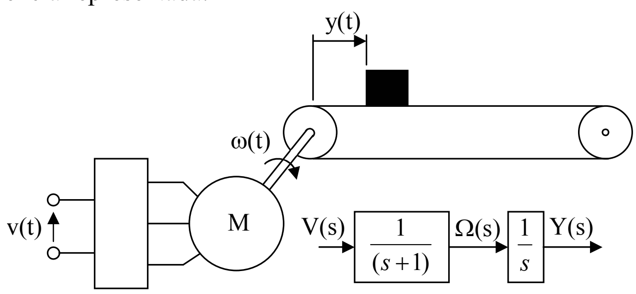
PROBLEMA:

En el sistema de la figura, la relación entre las variables v(t), tensión de control, e y(t), desplazamiento del dispositivo, está definida por la función de transferencia representada.



a) Indique, razonando la respuesta, si el sistema G(s)=Y(s)/V(s) es estable o inestable.

b) Razone como se puede determinar y dibuje de forma aproximada, la respuesta y(t) del sistema si la tensión de control v(t) pasa bruscamente de 0 a 5 voltios.

c) ¿Cómo oscila la velocidad angular ω(t) si la tensión de control es una función senoidal $v(t)=8\cdot sen(0.1\cdot t)\cdot u_0(t)$?¿Y la posición y(t)?

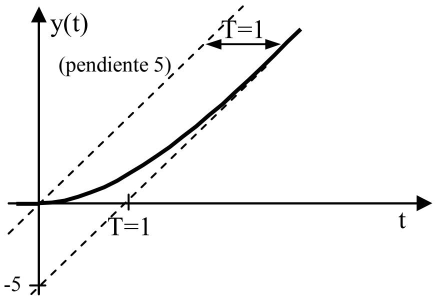
SOLUCIÓN:

a) La función de transferencia G(s) presenta un polo real (estable) y otro en el origen. Esto hace que el sistema sea **limitadamente estable**.

b) El ejercicio se plantea como la respuesta de G(s) ante una entrada escalón. Pero se puede simplificar su interpretación considerando que es lo mismo que la respuesta de un sistema de primer orden ante una entrada en rampa:

$$x(t)=5\cdot u_0(t)\Rightarrow Y(s)=X(s)\cdot G(s)=\frac{5}{s}\cdot\frac{1}{s\cdot(s+1)}=\frac{5}{s^2}\cdot\frac{1}{(s+1)}=X_1(s)\cdot G_1(s);\quad x_1(t)=5\cdot t\cdot u_0(t)\quad G_1(s)=\frac{1}{(s+1)}$$

$G_1(s)$ tiene una constante de tiempo T_1=1 segundo y una ganancia K_1=1, su respuesta a una rampa de pendiente 5 será:



Se puede comprobar mediante la Antitransformada de Laplace:

$$Y(s)=X(s)\cdot G(s)=\frac{5}{s^2\cdot(s+1)}$$

$$y(t)=L^{-1}\left[Y(s)\right]=5\cdot(t-1+e^{-t})\cdot u_0(t)$$

c) La respuesta ω(t) en régimen permanente será: $\omega_{RP}(t)=8\cdot|G_1(0.1\cdot j)|\cdot sen(0.1\cdot t+\angle G_1(0.1\cdot j))$. Se puede calcular fácilmente: $G_1(0.1\cdot j)=1/(0.1\cdot j+1)\Rightarrow |G_1(0.1\cdot j)|\approx 1$; $\angle G_1(0.1\cdot j)\approx 0 \Rightarrow$ $\boldsymbol{\omega_{RP}(t)=8\cdot sen(0.1\cdot t)}$.

Para obtener $y_{RP}(t)=8\cdot|G(0.1\cdot j)|\cdot sen(0.1\cdot t+\angle G(0.1\cdot j))$, es quizás más cómodo trazar el diagrama de bode de G(s) y obtener A(0.1) y Ψ(0.1). Del diagrama de Bode se obtiene A(0.1)=20dB$\Rightarrow$ $|G(0.1\cdot j)|=10$; Ψ(0.1)=-90º$\Rightarrow\angle G(0.1\cdot j)=-\pi/2$. $\boldsymbol{y_{RP}(t)=80\cdot sen(0.1\cdot t-\pi/2)}$.