

TEMA XI

DISEÑO DE SISTEMAS DE CONTROL

- 1.-Introducción.
- 2.-El problema del diseño.
- 3.-Tipos de compensación.
- 4.-Reguladores.
 - 4.1.-Acción Proporcional. Reguladores P.
 - 4.2.-Acción Derivativa. Reguladores PD.
 - 4.3.-Acción Integral. Reguladores PI.
 - 4.4.-Control PID.
- 5.-Redes. Diseño con técnicas frecuenciales.
 - 5.1.-Red de adelanto de fase.
 - 5.2.-Red de retardo de fase.
 - 5.3.-Red de retardo-adelanto.
- 6.-Efectos del elemento de medición sobre el sistema.
- 7.-Cancelaciones.

1.-Introducción.

Este capítulo, supone la “culminación” de todos los anteriores, ya que nos sumergirá directamente en el sugerente problema de diseñar sistemas de control de acuerdo a unas normas de funcionamiento y utilizando todas las herramientas que en este momento ya conocemos.

Como sabemos, un control automático compara el valor efectivo de salida de una planta con el valor deseado, determina la desviación y produce una señal de control que reduce la desviación a cero o a un valor pequeño. La forma en que el control automático produce la señal de control recibe el nombre de “*acción de control*”.

Seguidamente veremos las acciones de control básicas utilizadas comúnmente en los controles automáticos industriales (como por ejemplo la derivada e integral del error). Como es obvio, también veremos las formas de compensar los servosistemas, utilizando diversas técnicas. También haremos algunos comentarios comparando distintos tipos de compensación, y daremos ejemplos de construcción física (electrónica) de algunos de ellos.

2.-El problema del diseño.

A menudo se emplean especificaciones de diseño para describir qué debe hacer el sistema y cómo hacerlo. Estas especificaciones son únicas para cada aplicación individual y con frecuencia incluyen especificaciones como estabilidad relativa, error de estado estacionario, respuesta transitoria y características de respuesta en frecuencia. En algunas aplicaciones puede haber especificaciones adicionales sobre sensibilidad a variaciones de parámetros (por ejemplo, robustez o rechazo a perturbaciones).

El diseño de sistemas de control lineales se puede realizar ya sea en el dominio del tiempo o en el dominio de la frecuencia. Por ejemplo, la precisión (error) en estado estable a menudo se especifica con respecto a una entrada escalón, una entrada rampa o una entrada parábola, y el diseño para cumplir ciertos requisitos es más conveniente realizarlo en el dominio del tiempo. Otras especificaciones como el sobreimpulso máximo, tiempo de subida o tiempo de estabilización, están definidas para una entrada escalón unitario, y por tanto se emplean para diseño en el dominio del tiempo. Se sabe que la estabilidad relativa también se mide en términos del margen de ganancia, margen de fase, y M_r . Estas son especificaciones típicas del dominio de la frecuencia y deben emplearse junto con herramientas como la traza de Bode, la traza polar, la de Black o Nichols.

Se ha mostrado que, para el sistema prototipo de segundo orden, existen relaciones analíticas simples entre estas especificaciones, en los dominios del tiempo y de la frecuencia. Sin embargo, para sistemas de orden superior, la correlación entre las especificaciones entre los dominios del tiempo

y la frecuencia son difíciles de establecer. No obstante, el análisis y diseño de sistemas de control es más un ejercicio de selección, entre varios métodos alternativos, para resolver el mismo problema. Por tanto, la selección de si el diseño se debe realizar en el dominio del tiempo o de la frecuencia depende de la preferencia del diseñador. Sin embargo, se debe señalar que, en la mayoría de los casos, las especificaciones en el dominio del tiempo tales como sobreimpulsos, tiempo de subida y de estabilización se emplean normalmente como la medida final del comportamiento del sistema. Para un diseñador sin experiencia, es difícil comprender la conexión física entre las especificaciones en el dominio de la frecuencia tales como márgenes de ganancia y fase, pico de resonancia, con el comportamiento real del sistema. Por ejemplo, ¿un margen de ganancia de 20db garantiza un sobreimpulso máximo inferior al 10%?. Para un diseñador tiene más sentido especificar, por ejemplo, un sobreimpulso máximo menor que el 5%, y un tiempo de estabilización inferior a 0.01s. Es menos obvio que, por ejemplo, un margen de fase de 60° y un M_r de menos de 1.1 en su comportamiento.

Históricamente, el diseño de sistemas de control lineales fue desarrollado con una gran cantidad de herramientas gráficas tales como las trazas de Bode, Nyquist, Black, y la carta de Nichols, que se realizan en el dominio de la frecuencia. La ventaja de estas herramientas es que se pueden bosquejar mediante métodos aproximados sin realizar el dibujo detallado. En consecuencia, el diseñador puede realizar diseños empleando especificaciones en el dominio de la frecuencia tales como margen de ganancia, margen de fase, M_r , etc. Los sistemas de orden superior no presentan mayor problema. Para ciertos tipos de controlador, existen procedimientos de diseño en la frecuencia que reducen el esfuerzo de prueba y error a un mínimo.

El diseño en el dominio del tiempo que emplea especificaciones de diseño tales como tiempo de subida, tiempo de retardo, tiempo de estabilización, sobreimpulso máximo, etc., es factible analíticamente sólo para sistemas de segundo orden o que se puedan aproximar mediante sistemas de segundo orden. Los procedimientos generales de diseño que emplean especificaciones en el dominio del tiempo son difíciles de establecer para sistemas de orden superior a dos.

El desarrollo y la disponibilidad de software computacional amigable y poderoso ha cambiado rápidamente la práctica del diseño de sistemas de control, que hasta hace poco había estado dictado por el desarrollo histórico. Con herramientas de software modernas, el diseñador puede correr, en unos cuantos minutos, un gran número de diseños empleando especificaciones en el dominio del tiempo. Esto disminuye considerablemente la ventaja histórica del diseño en el dominio de la frecuencia, el cual está basado en la conveniencia de realizar el diseño gráfico en forma manual. Además, generalmente es difícil, excepto para el diseñador experimentado, seleccionar un conjunto coherente de especificaciones en el dominio de la frecuencia que correspondan a requisitos de comportamiento en el dominio del tiempo. Por ejemplo, especificar un margen de fase de 60° tendrá sentido si se sabe que corresponde a un cierto sobreimpulso máximo. En general, para controlar el sobreimpulso máximo, se tiene que especificar al menos el margen de fase y

Mr. Eventualmente, el establecer un conjunto inteligente de especificaciones en el dominio de la frecuencia se convierte en un proceso de prueba y error que precede al diseño real, el cual, a menudo, también es un esfuerzo de prueba y error. Sin embargo, los métodos en el dominio de la frecuencia aún son valiosos al interpretarse rechazo al ruido y propiedades de sensibilidad del sistema, y la mayoría de ellos ofrecen otra perspectiva al proceso de diseño. Por lo anterior, en este capítulo, las técnicas de diseño en los dominios del tiempo y la frecuencia serán tratadas de manera estrecha, para que se pueda realizar una comparación y una referencia cruzada entre los métodos alternativos.

3.-Tipos de compensación.

En general, la dinámica de un proceso lineal controlado puede representarse por la figura 1. El objetivo de diseño es que las variables controladas, representadas por el vector de salida $y(t)$, se comporten en cierta forma deseada. El problema esencialmente involucra el determinar la señal de control $u(t)$ dentro de un intervalo prescrito para que todos los objetivos de diseño sean satisfechos.



Figura 1

La mayoría de los métodos de diseño de sistemas de control convencionales se basan en el *diseño de una configuración fija*, en el que en un principio, el diseñador decide la configuración básica del sistema diseñado completo, y el lugar donde el controlador estará colocado, en relación con el proceso controlado. Entonces, el problema involucra el diseño de los elementos del controlador. Debido a que la mayoría de los esfuerzos de control involucran la modificación o compensación de las características de comportamiento del sistema, el diseño general que emplea una configuración fija también es llamada **compensación**.

La figura 2 ilustra varias configuraciones comúnmente empleadas con compensador, las cuales se describen brevemente a continuación.

Compensación en serie (cascada). La figura 2(a) muestra la configuración del sistema más comúnmente utilizada con el controlador colocado en serie con el proceso controlado.

Compensación mediante realimentación. En la figura 2(b), el controlador está colocado en la trayectoria menor de realimentación.

Compensación mediante la realimentación de estado. La figura 2(c) muestra un sistema que genera la señal de control mediante la realimentación de las variables de estado a través de ganancias constantes reales.

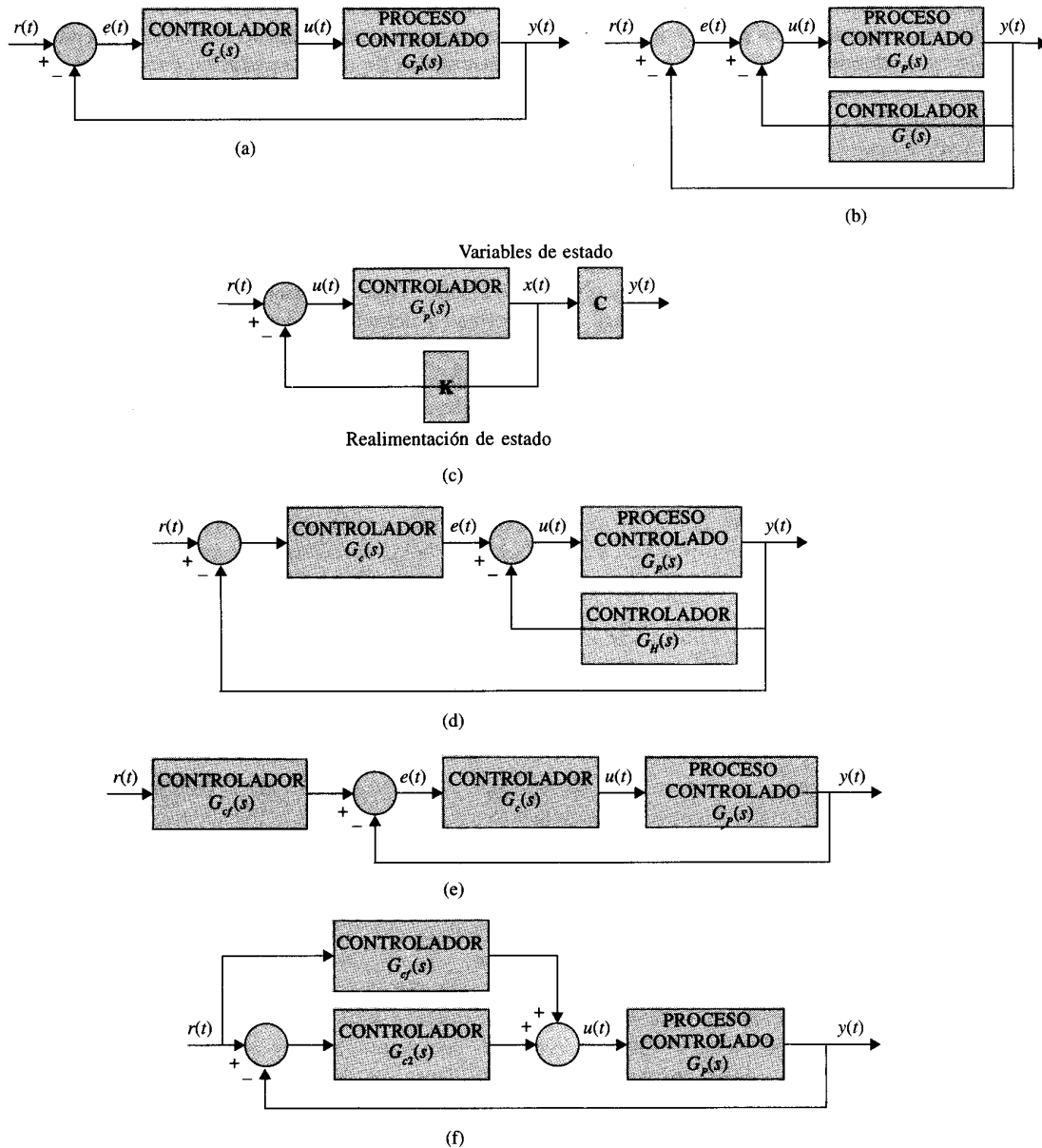


Figura 2

El problema con el control mediante la realimentación de estado es que para sistemas de orden superior, el gran número de variables de estado involucradas requeriría una gran cantidad de transductores para detectar las variables de estado para la realimentación. Por lo que puede resultar costoso y nada práctico. Aún para sistemas de bajo orden, a menudo no todas las variables de estado son asequibles directamente, y puede ser necesario crear un observador o estimador que estime las variables de estado a partir de las mediciones de las variables de salida.

