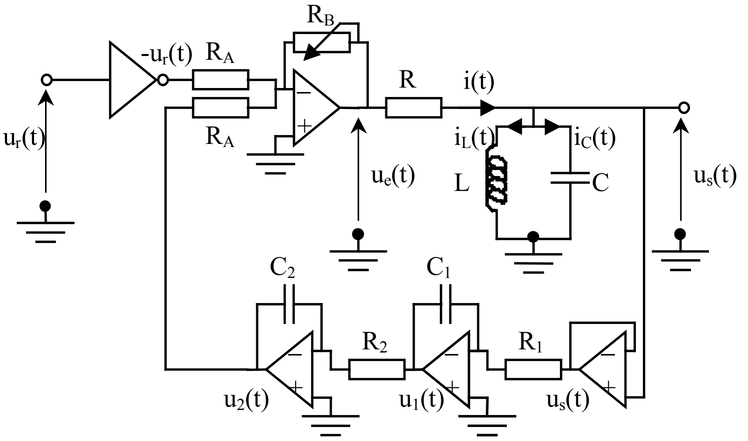
PROBLEMA:

La figura representa un sistema del cual conocemos el modelo matemático, dado por las ecuaciones indicadas. Tomando los valores dados para cada elemento del circuito y considerando como única entrada $u_r(t)$ y como salida $u_s(t)$, determinar los valores de "R_B" que hacen que el sistema sea estable. (Se recomienda utilizar un diagrama de bloques)



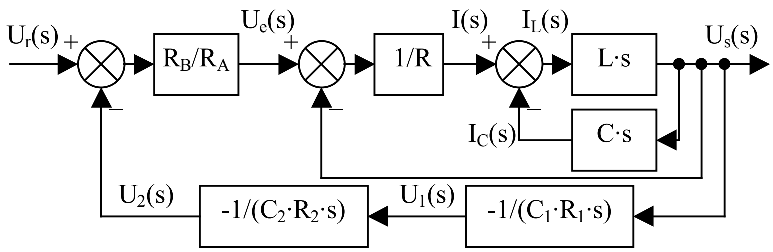
$$u_e(t) = \frac{R_B}{R_A}(u_r(t) - u_2(t))$$
$$i(t) = i_L(t) + i_C(t)$$
$$u_e(t) = R{\cdot}i(t) + u_s(t)$$
$$u_s(t) = L\frac{di_L(t)}{dt}$$
$$u_s(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i_C(t){\cdot}dt$$
$$u_1(t) = -\frac{1}{R_1C_1}\int_0^t u_s(t){\cdot}dt$$
$$u_2(t) = -\frac{1}{R_2C_2}\int_0^t u_1(t){\cdot}dt$$

$R_A = 1\,k\Omega$
$R = 10\,k\Omega$
$L = 0{,}1\,\mathrm{H}$
$C = 0{,}1\,\mu\mathrm{F}$
$R_1 = 100\,k\Omega$
$C_1 = 0{,}001\,\mu\mathrm{F}$
$R_2 = 10\,k\Omega$
$C_2 = 0{,}001\,\mu\mathrm{F}$

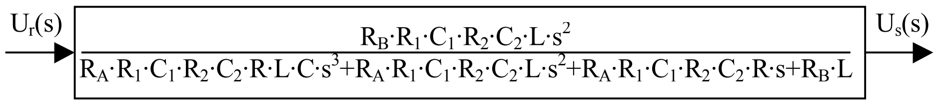
SOLUCIÓN:

Como todas las ecuaciones son lineales, se pueden pasar directamente a transformadas de Laplace y construir a continuación el diagrama de bloques:

$$U_e(s) = \frac{R_B}{R_A}(U_r(s) - U_2(s))$$
$$I(s) = I_L(s) + I_C(s)$$
$$U_e(s) = R{\cdot}I(s) + U_s(s)$$
$$U_s(s) = L{\cdot}s{\cdot}I_L(s)$$
$$U_s(s) = \frac{1}{C{\cdot}s}I_C(S)$$
$$U_1(s) = -\frac{1}{R_1C_1{\cdot}s}U_s(s)$$
$$U_2(s) = -\frac{1}{R_2C_2{\cdot}s}U_1(s)$$



Reduciendo el diagrama de bloques:



Al sustituir los valores de las constantes se obtiene la siguiente función de transferencia: $G(s) = \dfrac{R_B{\cdot}s^2}{s^3 + 10^3{\cdot}s^2 + 10^8{\cdot}s + 10^3{\cdot}R_B}$

Para determinar los valores de R_B que hacen al sistema G(s) estable, aplicamos el criterio de Routh al polinomio:

$$s^3 + 10^3{\cdot}s^2 + 10^8{\cdot}s + 10^3{\cdot}R_B = 0$$

1) Todos los coeficientes del polinomio tienen que ser mayores que cero: $10^3{\cdot}R_B > 0 \Rightarrow \underline{R_B > 0}$

2) Se construye la tabla:

$$\begin{array}{c|cc}
s^3 & 1 & 10^8 \\
s^2 & 10^3 & 10^3{\cdot}R_B \\
s^1 & \dfrac{10^{11} - 10^3{\cdot}R_B}{10^3} & \\
s^0 & 10^3{\cdot}R_B &
\end{array}$$

Los coeficientes de la primera columna han de ser positivos ya que no puede haber cambios de signo en la primera columna:

$$10^{11} - 10^3{\cdot}R_B > 0 \Rightarrow \underline{R_B < 10^8}$$

$$10^3{\cdot}R_B > 0 \Rightarrow \underline{R_B > 0}$$

Por lo tanto el sistema es estable si: $\boxed{0 < R_B < 10^8\,\Omega}$