Tema 6

Diseño de Reguladores en el Dominio del Tiempo

Indice

Diseño de Reguladores en el Dominio del Tiempo

1) Determinar qué debe hacer el sistema y cómo debe hacerlo: **Especificaciones de diseño**.

2) Determinar la configuración de la estructura de control y el tipo de regulador.

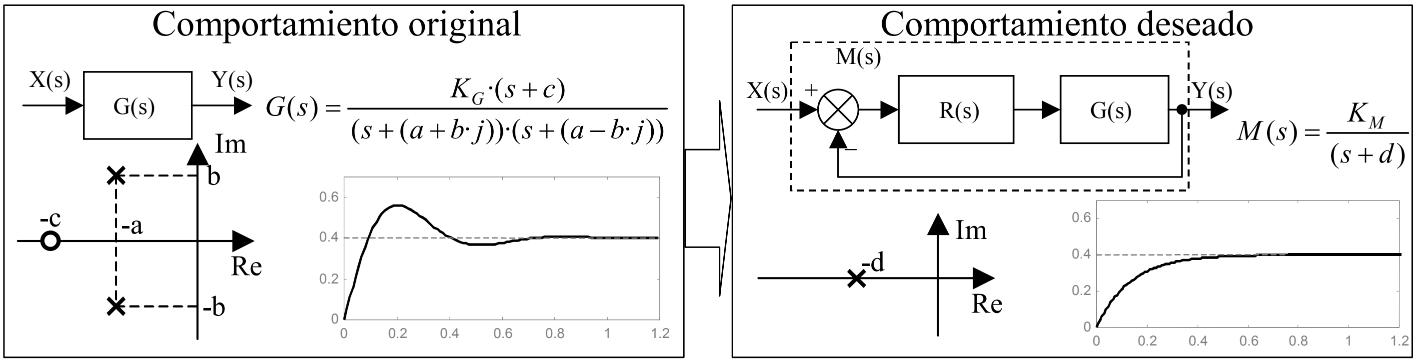
3) Determinar los parámetros del regulador para alcanzar los objetivos de diseño.

Especificaciones de Diseño en el Dominio del Tiempo

- Precisión en régimen permanente: e_p, e_v y e_a.
- Respuesta transitoria: M_p, t_p, t_r, t_s.
- Control de las perturbaciones.

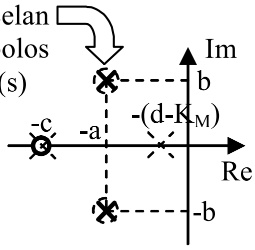
NOTA: Existen relaciones analíticas para los parámetros de respuesta transitoria (M_p, t_p, t_r, t_s) sólo para sistemas de segundo orden sin ceros o sistemas que se puedan aproximar por sistemas de segundo orden. Los procedimientos generales de diseño que se describirán son aplicables a estos sistemas y pueden no ser del todo válidos para sistemas de orden superior.

Diseño de Reguladores por Cancelación:Truxal (I)

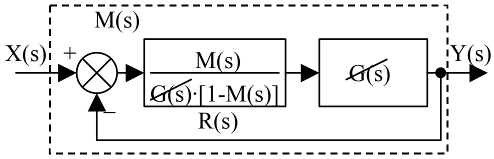


$$M(s)=\frac{R(s)\cdot G(s)}{1+R(s)\cdot G(s)}\Rightarrow R(s)=\frac{M(s)}{G(s)\cdot[1-M(s)]}\Rightarrow R(s)=\frac{K_M\cdot(s+(a+b\cdot j))\cdot(s+(a-b\cdot j))}{K_G\cdot(s+c)\cdot(s+(d-K_M))}$$

Los ceros de R(s) cancelan los polos de G(s) y los polos de R(s) a los ceros de G(s)



$$R(s)\cdot G(s)=\frac{K_M}{s+(d-K_M)}$$



Diseño de Reguladores por Cancelación:Truxal (II)