Estos tres primeros tipos (a), (b) y (c), tienen solamente un grado de libertad, ya que sólo hay un controlador en cada sistema, aun cuando el controlador pueda tener más de un parámetro que pueda variar. La desventaja con un controlador de un solo grado de libertad es que los criterios de comportamiento que pueden realizarse están limitados. Por ejemplo, si un sistema es diseñado para alcanzar un cierto grado de estabilidad relativa,

puede tener baja sensibilidad a variaciones de parámetros. O si las raíces de la ecuación característica se seleccionan para proporcionar una cierta cantidad de amortiguamiento relativo, el sobreimpulso máximo de la respuesta escalón puede ser excesivo, debido a los ceros de la función de transferencia en lazo cerrado. Los esquemas mostrados en las figuras 2 (d), (e) y (f) tienen dos grados de libertad.

Compensación en serie-realimentada. La figura 2(d) muestra la compensación en serie-realimentada para la cual se emplea un controlador en serie y un controlador en la realimentación.

Compensación prealimentada. Las figuras 2 (e) y (f) muestran la llamada compensación prealimentada. En la (e) el controlador prealimentado $G_{cf}(s)$ es colocado en serie con el sistema en lazo cerrado, que tiene un controlador en serie $G_c(s)$. En la (f), el controlador prealimentado $G_{cf}(s)$ está colocado en paralelo con la trayectoria directa. La clave de la compensación prealimentada es que el controlador $G_{cf}(s)$ no esté en el lazo del sistema, por tanto, no afecta a las raíces de la ecuación característica del sistema original. Los polos y ceros de $G_{cf}(s)$ se pueden escoger para añadir o cancelar los polos y ceros de la función de transferencia en lazo cerrado.

Uno de los controladores más ampliamente utilizados en estos esquemas de compensación que acabamos de mencionar es el controlador PID, el cual aplica una señal al proceso que es una combinación Proporcional, Integral y Derivada de la señal de actuación. Debido a que estos componentes de la señal se pueden realizar y visualizar con facilidad en el dominio del tiempo, los controladores PID se diseñan comúnmente empleando métodos del dominio del tiempo. Además de los controladores PID, los controladores de adelanto, atraso, atraso-adelanto y de muesca también se emplean frecuentemente. Los nombres de estos controladores provienen de las propiedades de sus respectivas características en el dominio de la frecuencia. No obstante, estas tendencias de diseño, todos los diseños de sistemas de control se benefician al observar los diseños resultantes desde ambos puntos de vista, en los dominios de la frecuencia y del tiempo.

4.-Reguladores.

Después de que se ha escogido una configuración del controlador, el diseñador debe escoger un tipo de controlador que, con la selección adecuada de los valores de sus elementos, satisfará todas las especificaciones de diseño. Los tipos de controladores disponibles para el diseño de sistemas de control están limitados sólo por la imaginación. Los ingenieros prácticos, normalmente establecen que uno escoge el controlador más simple que cumpla con todas las especificaciones de diseño. En la mayoría de los casos, mientras más complejo sea un controlador, es más costoso, menos fiable y más difícil de diseñar. El escoger un controlador determinado para una aplicación específica se basa a menudo en la experiencia del diseñador, y algunas veces en la intuición, e involucra inevitablemente tanto **arte** como *ciencia*.

Una vez elegido el controlador, la siguiente tarea es determinar los valores de los parámetros del controlador. Estos parámetros son típicamente coeficientes de una o más funciones de transferencia que componen al controlador. El enfoque de diseño básico es emplear las herramientas de análisis discutidas en los capítulos anteriores para determinar cómo los valores de los parámetros individuales afectan las especificaciones de diseño, y finalmente, el funcionamiento del sistema. Con base en esta información, se determinan los parámetros del controlador para que se cumplan las especificaciones de diseño. Mientras algunas veces este proceso es directo, más frecuentemente involucra muchas iteraciones de diseño, ya que normalmente los parámetros del controlador interactúan unos con otros y afectan a las especificaciones de diseño en formas conflictivas. Está claro que mientras más especificaciones de diseño y más parámetros haya, el proceso de diseño se vuelve más complicado.

Al realizar el diseño ya sea en el dominio del tiempo o de la frecuencia, es importante establecer algunas guías básicas o reglas de diseño. Se debe mantener en mente que el diseño en el dominio del tiempo normalmente se basa fuertemente en el plano s y en el lugar geométrico de las raíces. El diseño en el dominio de la frecuencia está asado en la manipulación de la ganancia y la fase de la función de transferencia de lazo para que se cumplan las especificaciones.

En general, es útil resumir las características en el dominio de la frecuencia y del tiempo para que se puedan emplear como guía para propósitos de diseño.

i) Los polos complejos conjugados de la función de transferencia en lazo cerrado producen una respuesta al escalón unitario que es subamortiguada. Si todos los polos son reales, la respuesta al escalón unitario es sobreamortiguada. Sin embargo, los ceros de la función de transferencia en lazo cerrado pueden causar un sobreimpulso aún si el sistema es sobreamortiguado.

ii) La respuesta de un sistema está dominada por aquellos polos más cercanos al origen del plano s (y que no tengan ceros próximos). Los transitorios debidos a aquellos polos a la izquierda decaen más rápidamente.

iii) Mientras más alejados a la izquierda en el plano s estén los polos dominantes del sistema, el sistema responderá más rápido y mayor será el ancho de banda.

iv) Mientras más alejados a la izquierda del plano s estén los polos dominantes del sistema, más caro será y más grandes serán sus señales internas. Aunque esto se puede justificar en forma analítica, es obvio que golpear más fuerte un clavo con un martillo hará que el clavo entre más rápido, pero requiere más energía por golpe. En forma similar, un coche de carreras puede acelerar más rápido, pero emplea más combustible que un coche normal.

v) Cuando un polo y cero de una función de transferencia de un sistema se cancelan uno con el otro, la porción de la respuesta del sistema asociada con el polo tendrá una magnitud más pequeña.

-8- Diseño de Sistemas de Control

vi) Las especificaciones en los dominios del tiempo y de la frecuencia están asociadas vagamente. El tiempo de subida y el ancho de banda son inversamente proporcionales. El margen de fase, el margen de ganancia, M_r , son inversamente proporcionales al amortiguamiento.

De acuerdo con su acción de control, los controles automáticos típicos industriales se pueden clasificar en:

- Controles de dos posiciones o de sí-no.
- Control proporcional (P).
- Control integral (I).
- Control proporcional e integral (PI).
- Control proporcional y derivativo (PD).
- Control proporcional, integral y derivativo (PID).

El primero de ellos lo comentaremos brevemente aquí, y para los demás, se les dedicará un apartado íntegro a cada uno de ellos.

En un sistema de control de dos posiciones, el elemento accionador tiene solamente dos posiciones fijas, que en muchos casos son simplemente de conectado o desconectado. El control de dos posiciones o de sí-no es relativamente simple y económico, y, por esta razón, ampliamente utilizado en sistemas de control tanto industriales como domésticos. Son, generalmente, dispositivos eléctricos, donde habitualmente hay una válvula accionada por un solenoide eléctrico.

En la siguiente figura se presentan los diagramas de bloques de controles de dos posiciones. El rango en el que se debe desplazar la señal de error antes de que se produzca la conmutación se llama **brecha diferencial**. Esta brecha diferencial hace que la salida del control mantenga su valor hasta que la señal de error actuante haya pasado levemente del valor cero.

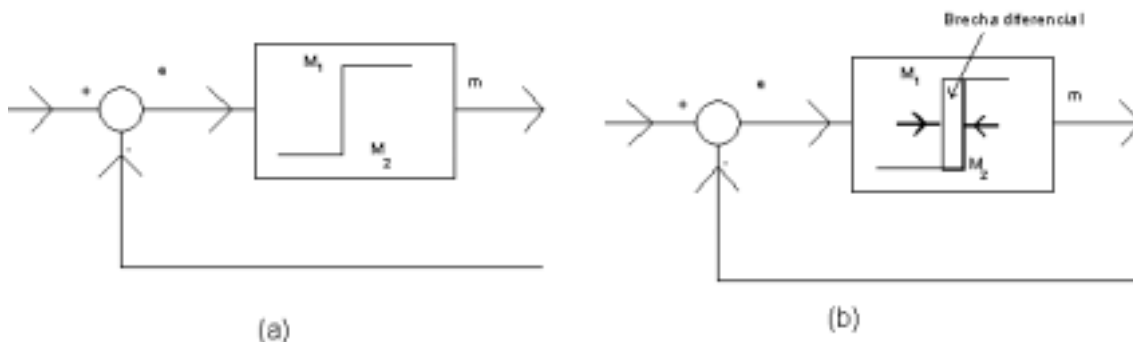


Figura 3

- (a) Diagrama de bloques de un control **sí-no**;
(b) Con brecha diferencial.

4.1.-Acción Proporcional. Reguladores P.

Para un control de acción proporcional, la relación entre la salida del controlador $m(t)$ y la señal de error actuante $e(t)$ es

$$M(t) = K_p \cdot e(t)$$

o, en el dominio de Laplace:

$$\frac{M(s)}{E(s)} = K_p$$

donde K_p se denomina **sensibilidad proporcional** o **ganancia** (en cualquier caso, es un amplificador con ganancia ajustable).

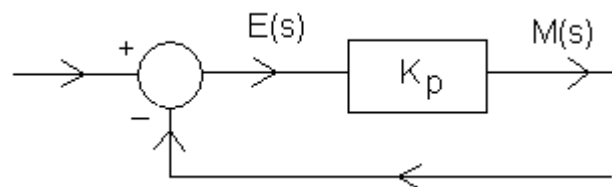


Figura 4

En todos los ejemplos de sistemas de control discutidos hasta ahora, el controlador ha sido típicamente un amplificador simple con una ganancia constante K .

4.2.-Acción Derivativa. Reguladores PD.

En forma intuitiva, se debe ser capaz de emplear la derivada o la integral de la señal de error, además de la operación proporcional. En consecuencia, se puede considerar un controlador en tiempo continuo más general como aquel que contiene componentes tales como sumadores (suma y resta), amplificadores y atenuadores (K_p), diferenciadores (D) e integradores (I). La tarea del diseñador es determinar cuáles de estos componentes deben emplearse, en qué proporción, y cómo deberían estar conectados. Por ejemplo, uno de los controladores más ampliamente empleados es el controlador PID, acrónimo formado por las iniciales de Proporcional, Integral, Derivativo. Para poder entender este importante controlador vamos a estudiar primeramente, por separado, las porciones PD y PI.

La acción de control proporcional y derivativa queda definida por la siguiente ecuación:

$$m(t) = K_p \cdot e(t) + K_p \cdot T_D \cdot \frac{de(t)}{dt}$$

y la función de transferencia es:

$$\frac{M(s)}{E(s)} = K_p \cdot (1 + T_D s)$$

donde K_p es la sensibilidad proporcional y T_D el **tiempo derivativo**. La acción de control derivativa, a veces llamada control de velocidad, es aquella en que la salida de control es proporcional a la velocidad de variación de la señal de error actuante. El tiempo derivativo T_D es el intervalo de tiempo en que la acción de velocidad se adelanta al efecto de acción proporcional.

