac{K_{p4}}{100}\cdot(v_0\cdot\Delta p(t) + p_0\Delta v(t)) - B_4\cdot\sqrt{\frac{g}{10^3\cdot h_{40}}}\cdot\Delta h_4(t)$$

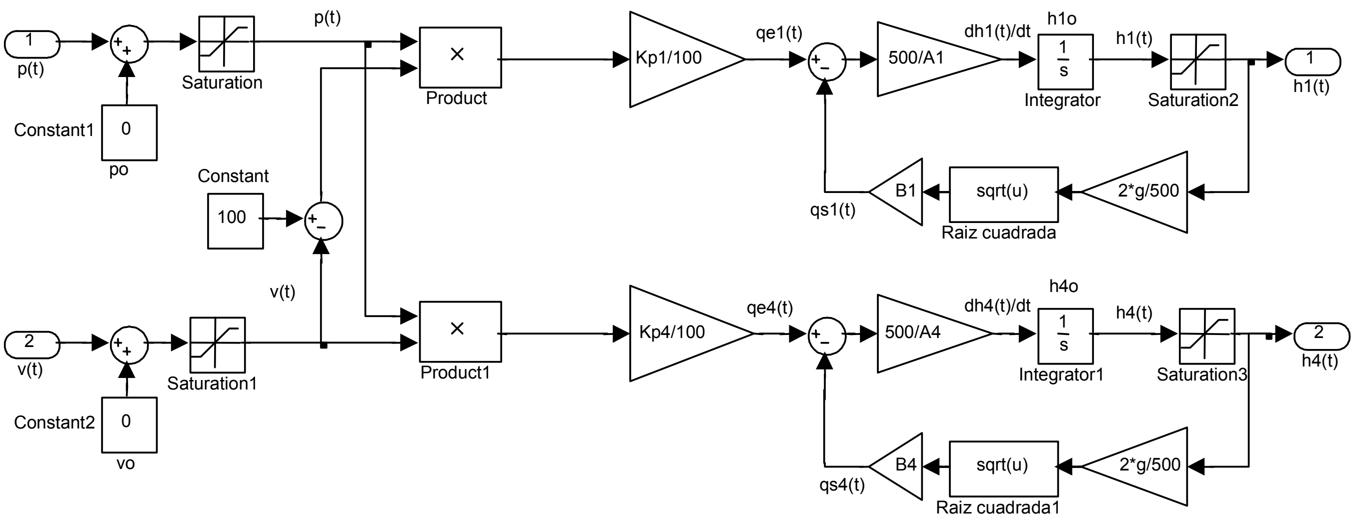
Modelo lineal en ecuaciones de Laplace:

$$\frac{A_1}{500}\cdot s\cdot H_1(s) = \frac{K_{p1}}{100}\cdot((100 - v_0)\cdot P(s) - p_0\cdot V(s)) - B_1\cdot\sqrt{\frac{g}{10^3\cdot h_{10}}}\cdot H_1(s)$$

$$\frac{A_4}{500}\cdot s\cdot H_4(s) = \frac{K_{p4}}{100}\cdot(v_0\cdot P(s) + p_0\cdot V(s)) - B_4\cdot\sqrt{\frac{g}{10^3\cdot h_{40}}}\cdot H_4(s)$$