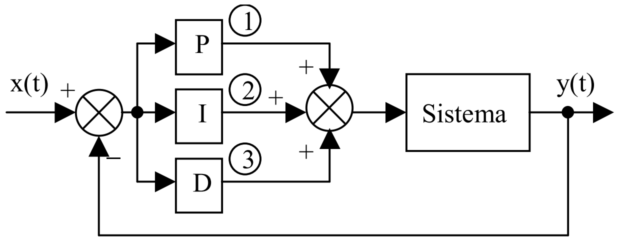
Inconvenientes:

1) R(s) ha de ser realizable, $n_R \geq m_R$. Esto se consigue si n_M-$m_M \geq n_G$-m_G.

2) La cancelación de polos y ceros no es exacta. Por lo tanto G(s) tiene que ser de fase mínima para que el sistema final no tenga polos inestables.

3) R(s) puede ser muy complicada (muchos ceros y polos).

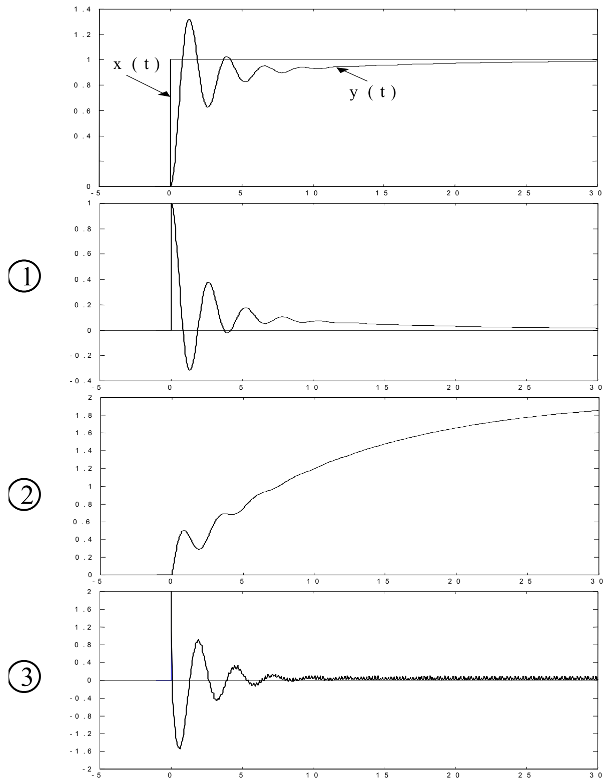
Acciones de Control Clásicas



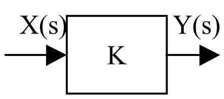
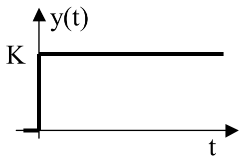
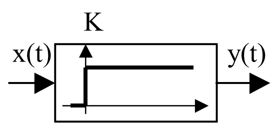
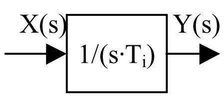
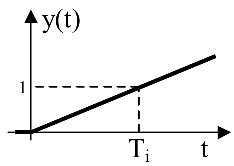
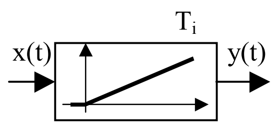
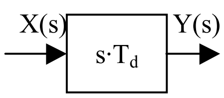
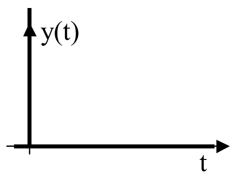
1- Proporcional $e(t) = x(t) - y(t)$

2- Integral $\int_0^t e(t) \cdot dt$

3- Diferencial $\dfrac{de(t)}{dt}$



Reguladores PID (I)

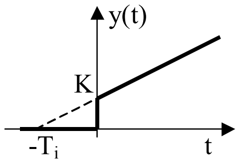
	Respuesta ante un escalón unitario	Representación típica en circuitos de control
Regulador P 		
Regulador I 		
Regulador D 		El comportamiento ideal del derivador es imposible de reproducir físicamente