Mientras que la acción derivativa tiene la ventaja de ser anticipativa, tiene la desventaja de que amplifica las señales de ruido y puede producir efecto de saturación en el activador).

Nótese que no debe usarse solamente un control de tipo derivativo (sin proporcional) porque éste no tendría efecto para corregir errores constantes (la derivada de una constante es cero, por lo que no realizaría ningún tipo de control; por ello, siempre debe ir acompañado del control proporcional).

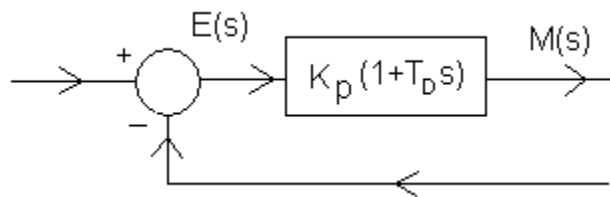


Figura 5

La figura 6 muestra el diagrama de bloques de un sistema de control realimentado que, en forma arbitraria tiene un proceso prototipo de segundo orden con la función de transferencia:

$$G_p(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s + 2\xi\omega_n)}$$

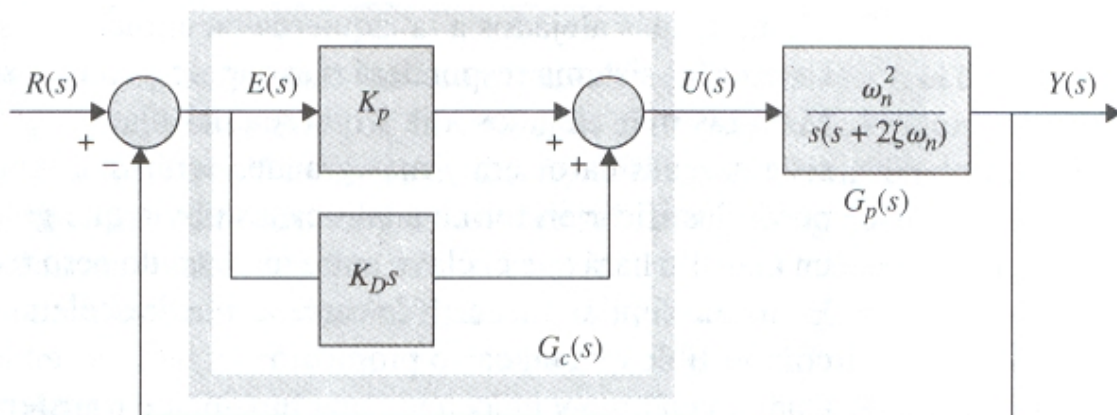


Figura 6

El controlador en serie es del tipo proporcional-derivativo (PD) con la función de transferencia:

$$G_C(s) = K_p + K_D \cdot s$$

Por tanto, la señal de control aplicada al proceso es:

$$u(t) = K_p e(t) + K_D \frac{de(t)}{dt}$$

en donde K_p y K_D son las constantes proporcional y derivativa, respectivamente.

Posibles montajes electrónicos para ese controlador pueden encontrarse en el ANEXO 3, dedicado a circuitos electrónicos con OPAMP.

La función de transferencia de la trayectoria directa del sistema compensado es:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{E(s)} = G_C(s) \cdot G_p(s) = \frac{w_n^2 (K_p + K_D \cdot s)}{s(s + 2\xi w_n)}$$

lo cual muestra que el control PD equivale a añadir un cero simple en $s = -K_p/K_D$ a la función de transferencia de la trayectoria directa.

Interpretación en el dominio del tiempo del control PD:

La interpretación del control derivativo es que $de(t)/dt$ representa la pendiente de $e(t)$, por lo que el control PD es esencialmente *anticipativo*. Esto es, al conocer la pendiente, el controlador puede anticipar la dirección del error y emplearla para controlar mejor el proceso. Normalmente, en sistemas lineales, si la pendiente de $e(t)$ o $y(t)$ debida a la entrada escalón es grande, subsecuentemente ocurrirá un sobreimpulso alto. El control derivativo mide la pendiente instantánea de $e(t)$, predice el sobreimpulso grande en el tiempo, y hace un esfuerzo correctivo antes de que dicho sobreimpulso excesivo ocurra.

En forma intuitiva, el control derivativo afecta el error en estado estable de un sistema sólo si el error en estado estable varía con el tiempo, la derivada con respecto al tiempo. Si el error en estado estable de un sistema es constante con respecto al tiempo, su derivada es cero, y la porción derivativa del controlador no provee ninguna entrada al proceso. Pero si el error en estado estable se incrementa con el tiempo, se genera otra vez una señal proporcional a $de(t)/dt$, lo cual reduce la magnitud del error.

Viendo la función de transferencia del sistema compensado, se observa que el control PD no altera el Tipo del sistema que gobierna el error en estado estable de un sistema con realimentación unitaria.

Interpretación del control PD en el dominio de la frecuencia:

Para el diseño en el dominio de la frecuencia, la función de transferencia del controlador PD se describe como:

$$G_C(s) = K_p + K_D \cdot s = K_p \left(1 + \frac{K_D}{K_p} s \right)$$

que se interpreta más fácilmente en las trazas de Bode. Estas trazas se han mostrado en la figura 7, para $K_p = 1$:

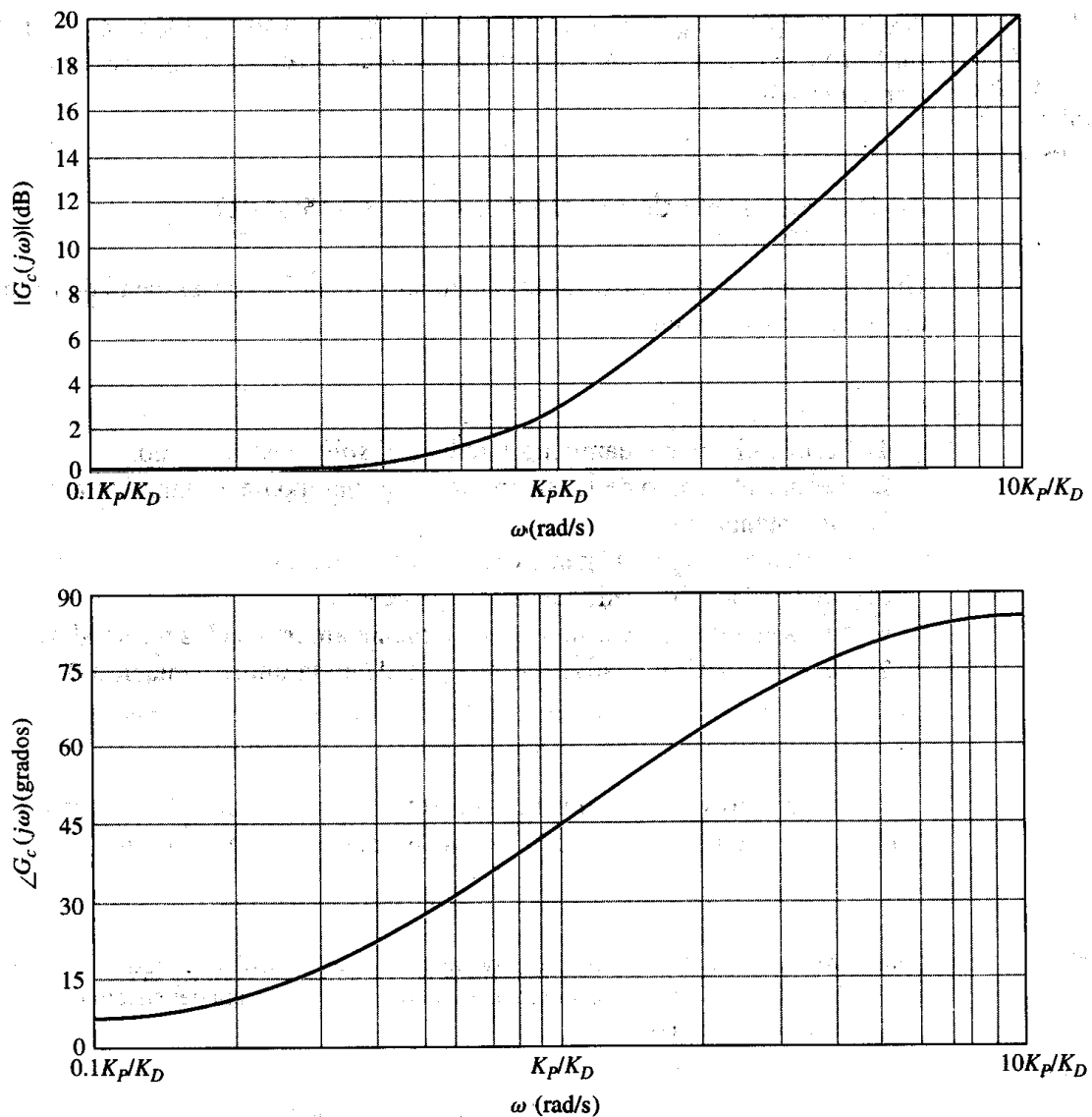


Figura 7

En general, la ganancia de control proporcional K_p se puede combinar con una ganancia en serie del sistema, para que la ganancia en frecuencia cero del controlador PD se pueda visualizar como la unidad. La figura 7 muestra claramente las características de filtro pasa-alto del controlador PD. La propiedad de adelanto de fase se puede utilizar para mejorar el margen de fase de un sistema de control. Desgraciadamente, la característica de magnitud del

controlador PD empuja la frecuencia de cruce de ganancia a un valor más alto. Por tanto, el principio de diseño del controlador PD involucra el localizar la frecuencia de corte del controlador, $\omega = K_P/K_D$, tal que se logre un mejoramiento efectivo del margen de fase en la nueva frecuencia de cruce de ganancia. Para un sistema dado, existe un intervalo de valores de K_P/K_D que es óptimo para mejorar el amortiguamiento del sistema. Otro efecto bueno de este controlador, es que al tener la característica de un filtro pasa-alta, se aumenta el ancho de banda del sistema, lo que reduce el tiempo de subida de la respuesta al escalón. La desventaja práctica del controlador PD es que un filtro pasa-alta usualmente acentúa el ruido de alta frecuencia que se introduce por la entrada.

Resumen de los efectos de un control PD:

Un controlador PD diseñado adecuadamente afectará al comportamiento de un sistema de control en las formas siguientes:

- i) Mejora el amortiguamiento y reduce el sobreimpulso máximo.
- ii) Reduce el tiempo de subida y el de estabilización.
- iii) Incrementa el ancho de banda (BW).
- iv) Mejora el margen de ganancia (GM), el margen de fase (PM) y el pico de resonancia M_r (disminuye).
- v) Puede acentuar el ruido en altas frecuencias.
- vi) No es efectivo para sistemas ligeramente amortiguados o inicialmente inestables.
- vii) Puede requerir elementos grandes (como condensadores) en la implementación del circuito compensador.

4.3.-Acción integral. Reguladores PI.

En un control con acción integral, el valor de la salida del controlador $m(t)$ varía proporcionalmente a la señal de error actuante $e(t)$. Es decir:

$$\frac{dm(t)}{dt} = K_I e(t) \quad \text{o bien} \quad m(t) = K_I \int_0^t e(t) dt$$

donde K_I es una constante regulable.

La función de transferencia del control integral es

$$\frac{M(s)}{E(s)} = \frac{K_I}{s}$$

Si se duplica el valor de $e(t)$, el valor de $m(t)$ varía dos veces más rápido. Para un error actuante igual a cero, el valor de $m(t)$ se mantiene estacionario. La acción de control integral recibe a veces el nombre de *control de reposición*.

