PROBLEMA:

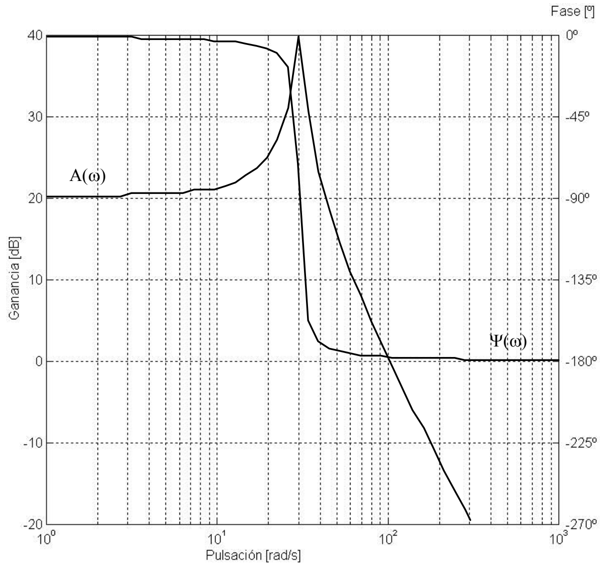
A partir del diagrama de Bode de la figura, obtener:

a) El diagrama Magnitud-Fase del sistema.
b) Una representación aproximada del diagrama Polar de ese sistema.
c) Sabiendo que la función de transferencia del sistema es del tipo:

$$G(s)=\frac{K\cdot\omega_n^2}{s^2+2\cdot\xi\cdot\omega_n\cdot s+\omega_n^2}$$

determinar los valores de "K", "ξ" y "ω_n".

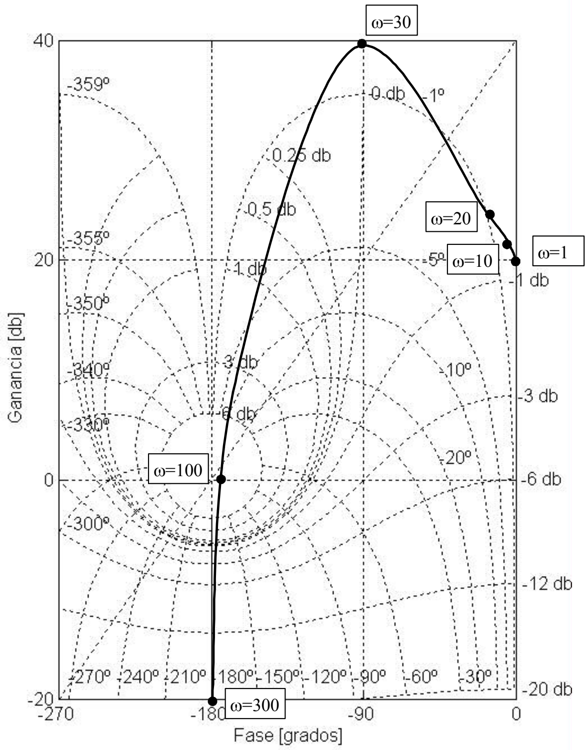
d) ¿Cuál será la respuesta en régimen permanente a una señal senoidal de amplitud 2 y pulsación igual a la de la resonancia del sistema? Formular matemáticamente ambas funciones y representarlas gráficamente de forma aproximada.

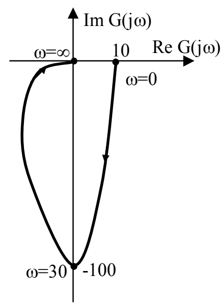


---

a) Se puede trazar el diagrama Magnitud-Fase de forma aproximada a partir del diagrama de Bode. Para ello basta con tomar los valores de las curvas A(ω) y ψ(ω) para unos cuantos valores de ω.

ω=1 rad/s => A(1)≈20 dB; ψ(1)≈0º
ω=10 rad/s => A(10)≈21 dB; ψ(10)≈-5º
ω=20 rad/s => A(20)≈25 dB; ψ(20)≈-10º
ω=30 rad/s => A(30)≈40 dB; ψ(30)≈-90º
ω=100 rad/s => A(100)≈0 dB; ψ(100)≈-175º
ω=300 rad/s => A(300)≈-20 dB; ψ(300)≈-180º





b) Para trazar el diagrama Polar de forma aproximada se pueden observar también los valores y las tendencias de las curvas A(ω) y ψ(ω):

ω->0 rad/s => A(0)->20 dB=>|G(j·0)|->10; ψ(0)->0º
ω=30 rad/s => A(30)≈40 dB=>|G(j·30)|≈100; ψ(30)≈-90º
ω->∞ rad/s => A(∞)->-∞ dB=>|G(j·∞)|->0; ψ(∞)->-180º

c) El sistema es de segundo orden sin ceros. Esto permite determinar sus distintos parámetros a partir del diagrama de Bode.

Para determinar el valor de K, se tiene en cuenta que cuando ω->0 rad/s => A(0)->20 dB=>|G(j·0)|->**10≈K**

Los valores de ξ y ω_n se puede deducir de las expresiones que dan el pico de resonancia del diagrama de Bode:

$$si \quad 0<\xi<0.707\begin{cases} M_r=\dfrac{1}{2\cdot\xi\cdot\sqrt{1-\xi^2}} \\ \omega_r=\omega_n\cdot\sqrt{1-2\cdot\xi^2}\end{cases}$$

M_r≈20 dB=10; ω_r≈30 rad/s => **ξ=0.05; ω_n≈30 rad/s**

Luego: $G(s)=\dfrac{9000}{s^2+3\cdot s+900}$

d) La pulsación de resonancia es ω_r≈30 rad/s luego la entrada será: x(t)=2·sen(30·t)· u_0(t).

Como si ω=30 rad/s =>
=>A(30)≈40 dB=>|G(j·30)|≈100; ψ(30)≈-90º= -π/2 rad.

La salida en régimen permanente será: **y_{rp}(t)=200·sen(30·t-π/2)**