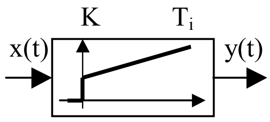
Reguladores PID (II)

Respuesta ante un escalón unitario | Representación típica en circuitos de control

Regulador PI

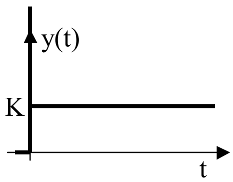
$$X(s) \to \boxed{K\cdot(1+1/(s\cdot T_i))} \to Y(s)$$





Regulador PD (ideal)

$$X(s) \to \boxed{K\cdot(1+s\cdot T_d)} \to Y(s)$$

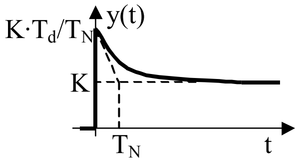


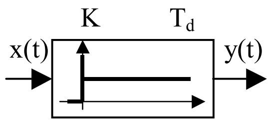
El comportamiento ideal del PD es imposible de reproducir físicamente

Regulador PD (real)

$$X(s) \to \boxed{K\cdot(1+s\cdot T_d)/(1+s\cdot T_N)} \to Y(s)$$

$T_d > T_N$





Universidad de Oviedo
REGULACIÓN AUTOMÁTICA
INGENIERÍA DE SISTEMAS Y AUTOMÁTICA

Reguladores PID (III)

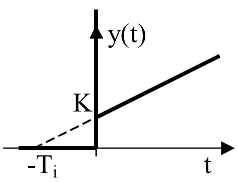
Respuesta ante un escalón unitario | Representación típica en circuitos de control

Regulador PID (ideal)

$$X(s) \to \boxed{K(1+1/(s\cdot T_i)+s\cdot T_d)} \to Y(s)$$

$$K\frac{T_d\cdot T_i\cdot s^2 + T_i\cdot s + 1}{T_i\cdot s}$$

$T_i > T_d$



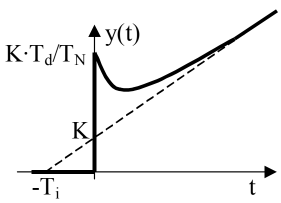
El comportamiento ideal del PID es imposible de reproducir físicamente

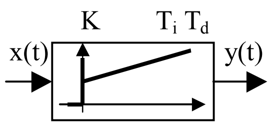
Regulador PID (real)

$$X(s) \to \boxed{K\cdot((1+s\cdot T_d)/(1+s\cdot T_N)+1/(s\cdot T_i))} \to Y(s)$$

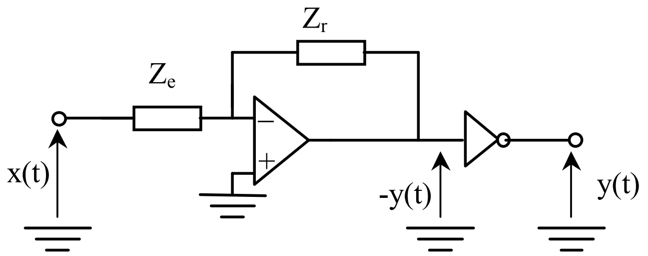
$$K\frac{T_d\cdot T_i\cdot s^2 + (T_i + T_N)\cdot s + 1}{T_i\cdot s\cdot(1+T_N\cdot s)}$$

$T_i > T_d > T_N$





Implementación de Reguladores Electrónicos

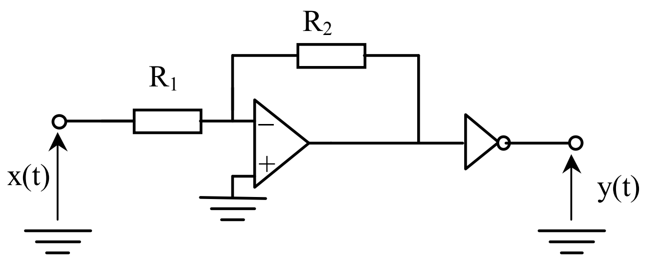


$$Y(s) = \frac{Z_r}{Z_e} X(s)$$

$$R(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{Z_r}{Z_e}$$

NOTA: Las ecuaciones suponen un comportamiento ideal de los componentes electrónicos, es decir, sin saturaciones, respuesta inmediata, parámetros constantes, circuitos operacionales ideales, resistencias y condensadores puros, etc.