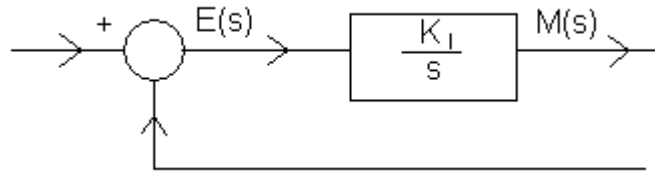


Figura 8

Si esta acción se combina, como es habitual, con la acción proporcional, obtendremos un control proporcional integral (PI).

La acción de control PI queda, pues, definida por la siguiente ecuación:

$$m(t) = K_p \cdot e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt$$

y la función de transferencia del sistema de control será:

$$\frac{M(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$

donde K_p representa la sensibilidad proporcional o ganancia, y T_i el tiempo integral. Tanto K_p como T_i son regulables. El tiempo integral regula la acción de control integral, mientras una modificación en K_p afecta tanto a la parte integral como a la proporcional de la acción de control. A la inversa del tiempo integral se la llama *frecuencia de reposición* (es el número de veces por minuto que se duplica la parte proporcional de la acción de control. Se mide en términos de repeticiones por minuto).

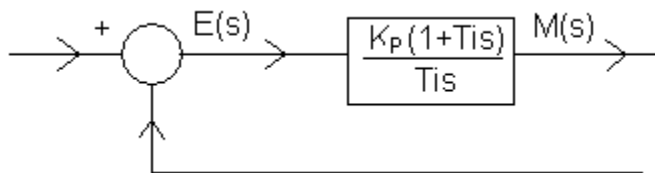


Figura 9

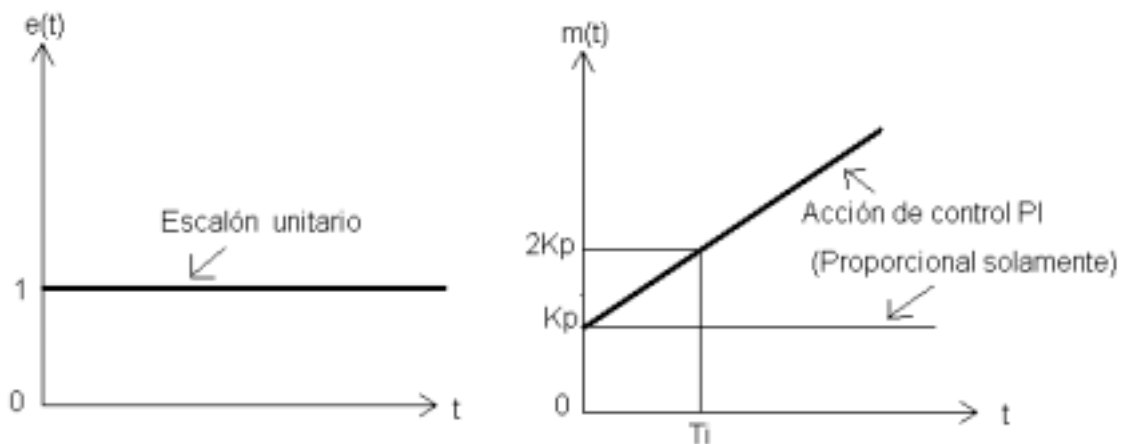


Figura 10

En el control PD se vio que este compensador puede mejorar el amortiguamiento y el tiempo de subida de un sistema de control a expensas del ancho de banda más alto y la frecuencia de resonancia. Mientras que el ENEE no es afectado, a menos que varíe con el tiempo, lo cual no es típico para el caso de entradas función escalón. Por tanto, en muchas situaciones, el controlador PD puede no cubrir todos los objetivos de la compensación.

La parte integral del control PID produce una señal que es proporcional a la integral con respecto al tiempo de la entrada del controlador. En la figura 11 observamos un sistema prototipo de segundo orden con un controlador PI en serie. La función de transferencia de dicho controlador PI es:

$$G_C(s) = K_P + \frac{K_I}{s}$$

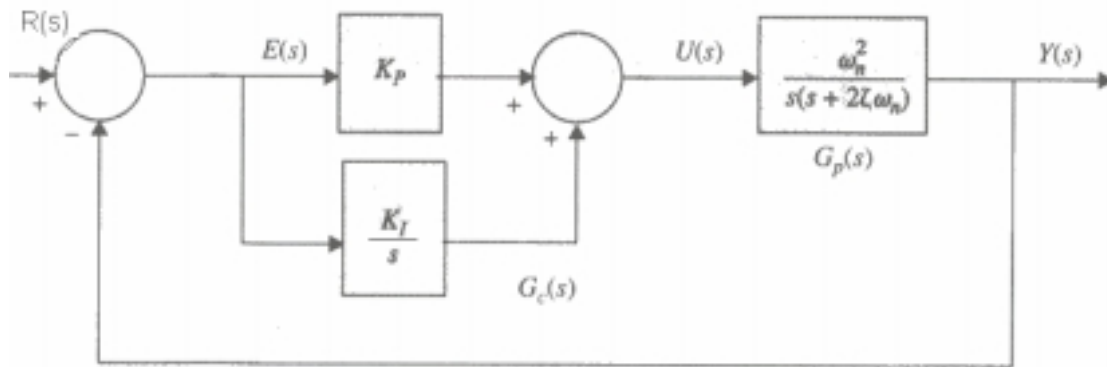


Figura 11

La ventaja con este circuito es que los valores de K_P y K_I están relacionados en forma independiente de los parámetros del circuito. Los valores de K_I suelen resultar pequeños, lo que no es bueno ya que ello exige en su implementación valores grandes de condensadores.

La función de transferencia de la trayectoria directa de sistema compensado es:

$$G(s) = G_C(s)G_P(s) = \frac{\omega_n^2(K_P s + K_I)}{s^2(s + 2\xi\omega_n)}$$

Está claro que los efectos inmediatos del controlador PI son:

- i) Añadir un cero en $s = -K_I/K_P$ a la función de transferencia de la trayectoria directa.
- ii) Añadir un polo en $s = 0$ a la función de transferencia de la trayectoria directa. Esto implica que el Tipo de sistema se incrementa en uno, por lo que mejorará en un orden el error en el estado estable.

Para el sistema de la figura 11, con la función de transferencia en lazo abierta anterior, el sistema tendrá un error en estado estable nulo para una

entrada de referencia rampa. Sin embargo, si ahora el sistema es de tercer orden, y puede ser menos estable que el original, o hasta inestable si los parámetros K_P y K_I no se han escogido adecuadamente.

En el caso de un sistema de tipo 1 con control PD, el valor de K_P es importante porque la constante de error rampa K_V es directamente proporcional a K_P , y por tanto, la magnitud de error en estado estacionario es inversamente proporcional a K_P cuando la entrada es una rampa. Por otro lado, si K_P es muy grande, el sistema puede ser inestable. En forma similar, para un sistema de tipo 0, el error en estado estable debido a una entrada escalón será inversamente proporcional a K_P .

Cuando el sistema es de tipo 1, se convierte en un sistema tipo 2 mediante un controlador PI, K_P ya no afecta al error de estado estable, y éste último siempre es cero para un sistema estable con una entrada rampa. El problema es escoger la combinación adecuada de K_P y K_I para que la respuesta transitoria sea satisfactoria.

Interpretación del control PI en el dominio del tiempo:

La configuración de polos y ceros del controlador PI ya hemos visto que presenta un polo en $s = 0$ y un cero en $s = -K_I/K_P$. A primera vista se puede observar que el control PI mejorará el error en estado estable a costa de la estabilidad. Sin embargo, si la ubicación del cero de $G_C(s)$ se selecciona adecuadamente, tanto el amortiguamiento como el ENEE pueden mejorar. Ya que el controlador PI es en esencia un filtro paso bajo, el sistema compensado tendrá un tiempo de subida más bajo y un tiempo de estabilización más largo. Un método factible para diseñar un controlador PI es seleccionar el cero en $s = -K_I/K_P$ relativamente cerca del origen y lejos de los polos más significativos del proceso, y los valores de K_P y K_I deben ser relativamente pequeños.

Interpretación del control PI en el dominio de la frecuencia:

Para el diseño en el dominio de la frecuencia de transferencia del controlador PI se escribe como:

$$G_C(s) = K_P + \frac{K_I}{s} = \frac{K_I [1 + (K_P / K_I)s]}{s}$$

Las trazas de Bode de $G_C(j\omega)$ se muestran en la figura 12. Podemos ver que para valores altos de ω , el valor de la ganancia es $20 \cdot \log_{10} K_P$ db, lo cual representa una atenuación si el valor de K_P es menor que 1. Esta atenuación se puede utilizar para mejorar la estabilidad del sistema. La fase de $G_C(j\omega)$ es siempre negativa, lo cual perjudica la estabilidad. Por tanto se debe poner la frecuencia de corte del controlador ($\omega = -K_I/K_P$) tan lejos a la izquierda como el requisito del ancho de banda lo permita, para que las propiedades de atraso de fase de $G_C(j\omega)$ no degraden el margen de fase alcanzado por el sistema.

El procedimiento de diseño en el dominio de la frecuencia para el control PI para obtener un margen de fase dado se describe como sigue:

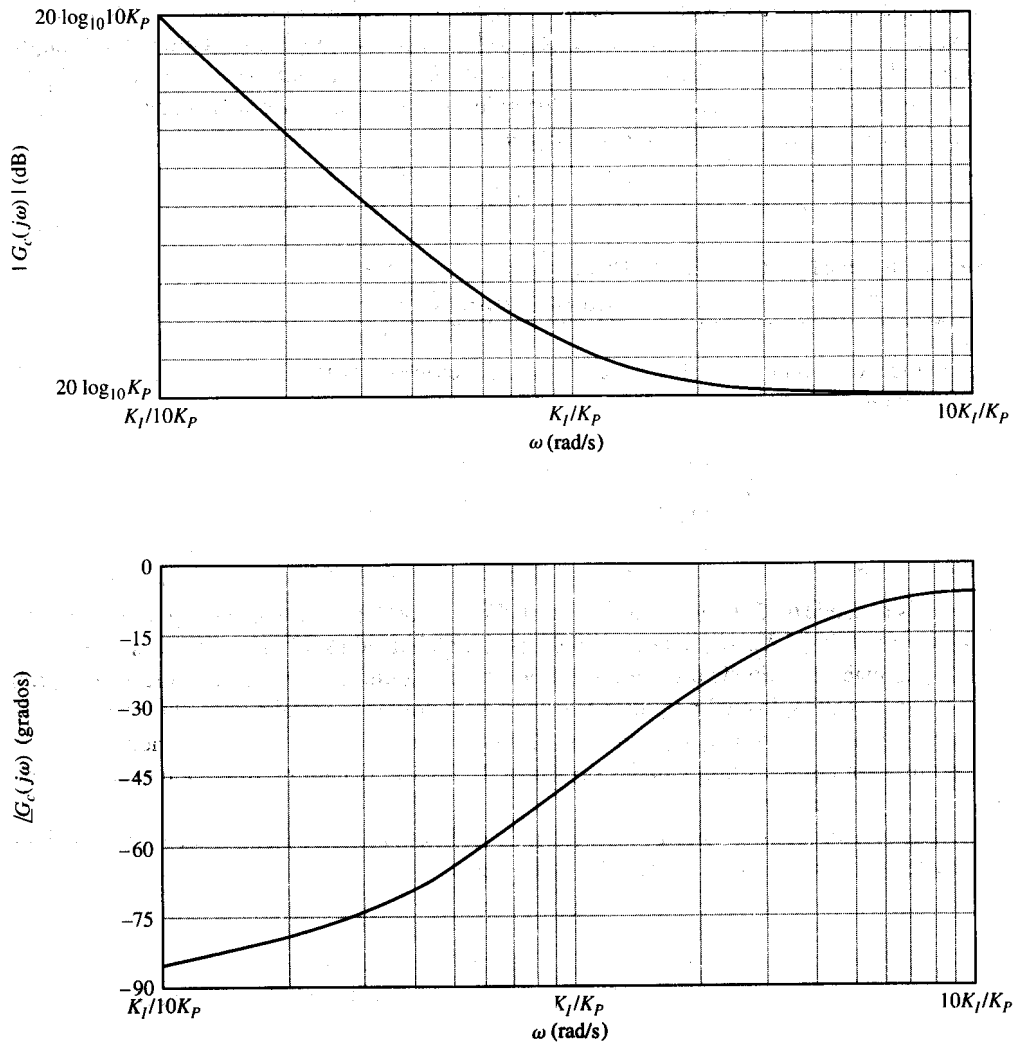


Figura 12

i) Las trazas de Bode de la función de transferencia de la trayectoria directa $G_P(s)$ del sistema no compensado se hace con la ganancia del lazo puesta de acuerdo con el requisito de comportamiento en estado estable.

