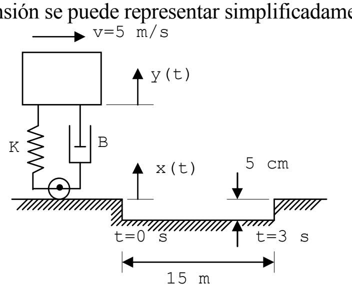
PROBLEMA:

El modelo de un sistema de suspensión se puede representar simplificadamente de la siguiente forma:

M=100 Kg
K=50000 N/m
B=1000 N·s/m

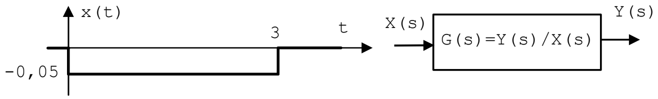
y(t) = altura de la masa
x(t) = altura del punto de contacto rueda-suelo



Siendo la única ecuación diferencial necesaria para su descripción, considerando el sistema lineal y los valores iniciales x_0=y_0=0, la siguiente:

$$M \bullet \frac{d^2y(t)}{dt^2} + B \bullet \left[\frac{dy(t)}{dt} - \frac{dx(t)}{dt}\right] + K \bullet [y(t) - x(t)] = 0$$

De la misma manera, los escalones de la superficie sobre la que rueda podrían considerarse, despreciando el tiempo que tarda la rueda en tomar contacto con el suelo, como una señal ideal de entrada x(t) con la siguiente forma:



a) Obtener la función de transferencia G(s)=Y(s)/X(s).

b) Simplificar, si es posible, la función G(s) para analizar su respuesta en el tiempo.

c) Representar gráficamente la respuesta y(t) (evolución en el tiempo de la altura de la masa) ante la entrada x(t) propuesta. Se recomienda realizar una representación gráfica aproximada basada en las características de G(s) y evitando el cálculo de las transformadas y antitransformadas de Laplace.

d) ¿Qué modificaciones (aumentar o disminuir) se podrían hacer en los parámetros K (cte. elástica del resorte) y/o B (coeficiente de rozamiento viscoso del amortiguador) para que la altura de la masa cambie sin oscilaciones, ante situaciones como la representada en este ejercicio.

---

a) La ecuación diferencial que describe al sistema es lineal, y además los valores iniciales de las variables son cero, por lo que en transformadas de Laplace se obtiene directamente:

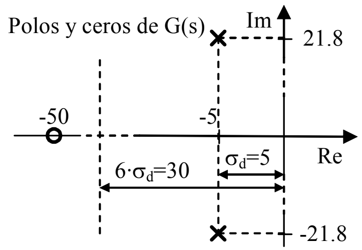
$$M \cdot s^2 \cdot Y(s) + B \cdot s \cdot Y(s) - B \cdot s \cdot X(s) + K \cdot Y(s) - K \cdot X(s) = 0$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{B \cdot s + K}{M \cdot s^2 + B \cdot s + K}$$

Sustituyendo valores: $G(s) = \dfrac{10 \cdot (s+50)}{s^2 + 10 \cdot s + 500}$

b) Se analiza la función de transferencia para ver si es posible su reducción de cara al análisis de su respuesta en el tiempo:

ceros: s_z = -50 polos: $s^2+10 \cdot s+500 = 0 \Rightarrow s_{p1,2} = -5 \pm 21.8j$ $\sigma = 5$; $\omega_d = 21.8$



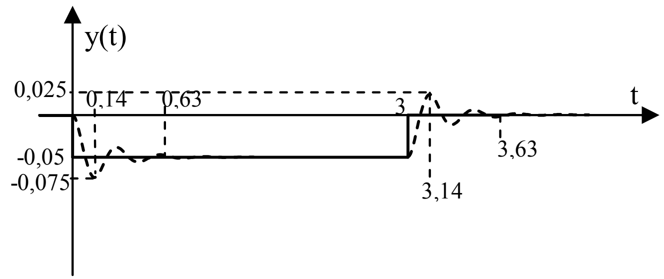
Se podría despreciar el efecto del cero de la función de transferencia sobre la respuesta transitoria del sistema, que es subamortiguada:

$$G_{eq}(s) = \frac{K_s}{s^2 + 10 \cdot s + 500}; \quad \lim_{s \to 0} G(s) = \lim_{s \to 0} G_{eq}(s) \Rightarrow K_s = 500$$

$$G_{eq}(s) = \frac{500}{s^2 + 10 \cdot s + 500} = \frac{K_{eq} \cdot \omega_n^2}{s^2 + 2 \cdot \xi \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2} \Rightarrow \begin{cases} K_{eq} = 1 \\ \omega_n = 22.4 \\ \xi = 0.22 \end{cases}$$

c) Conocidas las características de la función de transferencia de segundo orden que describe al sistema, es fácil intuir como será su respuesta ante la entrada propuesta:

$M_p = 0.49 = 49\%$ $t_s = \pi/\sigma = 0.63$ segundos $t_p = \pi/\omega_d = 0{,}14$ segundos



d) El parámetro que indica si la respuesta del sistema va a oscilar o no es el coeficiente de amortiguamiento "ξ". Para que no existan oscilaciones en la respuesta ante entradas de tipo escalón, "ξ" deberá ser mayor que 1:

$$M \cdot s^2 + B \cdot s + K = 0 \equiv s^2 + \frac{B}{M} \cdot s + \frac{K}{M} = 0 \equiv s^2 + 2 \cdot \xi \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \omega_n = \sqrt{\dfrac{K}{M}} \\ \xi = \dfrac{B}{2 \cdot \sqrt{K \cdot M}} \end{cases}$$

Por lo tanto, para que "ξ" aumente y la masa no oscile, debería aumentar "B" o, en mayor medida, disminuir el valor de "K".