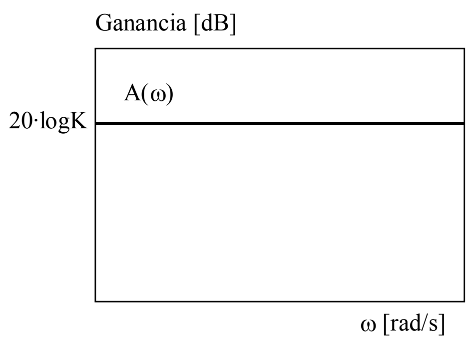
Regulador P

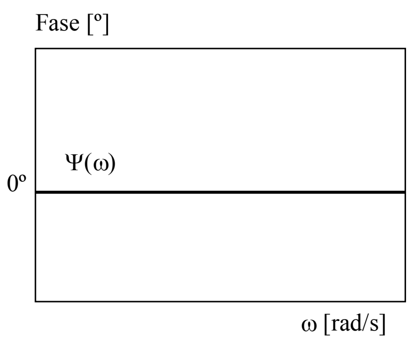


$$\begin{cases} Z_r = R_2 \\ Z_e = R_1 \end{cases}$$

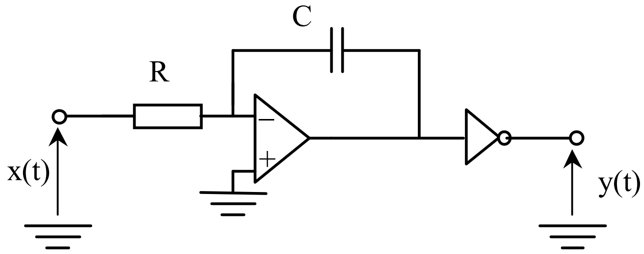
$$R(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{R_2}{R_1} = K$$

$$K = \frac{R_2}{R_1}$$





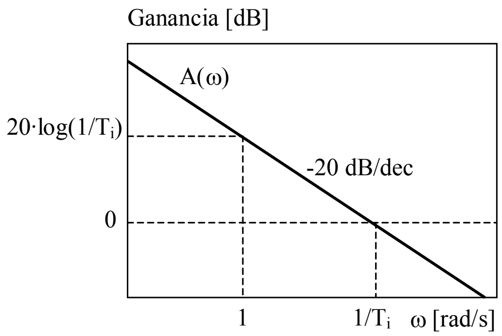
Regulador I

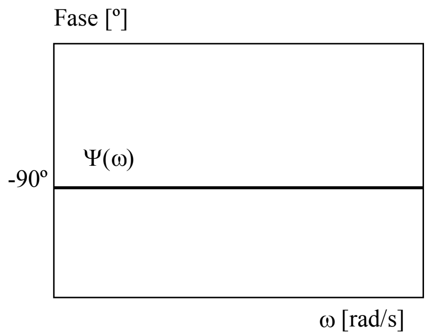


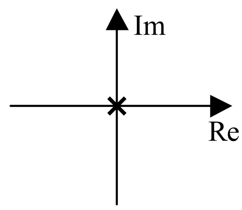
$$\begin{cases} Z_r = \dfrac{1}{C\cdot s} \\ Z_e = R \end{cases}$$

$$R(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{R\cdot C\cdot s} = \frac{1}{T_i\cdot s}$$

