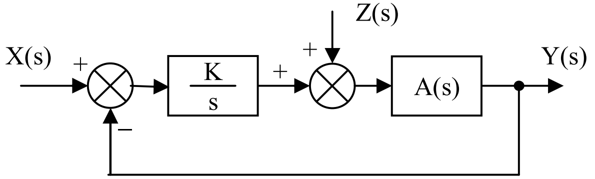
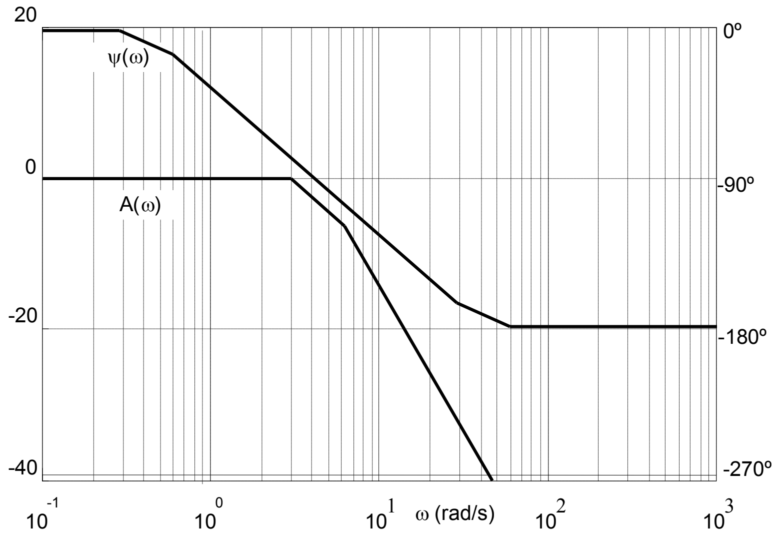
PROBLEMA:

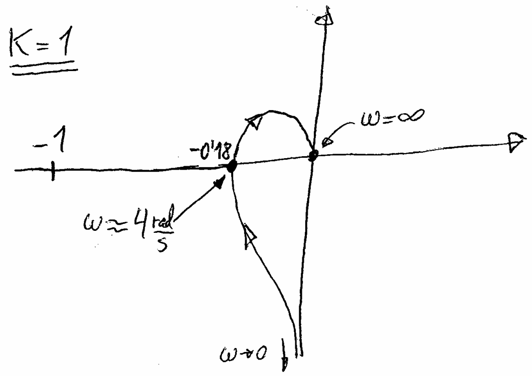
En la figura A(s) es un sistema con dos polos reales estables descrito por el diagrama de Bode adjunto.

a) Determine la estabilidad del sistema en bucle cerrado por medio del diagrama polar.
b) ¿Cómo influye el valor de K en la estabilidad?
c) ¿Cómo se comporta el sistema si aparece un escalón en la perturbación z(t)?





a) El diagrama polar de $\frac{KA(s)}{s}$ obtenido a partir del diagrama de Bode adjunto, donde se han sumado las curvas de $A(s)$ y $R(s) = \frac{K}{s}$ (para $K=1$), será



Teniendo en cuenta que $\frac{K\cdot A(s)}{s}$ es un sistema de fase mínima y que la curva del diagrama polar se cierra por la derecha del punto $-1+0j$, el sistema en Bucle Cerrado será estable para $K=1$.