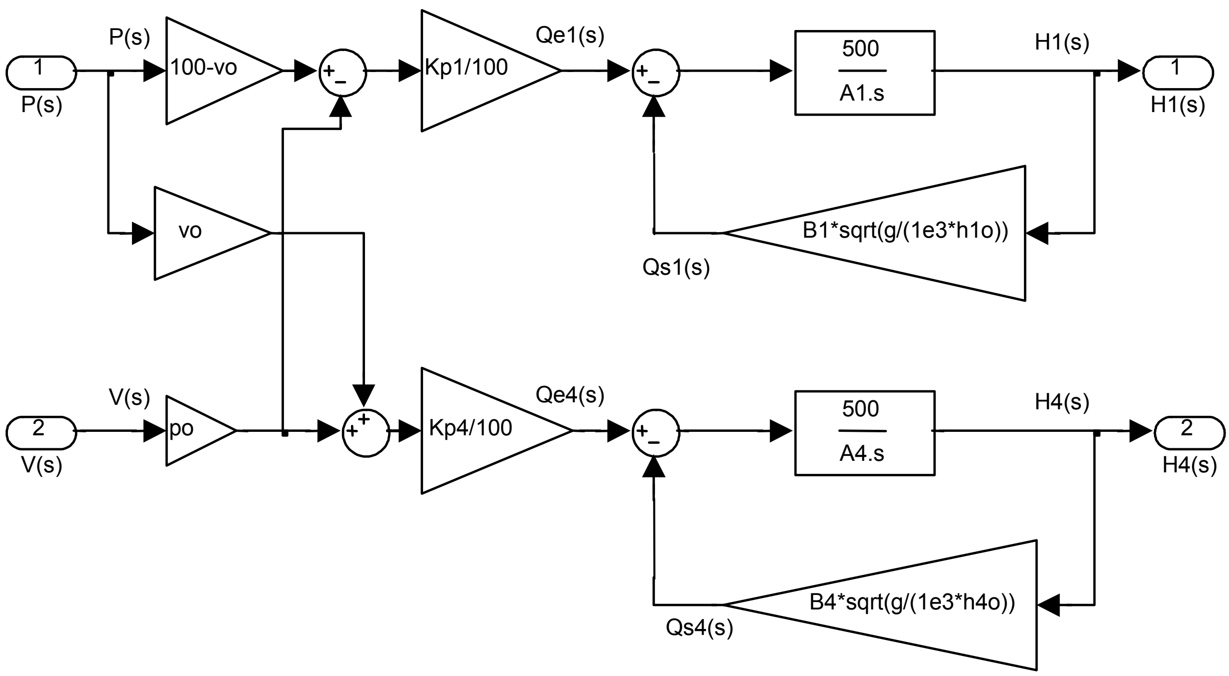
Sistema Multivariable

Modelo no lineal: (con limitación de los valores max. y min. de las variables)



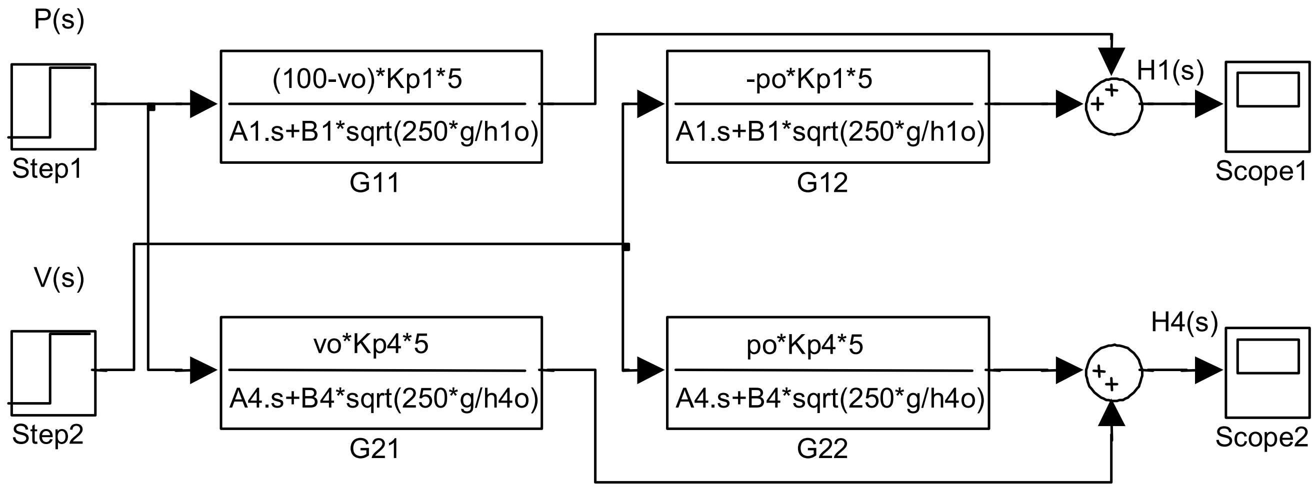
Sistema Multivariable

Modelo lineal:



Sistema Multivariable

Modelo lineal en funciones de transferencia: $\begin{bmatrix} H_1(s) \\ H_4(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P(s) \\ V(s) \end{bmatrix}$



Universidad de Oviedo

DISEÑO DE SISTEMAS DE CONTROL POR COMPUTADOR

INGENIERÍA DE SISTEMAS Y AUTOMÁTICA

Sistema Multivariable

Modelo lineal en ecuaciones de estado:

$$u_1(t) = \Delta p(t) \qquad x_1(t) = y_1(t) = \Delta h_1(t) \qquad \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\cdot\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\cdot\mathbf{u}(t) \quad \text{Ecuación de estado}$$

$$u_2(t) = \Delta v(t) \qquad x_2(t) = y_2(t) = \Delta h_4(t) \qquad \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\cdot\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\cdot\mathbf{u}(t) \quad \text{Ecuación de salida}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-B_1}{A_1}\cdot\sqrt{\frac{250\cdot g}{h_{10}}} & 0 \\ 0 & \frac{-B_4}{A_4}\cdot\sqrt{\frac{250\cdot g}{h_{40}}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{5\cdot K_{p1}}{A_1}\cdot(100 - v_0) & \frac{-5\cdot K_{p1}}{A_1}\cdot p_0 \\ \frac{5\cdot K_{p4}}{A_4}\cdot v_0 & \frac{5\cdot K_{p4}}{A_4}\cdot p_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}$$