$$T_i = R\cdot C$$

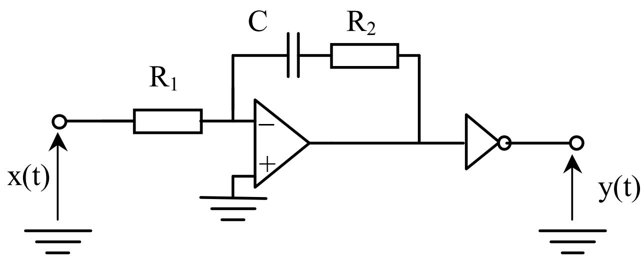






Regulador PI

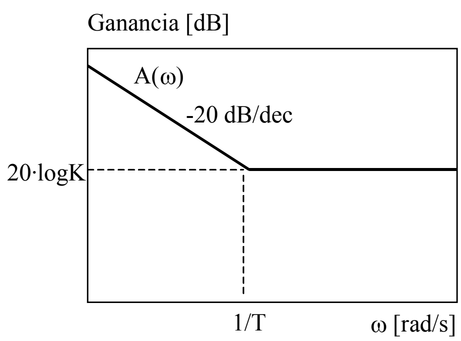
$$\begin{cases} Z_r = R_2 + \dfrac{1}{C\cdot s} \\ Z_e = R_1 \end{cases}$$

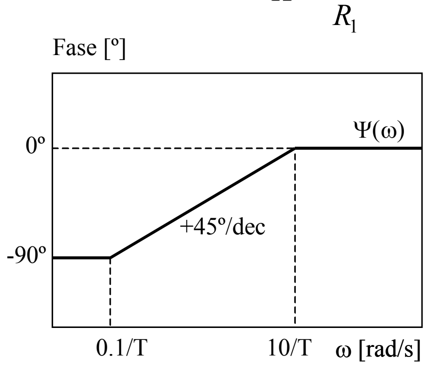


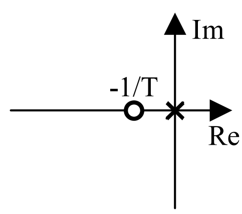
$$R(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{R_2 + \dfrac{1}{C\cdot s}}{R_1} = \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{R_1\cdot C\cdot s}$$

$$R(s) = K + \frac{1}{T_i\cdot s} = \frac{K\cdot T_i\cdot s + 1}{T_i\cdot s} = \frac{T\cdot s + 1}{T_i\cdot s}$$

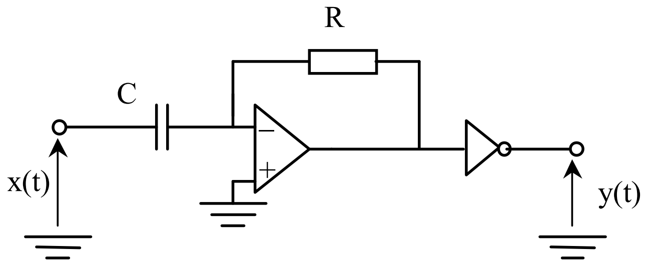
$$K = \frac{R_2}{R_1} \qquad T_i = R_1\cdot C \qquad T = K\cdot T_i = R_2\cdot C$$







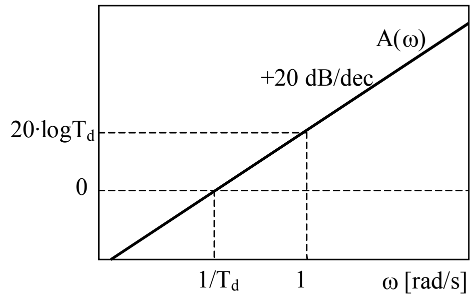
Regulador D

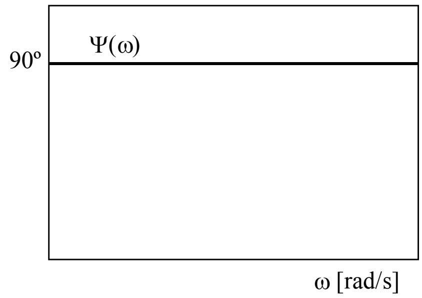


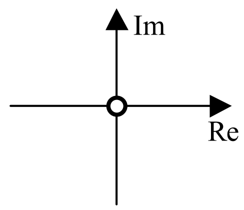
$$\begin{cases} Z_r = R \\ Z_e = \dfrac{1}{C\cdot s} \end{cases}$$