ii) Los márgenes de fase y ganancia del sistema no compensado se determinan de las trazas de Bode. Para un cierto requisito de margen de fase especificado, la nueva frecuencia de cruce de ganancia ω_g' correspondiente a este margen de fase se localiza sobre las trazas de Bode. La traza de magnitud de transferencia del sistema compensado debe pasar a través del eje de 0db en esta nueva frecuencia de cruce de ganancia para obtener el margen de fase deseado.

iii) Para llevar la curva de magnitud de la función de transferencia del sistema no compensado a 0db en la nueva frecuencia de corte de ganancia ω_g' , el controlador PI debe proveer la cantidad de atenuación igual a la ganancia de la curva de magnitud en la nueva frecuencia de cruce de ganancia. En otras palabras, al hacer que:

$$|G_P(j\omega_g')|_{db} = -20\log_{10}K_P \text{ db} \quad ; \quad K_P < 1$$

de donde se tiene:

$$K_P = 10^{-G_P(j\omega_g')_{db}/20} \quad K_P < 1$$

Una vez que se determina el valor de K_P , sólo es necesario seleccionar el valor adecuado de K_I para completar el diseño. Hasta este punto, se ha supuesto que, aunque la frecuencia de cruce de ganancia es alterada, para atenuar la magnitud de $G_C(j\omega)$ en ω_g' la fase original no es afectada por el controlador PI. Sin embargo, esto no es posible, ya que, como se muestra en la figura 12, la propiedad de atenuación del controlador PI está acompañada con un atraso de fase que perjudica el margen de fase. Si la frecuencia de corte $\omega = K_I/K_P$ está colocada lejos por debajo de ω_g' , el atraso de fase del controlador PI tendrá un efecto despreciable sobre la fase del sistema compensado cerca de ω_g' . Por otro lado, el valor de K_I/K_P no debe ser muy pequeño o el ancho de banda del sistema será muy bajo, provocando que el tiempo de subida y el de estabilización sean muy largos. Como una guía general, K_I/K_P debe corresponder a una frecuencia que es al menos una década, algunas veces hasta dos décadas, por debajo de ω_g' . Esto es:

$$\frac{K_I}{K_P} = \frac{\omega_g'}{10} \text{ rad/s}$$

Dentro de la guía general, la selección del valor de K_I/K_P se deja a la discreción del diseñador, considerando su efecto sobre el BW y la implementación práctica con un circuito de amplificadores operacionales.

iv) Las trazas de Bode del sistema compensado se investigan para ver si todas las especificaciones de funcionamiento se cumplen.

v) Los valores de K_I y K_P se sustituyen en la ecuación del compensador, para dar la función de transferencia deseada del controlador PI.

Si el proceso controlado $G_P(s)$ es de tipo 0, el valor de K_I puede seleccionarse con base en el requisito de constante de error rampa, y entonces sólo habrá un parámetro (K_P) a determinar. Al calcular el margen de fase, el margen de ganancia, M_r y BW del sistema en lazo cerrado con un intervalo de valores de K_P , se puede seleccionar el mejor valor de K_P .

Con base a la discusión anterior, se pueden resumir las ventajas y desventajas del controlador PI diseñado adecuadamente como:

- i) Mejora el amortiguamiento y reduce el sobreimpulso máximo.
- ii) Incrementa el tiempo de subida.
- iii) Disminuye el ancho de banda.
- iv) Mejora el margen de ganancia, el margen de fase y M_r .
- v) Filtra el ruido de alta frecuencia.

vi) El problema de seleccionar una combinación adecuada de K_I y K_P para que el condensador del circuito implementado no sea excesivamente grande, es más agudo que en el caso del controlador PD.

4.4.-Control PID.

De las anteriores discusiones se observa que el controlador PD puede añadir amortiguamiento a un sistema, pero no afecta la respuesta en estado estable. El controlador PI puede mejorar la estabilidad relativa y el error en estado estable al mismo tiempo, pero el tiempo de subida se incrementa. Cabe suponer, que un controlador que incluya los dos anteriores mejorarán la respuesta del sistema en todos esos factores. Efectivamente, la combinación (adecuada) de los efectos de la acción proporcional, integral y derivativa tiene las ventajas de cada una de las tres acciones de control individuales. La ecuación de este tipo de control queda definida por:

$$m(t) = K_p \cdot e(t) + K_p T_D \frac{de(t)}{dt} + \frac{K_p}{T_I} \int_0^t e(t) dt$$

y su función de transferencia es:

$$\frac{M(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + T_D s + \frac{1}{T_I s} \right)$$

donde K_P representa la sensibilidad proporcional, T_D es el tiempo derivativo y T_I el tiempo integral.

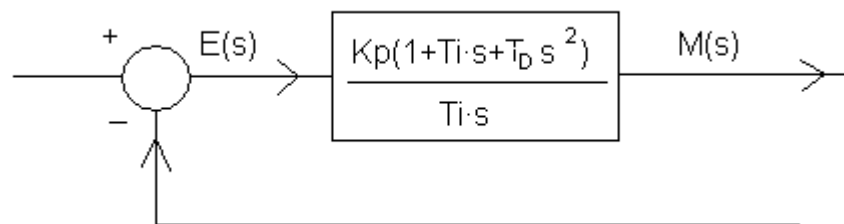


Figura 13

La figura 14 muestra la acción efectuada por un controlador PID ante una señal de error tipo rampa unitaria.

Se puede utilizar el siguiente procedimiento para el diseño de controladores PID (existen otros que conducen a resultados similares, aunque distintos; recordamos que el diseño ofrece, en la mayoría de los casos, múltiples caminos para llegar a fines similares):

i) Considerar que el controlador PID consiste en una parte PI conectada en cascada con una parte PD. La función de transferencia del controlador PID la podemos escribir como:

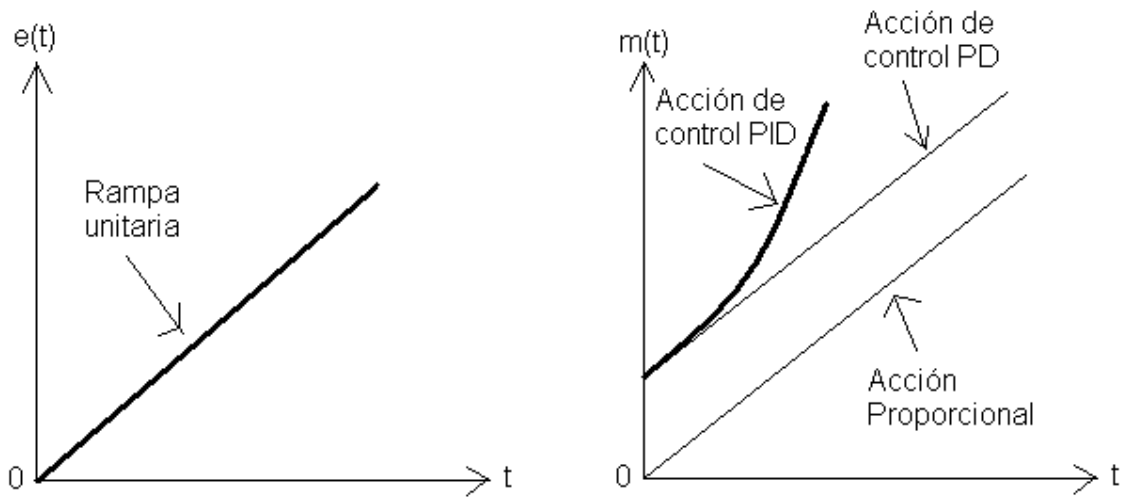


Figura 14

$$G_C = K_P + K_D s + \frac{K_I}{s} = (1 + K_{D1} s) \left(K_{P2} + \frac{K_{I2}}{s} \right)$$

La constante proporcional de la parte PD se hace unitaria, ya que sólo se necesitan tres parámetros en el controlador PID. Al igualar ambos miembros de la ecuación anterior, se tiene:

$$K_P = K_{P2} + K_{D1} \cdot K_{I2} \quad ; \quad K_D = K_{D1} \cdot K_{P2} \quad ; \quad K_I = K_{I2}$$

ii) Considerar que sólo la parte PD está operando: seleccionar el valor de K_{D1} para lograr una parte de la estabilidad relativa deseada. En el dominio del tiempo, esta estabilidad se puede medir mediante el sobreimpulso máximo, y en el dominio de la frecuencia con el margen de fase.

iii) Seleccionar los parámetros K_{I2} y K_{P2} para que el requisito de estabilidad relativa sea satisfecho.

Como una opción, la porción PI del controlador se puede diseñar primero para una parte del requisito sobre la estabilidad relativa y, finalmente, se diseña la parte PD.

5.-Redes. Diseño con técnicas frecuenciales.

EL controlador PID y sus componentes en la forma de los controles PD y PI representan formas simples de controladores que emplean operaciones de derivación e integración en la compensación de sistemas de control. En general, el diseño de controladores en sistemas de control se puede ver como un problema de diseño de filtros; entonces existe un gran número de esquemas posibles. Desde el punto de vista de filtrado, el controlador PD pasa-alta, el controlador PI es un filtro pasa-baja y el controlador PID es un filtro pasa banda o pasa-banda atenuado, en función de los valores de los parámetros del

controlador. El filtro pasa-alta, a menudo, se denomina **controlador de adelanto (avance) de fase** (phase-lead) ya que se introduce fase positiva al sistema en algún intervalo de frecuencias. El filtro pasa-baja también se conoce como **controlador de atraso (retardo) de fase** (phase-lag), ya que la fase correspondiente introducida es negativa. Estas ideas relacionadas con el filtrado y el corrimiento de fase son útiles si los diseños se realizan en el dominio de la frecuencia.

La función de transferencia de un controlador de adelanto o atraso sencillo se expresa como:

$$G_c(s) = K_c \frac{s + z_1}{s + p_1}$$

en donde el controlador es de pasa-alta (o de adelanto de fase) si $p_1 > z_1$, y de pasa-baja (o de retraso de fase) si $p_1 < z_1$.

La implementación puede realizarse con elementos pasivos o, preferiblemente, mediante OPAMP's, como se indica en el Anexo al respecto.

Para que el controlador no degrade el error en estado estable, la forma del controlador debe ser:

$$G_c(s) = \frac{1 + aTs}{1 + Ts}$$

donde si $a > 1$, el sistema es de adelanto de fase, y si $a < 1$, será de retardo.

En ocasiones, la utilización de ambos filtros por separado es insuficiente, y hay que recurrir a un uso simultáneo de ambos, obteniendo de esta forma los llamados compensadores de **avance-retardo** (phase lead-lag), mediante una red con dos polos y dos ceros, convenientemente situados.

5.1.-Red de adelanto de fase.