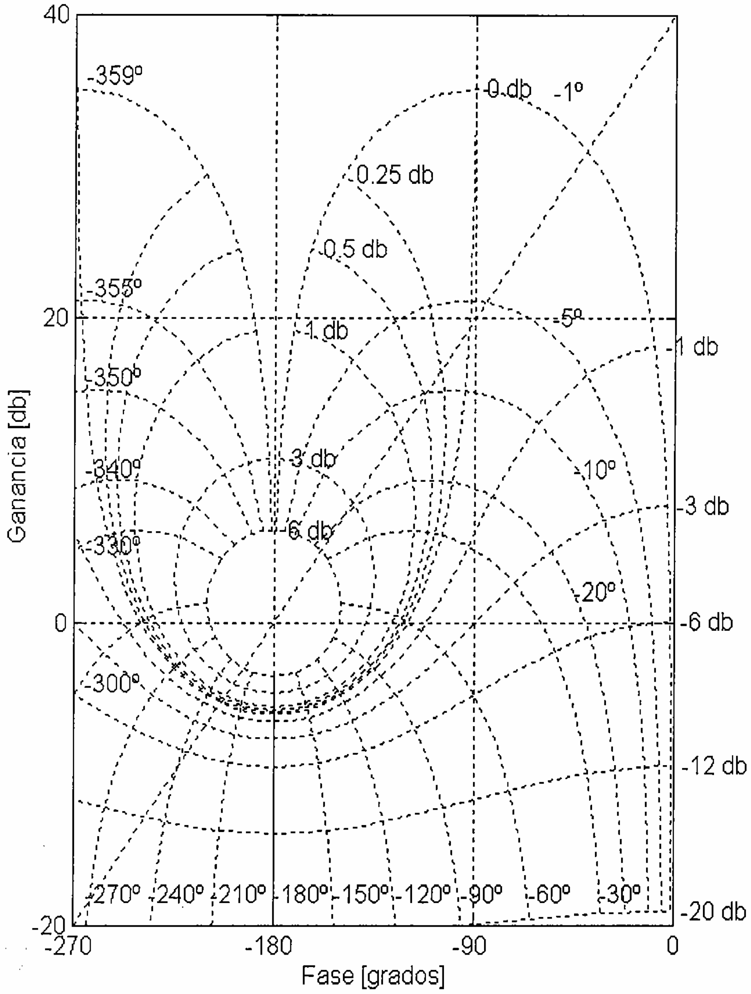
b) Para este valor de K el margen de ganancia es aproximadamente $K_g \approx 15$dB, es decir que hasta $K = 1\cdot 10^{\frac{15}{20}} = 5'62$ el sistema es estable. Si K aumenta más, $K > 5'62$, la curva del diagrama polar envolverá al punto $-1+0j$, y el sistema en Bucle Cerrado será inestable.