$$R(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{R}{\dfrac{1}{C\cdot s}} = R\cdot C\cdot s = T_d\cdot s$$

$$T_d = R\cdot C$$





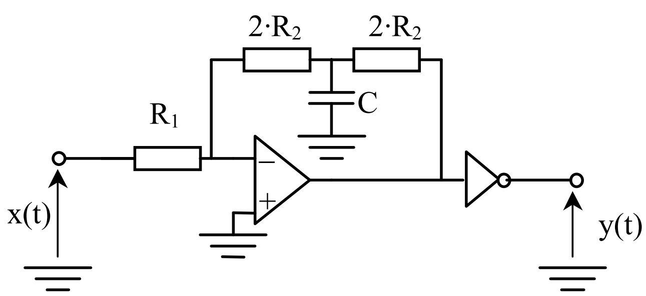


Universidad de Oviedo

REGULACIÓN AUTOMÁTICA

INGENIERÍA DE SISTEMAS Y AUTOMÁTICA

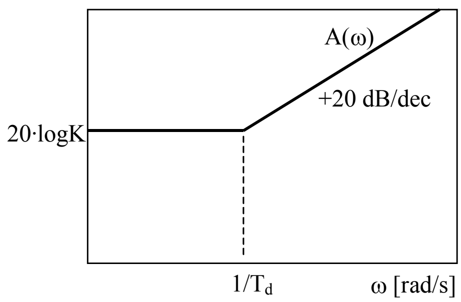
Regulador PD

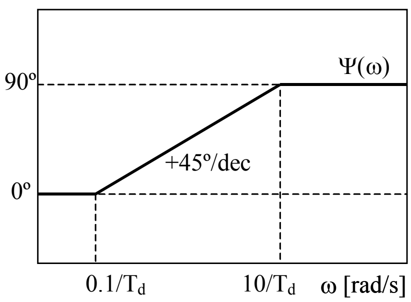


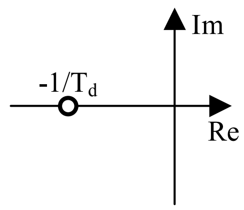
$$\begin{cases} Z_r = 4\cdot R_2\cdot(1+R_2\cdot C\cdot s) \\ Z_e = R_1 \end{cases}$$

$$R(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{4\cdot R_2\cdot(1+R_2\cdot C\cdot s)}{R_1} = K\cdot(1+T_d\cdot s)$$

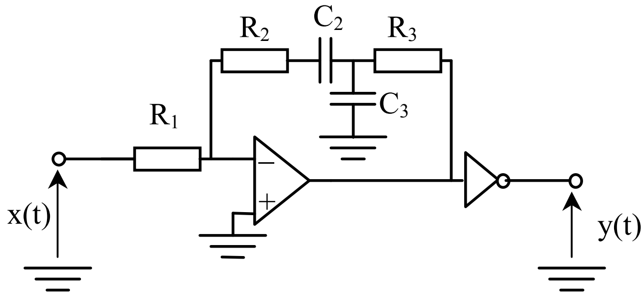
$$K = 4\cdot\frac{R_2}{R_1} \qquad T_d = R_2\cdot C$$