En el caso de que el cero se sitúe más próximo al origen que el polo, estamos ante una red de adelanto o avance de fase. Como ya sabemos, los efectos de añadir un par polo-cero, con el cero cerca del origen, a la función de transferencia en lazo abierto, se observa que el controlador de adelanto de fase puede mejorar la estabilidad del sistema en lazo cerrado si sus parámetros se escogen de forma adecuada. En esencia, el diseño de control de avance de fase consiste en colocar el polo y el cero de $G_c(s)$ para que las especificaciones de diseño sean satisfechas. Se puede utilizar el método del lugar de las raíces para indicar los valores apropiados de los parámetros. A "grosso" modo, podemos indicar que:

i) Al mover el cero en $-1/aT$ hacia el origen, se deben mejorar los tiempos de subida y estabilización. Si el cero se mueve muy cerca del origen, el

sobreimpulso máximo se puede incrementar otra vez, ya que $-1/aT$ también aparece como un cero de la función de transferencia en lazo cerrado.

ii) Al mover el polo en $-1/T$ lejos del cero y el origen, se debe reducir el sobreimpulso máximo, pero si el valor de T es muy pequeño, los tiempos de subida y estabilización se incrementarán otra vez.

En definitiva, el control de adelanto de fase (empleado de forma adecuada):

- a) Incrementa el amortiguamiento del sistema.
- b) Mejora los tiempos de subida y estabilización.
- c) No afecta al error de estado estacionario.

Para indicar el efecto en el dominio de la frecuencia, supongamos una planta a controlar, cuyo diagrama de Bode es el indicado en la figura 15.

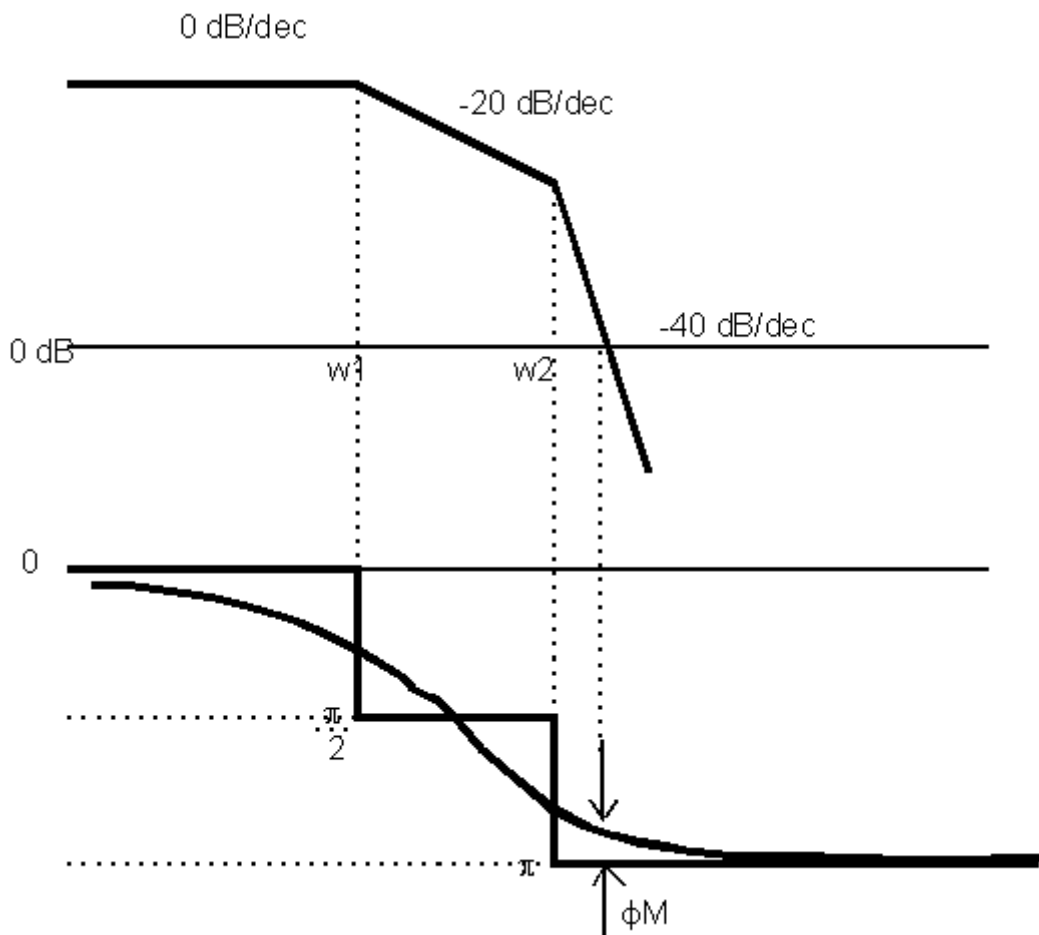


Figura 15

Se observa que el margen de fase es muy bajo, lo que indica que el sistema en lazo cerrado será muy poco amortiguado. Para evitar esto, se coloca en la cadena de acción una red de avance de fase, cuyo diagrama de Bode podemos observar en la figura 16.

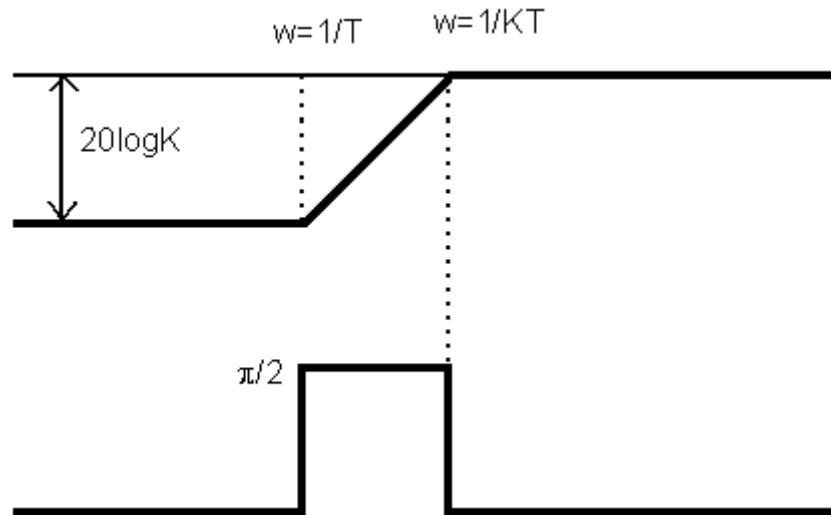


Figura 16

Si se eligen adecuadamente las situaciones del cero y el polo, puede conseguirse una respuesta total del sistema compensado en lazo abierto como se indica en la figura 17.

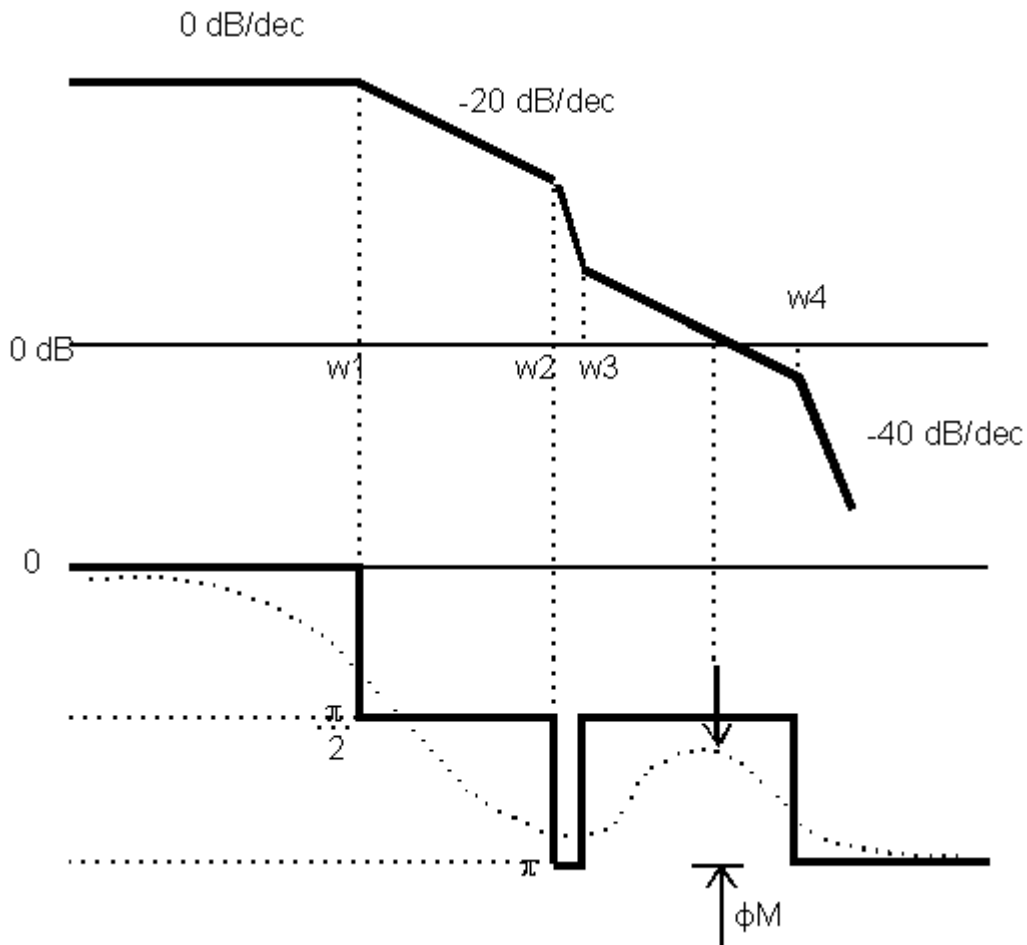


Figura 17

En dicha figura se observa que entre las frecuencias ω_3 y ω_4 , la pendiente inicial ha sido modificada de -40 dB/dec a -20 dB/dec , de forma que a

la frecuencia de corte, el margen de fase ha aumentado considerablemente, obteniéndose una mayor estabilidad relativa.

5.2.-Red de retardo de fase.

La situación ahora del polo y cero del compensador en poner el polo más próximo al origen (sin llegar a ser cero, como hace el control integral) que el cero, aunque ambos deberán estar próximos, y cerca del origen para sistemas de tipo 0 y 1. El control de atraso de fase no debe aplicarse a sistemas de tipo 2 (o superior).

Para comprobar su efecto en el dominio de la frecuencia, supóngase el mismo caso que antes.

Aplicamos ahora una red de retardo, cuya respuesta es la indicada en la figura 18

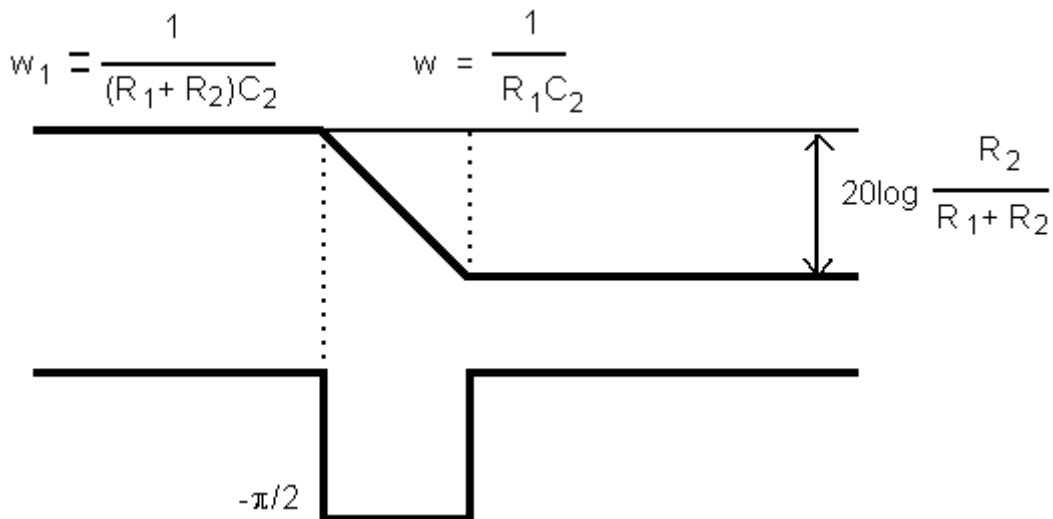


Figura 18

En esta situación, podemos observar el resultado de la red compensada (en lazo abierto) mediante su diagrama de Bode, tal y como se muestra en la figura 19.