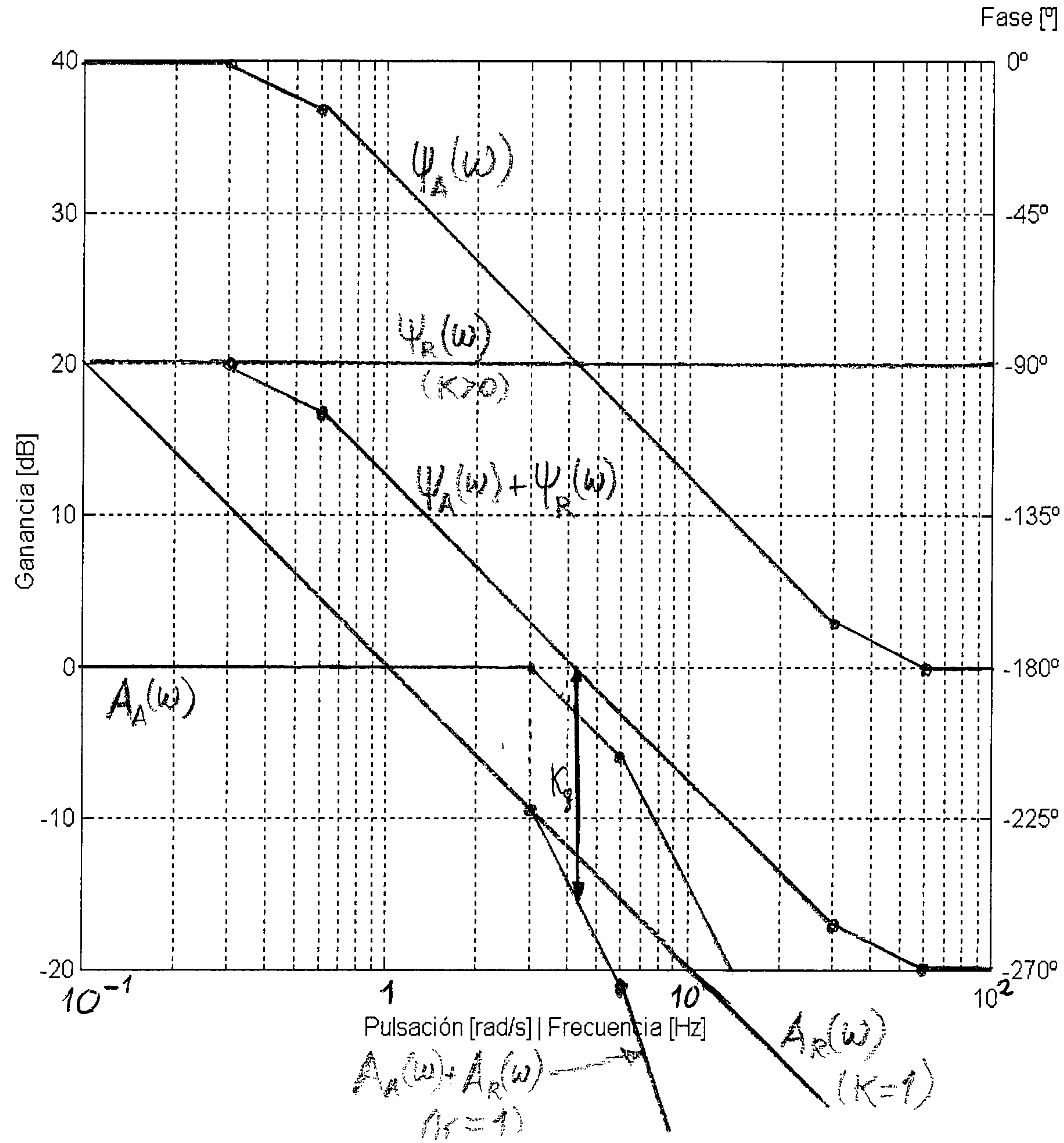
Universidad de Oviedo

Nombre: ....

DNI: .... Nº Matrícula: .... Fecha: ....

INGENIERÍA DE SISTEMAS Y AUTOMÁTICA

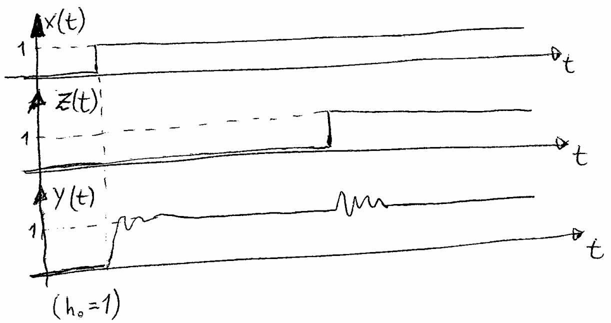




c) El sistema tiene en la cadena directa una función de transferencia de Tipo 1: $\frac{K\cdot A(s)}{s}$ ya que $A(s)$ no tiene polos en el origen como se puede deducir de su diagrama de Bode.

Esto hace que el sistema en lazo cerrado tenga un error de posición en régimen permanente nulo frente a entradas en forma de escalón en la entrada $x(t)$.

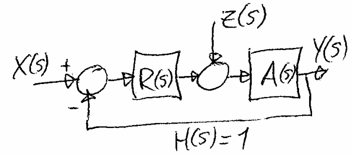
Al encontrarse además el polo en el origen en la función de transferencia del regulador $R(s)=\frac{K}{s}$, "antes" de la entrada de la perturbación $z(t)$, los escalones en esta entrada no afectarán al valor en régimen permanente de $y(t)$ aunque sí producirán modificaciones transitorias en la salida:



Si se desea demostrar todo lo anterior de una manera más analítica, podemos suponer:

$$A(s)=\frac{1}{\left(\frac{s}{3}+1\right)\left(\frac{s}{6}+1\right)}=\frac{18}{(s+3)(s+6)}$$

$$R(s)\cdot A(s)=\frac{K\cdot 18}{s(s+3)(s+6)}$$



$$M_x(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{K\cdot 18}{s(s+3)(s+6)+18\cdot K}=\frac{18\cdot K}{s^3+9s^2+18s+18\cdot K}$$

por Routh: $s^3+9s^2+18s+18\cdot K=0$

1) $\forall a_i,\ a_i>0 \Rightarrow 18\cdot K>0 \Rightarrow \underline{K>0}$

2)
$$\begin{array}{c|cc}
s^3 & 1 & 18 \\
s^2 & 9 & 18\cdot K \\
s^1 & \frac{18\cdot 9-18\cdot K}{9} & \\
s^0 & 18\cdot K &
\end{array}$$

s^1: $\Rightarrow 162-18\cdot K>0 \Rightarrow \underline{K<\frac{162}{18}=9}$

s^0: $18\cdot K \Rightarrow \underline{K>0}$

(equivale a 19dB)

El sistema será estable si $\underline{0<K<9}$. La diferencia con el resultado del diagrama de Bode $(0<K<562)$ se justifica por la imprecisión del trazado gráfico.

Por otro lado: $M_z(s)=\frac{Y(s)}{Z(s)}=\frac{18\cdot s}{s^3+9s^2+18s+18\cdot K}$

si $Z(s)=\frac{1}{s} \Rightarrow Y(s)=M_z(s)Z(s)=\frac{18}{s^3+9s^2+18s+18\cdot K}$

$y(\infty)=\lim_{t\to\infty} y(t)=\lim_{s\to 0} s\cdot Y(s)=0 \Rightarrow$ Los escalones en $z(t)$ no afectan al régimen permanente de $y(t)$.