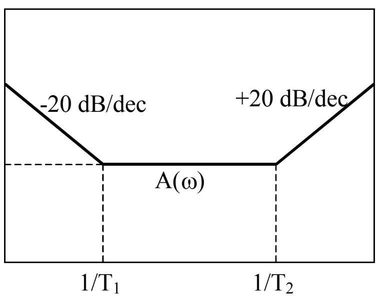
Regulador PID

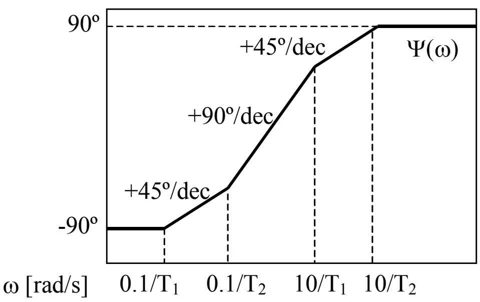


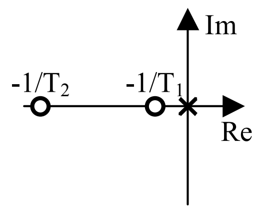
$$\begin{cases} Z_r = \dfrac{1}{C_2\cdot s}\cdot\left[(1+R_2\cdot C_2\cdot s)\cdot(1+R_3\cdot C_3\cdot s)+R_3\cdot C_2\cdot s\right] \\ Z_e = R_1 \end{cases}$$

$$R(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=K\cdot(1+\frac{1}{T_i\cdot s}+T_d\cdot s)$$