En ella podemos observar que el resultado de añadir dicha red al sistema en lazo abierto, hace para la frecuencia de corte, aumente el margen de fase.

Podemos indicar los siguientes efectos y limitaciones del control de retardo de fase:

i) Para una ganancia de la trayectoria directa dada (K), la magnitud de la función de transferencia de la trayectoria directa es atenuada cerca y arriba de la frecuencia de cruce de ganancia y, por tanto, permite mejorar la estabilidad relativa del sistema.

ii) La frecuencia de cruce de ganancia disminuye y, por tanto, el ancho de banda se reduce.

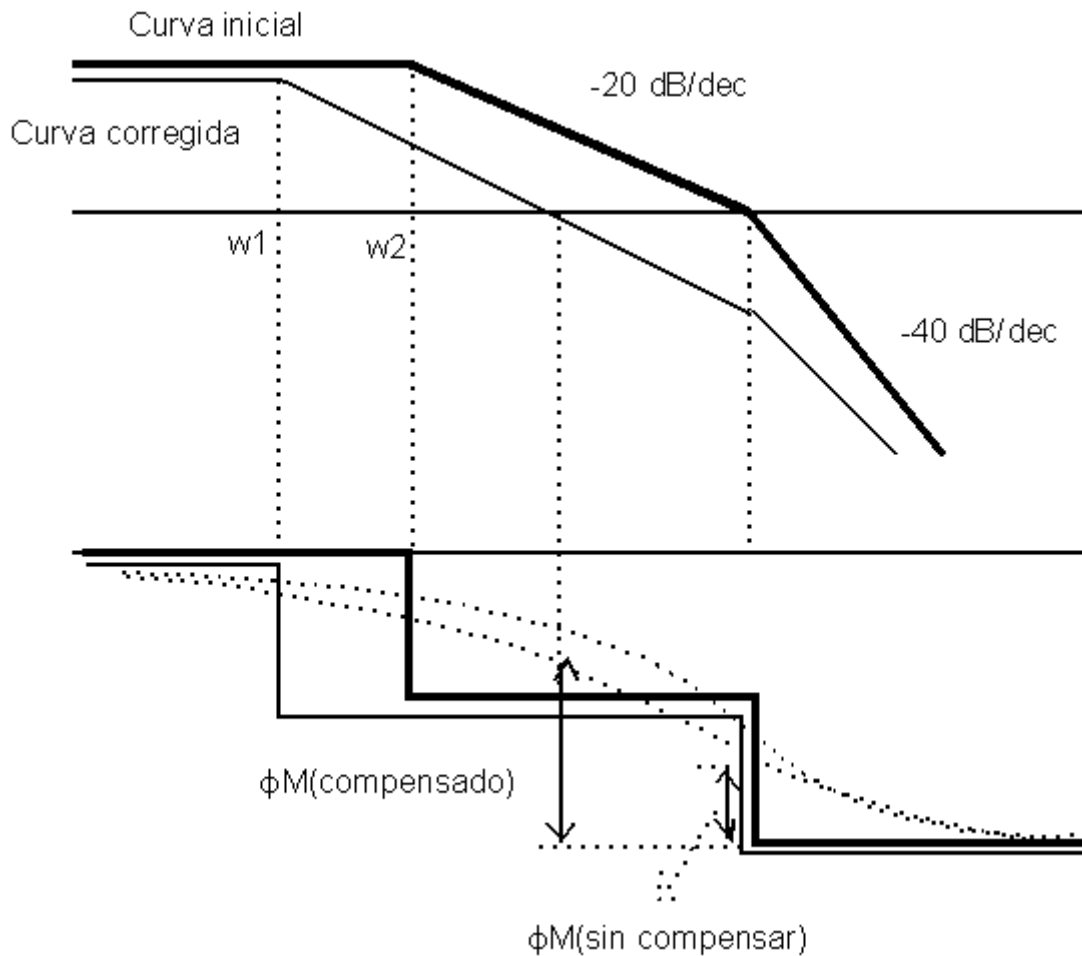


Figura 19

iii) Los tiempos de subida y estabilización son largos, ya que el ancho de banda se reduce.

5.3.-Redes de retardo-adelanto.

Las redes de avance de fase suelen mejorar el tiempo de subida y el de estabilización, pero aumentan el ancho de banda (problemas de ruido); mientras que las redes de retardo de fase mejoran la respuesta en régimen permanente, pero aumentan el tiempo de subida. Es decir, cada una tiene ventajas e inconvenientes la una frente a la otra. Por ello, resulta más eficaz una combinación de ambos controles. Obtenemos así una red de avance-retardo de fase, cuya respuesta en frecuencia se muestra en la figura 20.

Aplicada de forma conveniente a nuestro ejemplo, podemos ver como el resultado de la respuesta en frecuencia para la red compensada en lazo abierto (figura 21), es más favorable que para los casos anteriores por separado.

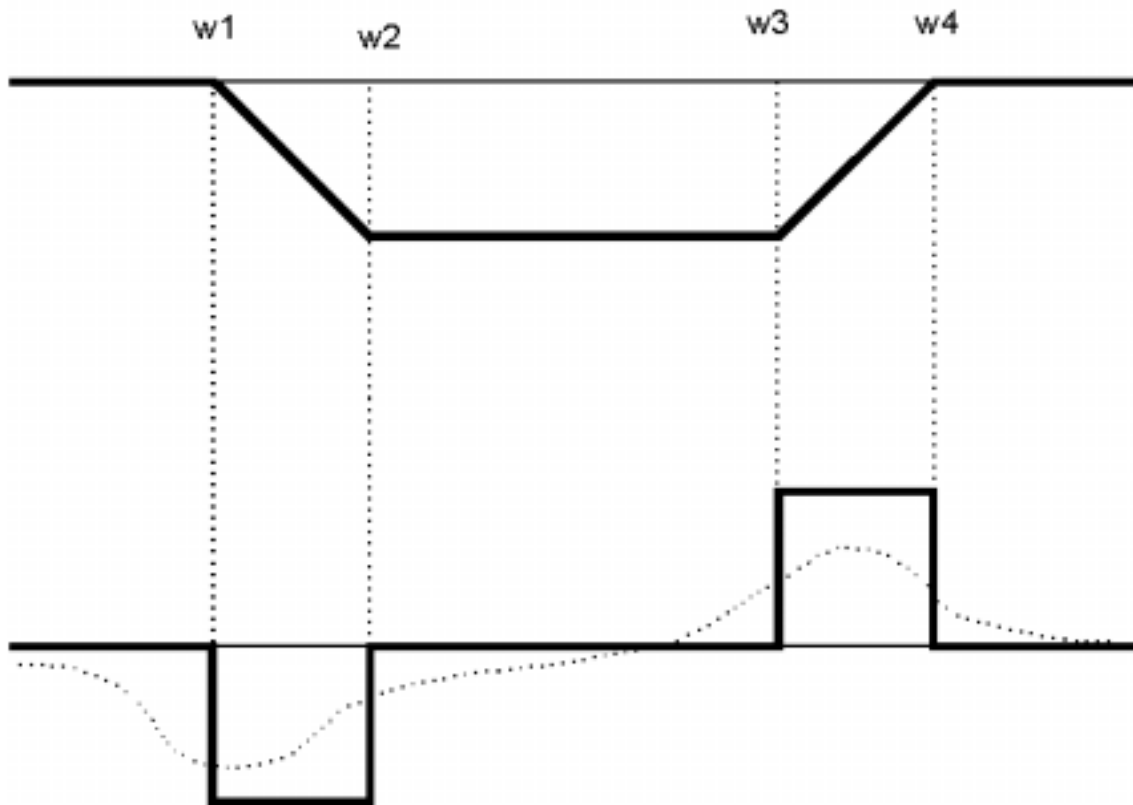


Figura 20

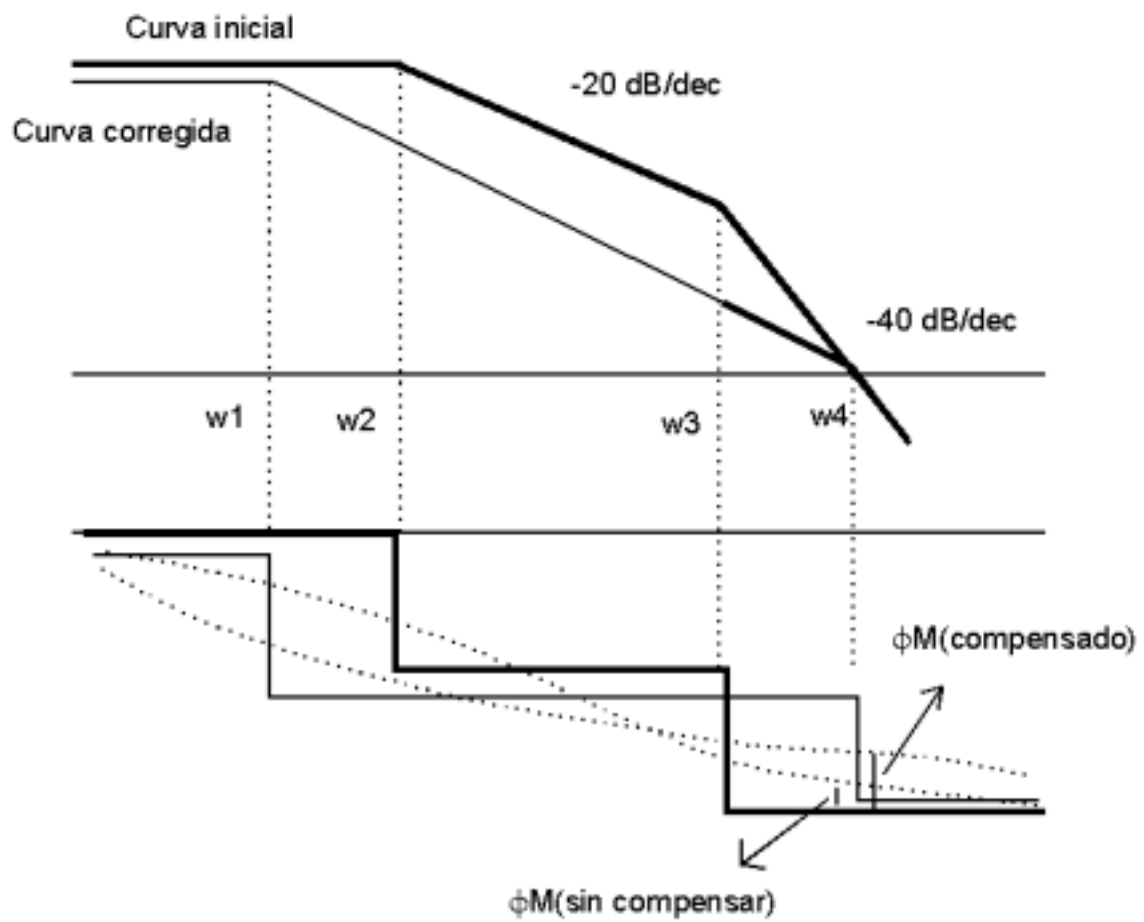


Figura 21

Veamos una comparación entre las compensaciones de retardo y avance:

a) La compensación en adelanto brinda el resultado deseado por su contribución al adelanto de fase; en cambio, la compensación en retardo logra su resultado a través de la característica de la atenuación en altas frecuencias.

b) En el dominio de s , la compensación en adelanto permite modificar la forma del lugar de las raíces, dando así los polos de lazo cerrado deseados. En el dominio de la frecuencia la compensación en adelanto aumenta el margen de fase y el ancho de banda. Un ancho de banda elevado significa reducción en el tiempo de establecimiento. El ancho de banda de un sistema con compensación en retardo, a veces, es mayor que en compensación de adelanto. Por tanto, si se desea un gran ancho de banda o respuesta rápida, debe utilizarse compensación de adelanto. Si, en cambio, hay señales de ruido presentes, puede no ser conveniente un ancho de banda grande, ya que hace al sistema más susceptible a señales de ruido debido al incremento en la ganancia de altas frecuencias. En este caso debe utilizarse la compensación en retardo.

c) La compensación en atraso mejora la exactitud en régimen estacionario; sin embargo, reduce el ancho de banda. Si la reducción en ancho de banda es excesiva, el sistema compensado presentará una respuesta lenta. Si se desea tanto respuesta rápida como buena exactitud estacionaria, debe emplearse un compensador en retardo-adelanto.

d) La compensación en adelanto exige un incremento adicional de ganancia para compensar la atenuación inherente a la red de adelanto. Esto significa que la compensación en adelanto exigirá mayor ganancia que la necesaria para compensación en atraso. (En la mayor parte de los casos, mayor ganancia implica mayor espacio, mayor peso y mayores costos).

e) Aunque se pueden lograr una gran cantidad de circuitos de compensación utilizando las redes de adelanto, atraso y atraso-adelanto, en sistemas complicados la compensación simple lograda con estas redes puede no dar resultados satisfactorios. Entonces, hay que emplear diferentes compensadores con distintas configuraciones de polos y ceros. Nótese que una vez especificada la configuración de polos y ceros de un compensador puede efectuarse la realización física de la red pasiva necesaria utilizando las técnicas habituales de síntesis de redes.

6.-Efectos del elemento de medición sobre el sistema.

Como las características dinámicas y estáticas del elemento de medición afectan a la indicación del valor efectivo de la variable de salida, el elemento de medición juega un papel importante en el comportamiento global del sistema de

control. El elemento de medida generalmente determina la función de transferencia en el camino de realimentación. Si las constantes de tiempo del elemento de medición son despreciablemente pequeñas en comparación con otras constantes de tiempo del sistema de control, la función de transferencia del elemento de medición simplemente se convierte en una constante. Las figuras siguientes muestran diagramas de bloques de controles automáticos con elemento de medición de primer orden (figura 22), sobreamortiguado de segundo orden (figura 23) y subamortiguado de segundo orden (figura 24). La respuesta, por ejemplo de un elemento de medición térmico, frecuentemente es de tipo sobreamortiguado de segundo orden.

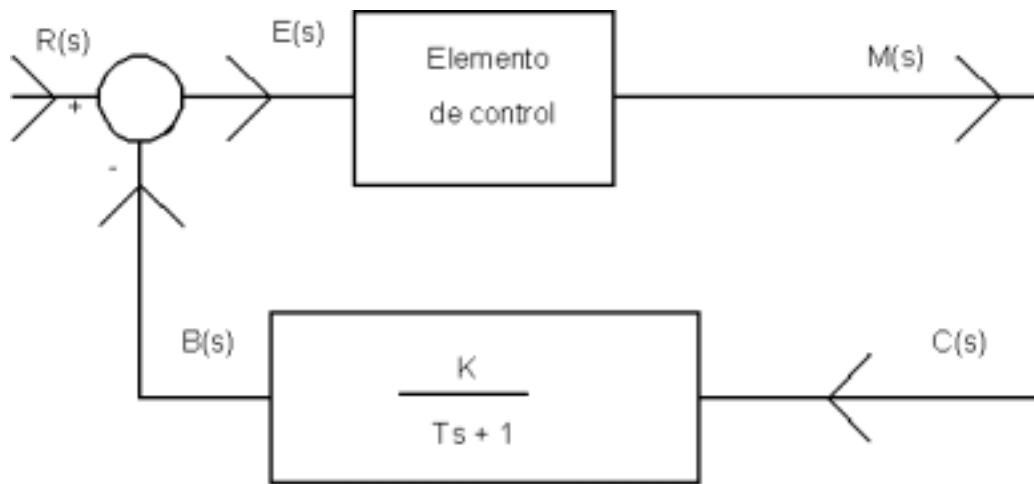


Figura 22

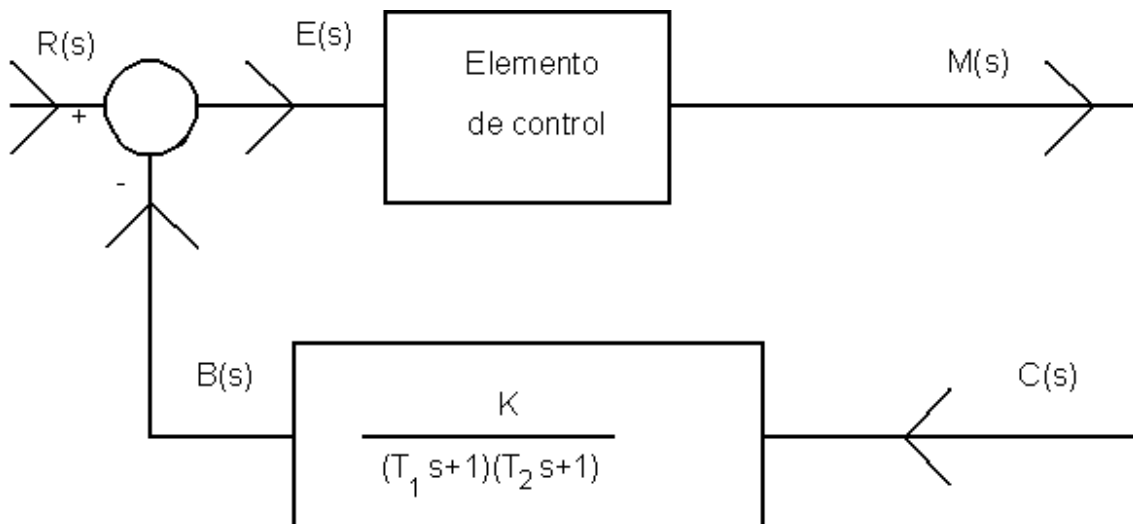


Figura 23

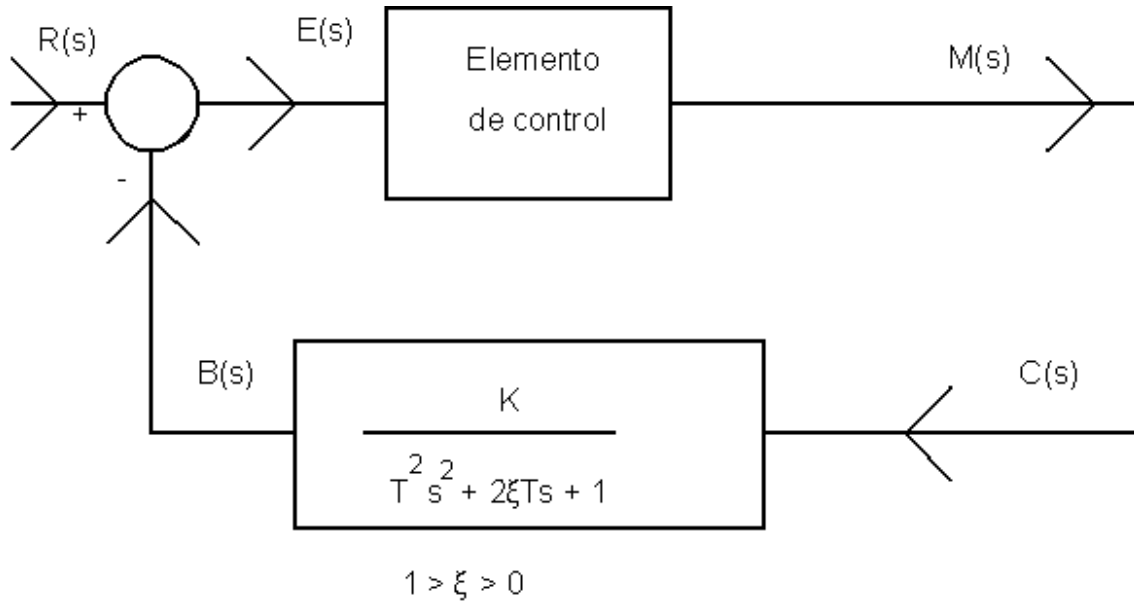


Figura 24

7.-Cancelaciones.

Las funciones de transferencias de muchos procesos controlados contiene uno o más pares de polos complejos conjugados que están muy cerca del eje imaginario del plano s . Estos polos complejos, por lo regular causan que el sistema en lazo cerrado sea ligeramente amortiguado o inestable. Un pensamiento inmediato es emplear un controlador que tenga una función de transferencia con ceros seleccionados para cancelar los polos no deseados del proceso controlado, y los polos del controlador son colocados en lugares más deseables del plano s para alcanzar el comportamiento óptimo dinámico deseado. Es decir, si los polos indeseados están en el SPI y son de la forma:

$$\frac{1}{s^2 + 2\xi_1 w_1 s + w_1^2}$$

la inserción de un sistema compensador con función de transferencia

$$G_c(s) = \frac{s^2 + 2\xi_1 w_1 s + w_1^2}{s^2 + 2\xi_2 w_2 s + w_2^2}$$

produce el efecto reemplazo de los polos indeseados complejos conjugados por otros admisibles. El problema es que, en la práctica, la cancelación **exacta** de polos y ceros de funciones de transferencia es casi imposible (por las aproximaciones de la planta, variaciones internas, etc...). Ello no impide que, si bien, no se produce la cancelación total, sí que el sistema compensado presentará mejores características de respuesta.

Lo que sí debe mantenerse en mente es que nunca se debe intentar cancelar polos que estén en el SPD del plano, ya que cualquier cancelación inexacta (lo que siempre será así, por muy próxima que se de) resultará en un

sistema inestable. Igualmente, si los polos están muy próximos al eje imaginaria, una mala compensación puede producir el efecto contrario, como puede verse del diagrama de las raíces mostrado en la figura 25.

A este tipo de controlador se le denomina con frecuencia **filtro de muesca**.

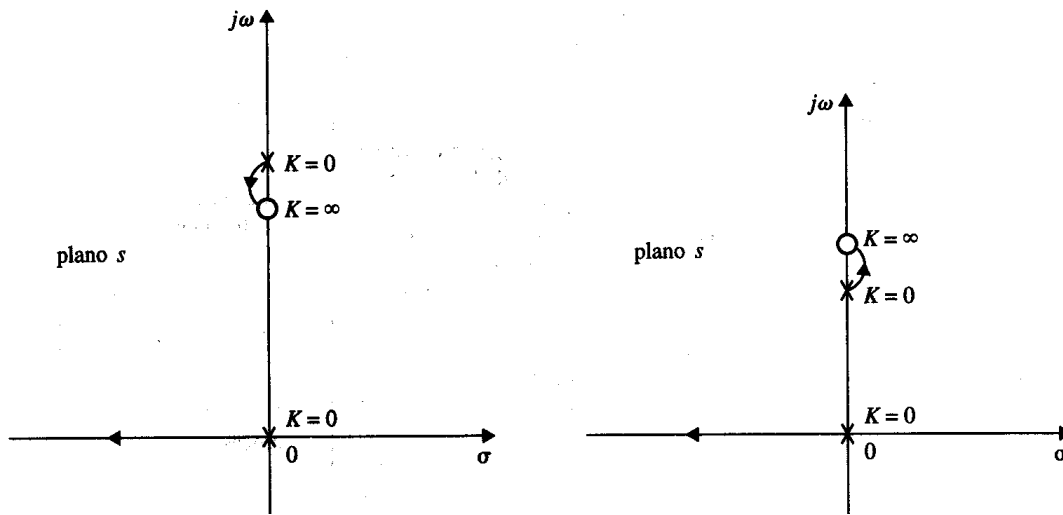


Figura 25