$$R(s)=K\cdot\frac{(1+T_1\cdot s)\cdot(1+T_2\cdot s)}{T_i\cdot s}$$



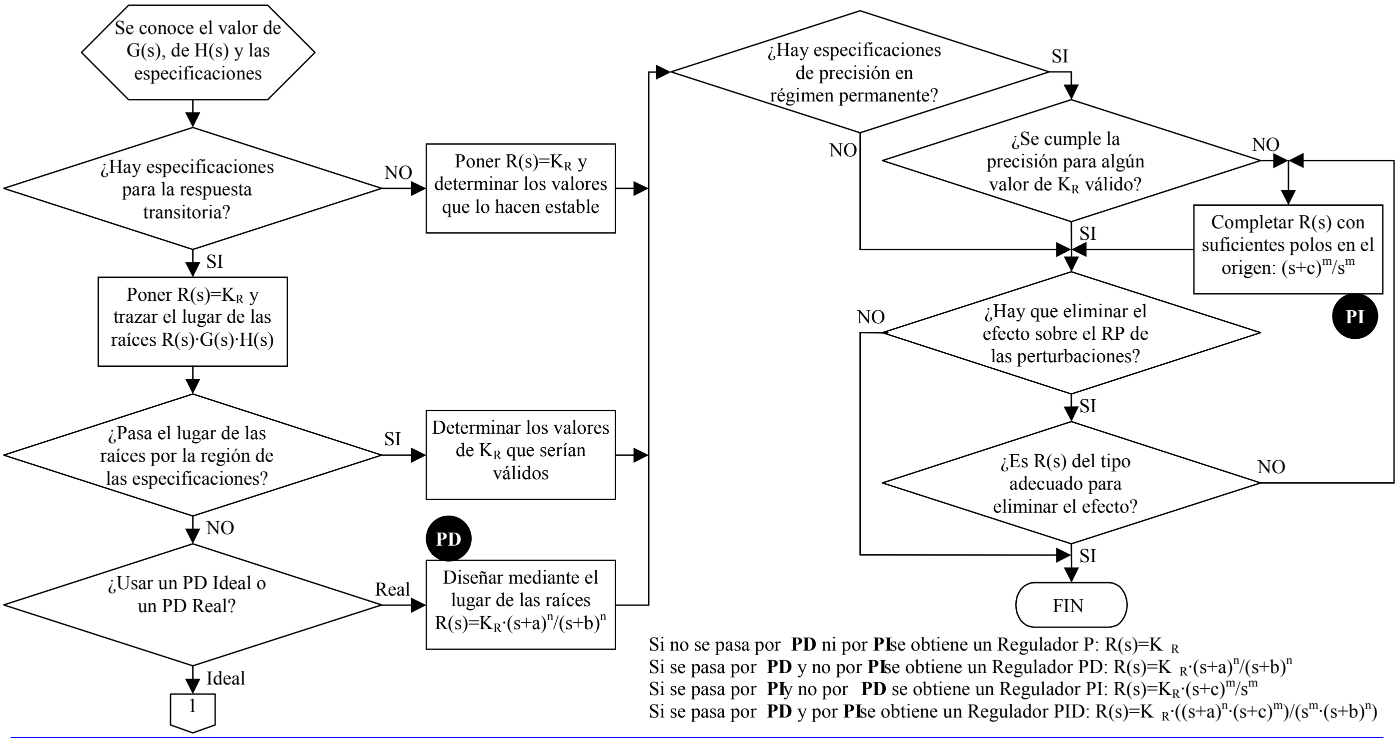




Efectos de los Reguladores PID

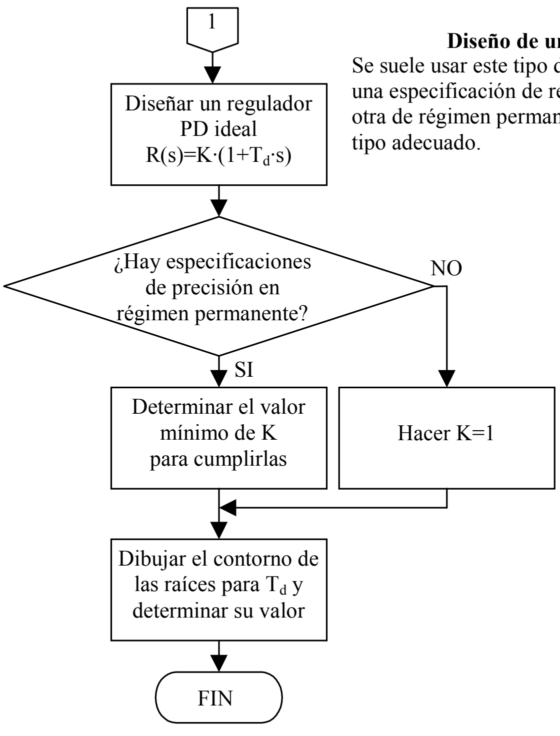
- Regulador P: Aumenta la ganancia. Reduce los errores en régimen permanente. Modifica el transitorio y puede tender a desestabilizar el sistema en muchos casos si K aumenta demasiado.
- Regulador I: Aumenta el tipo del sistema. Mejora los errores en régimen permanente. Anula el efecto sobre el régimen permanente del sistema, de las perturbaciones que afectan al sistema entre el regulador y la salida.
- Regulador PI: Aumenta la ganancia y el tipo del sistema, combinando los efectos de los dos reguladores anteriores. Si el cero se encuentra muy próximo al origen con respecto a los polos dominantes del sistema, apenas modifica el transitorio del sistema comparado con un regulador P con la misma ganancia K.
- Regulador PD: Su ganancia, polo y cero permiten modificar la situación final de los polos dominantes del sistema en bucle cerrado. Permite definir el comportamiento transitorio del sistema. Por lo general estabiliza el sistema si se utiliza un valor de ganancia K moderado. Es muy sensible a perturbaciones de alta frecuencia.
- Regulador PID: Es un compendio de los efectos de los reguladores anteriores.

Diseño de Reguladores PID (I)



Si no se pasa por **PD** ni por **PI** se obtiene un Regulador P: $R(s)=K_R$
Si se pasa por **PD** y no por **PI** se obtiene un Regulador PD: $R(s)=K_R\cdot(s+a)^n/(s+b)^n$
Si se pasa por **PI** y no por **PD** se obtiene un Regulador PI: $R(s)=K_R\cdot(s+c)^m/s^m$
Si se pasa por **PD** y por **PI** se obtiene un Regulador PID: $R(s)=K_R\cdot((s+a)^n\cdot(s+c)^m)/(s^m\cdot(s+b)^n)$

Diseño de Reguladores PID (II)



Diseño de un PD ideal

Se suele usar este tipo de diseño si sólo hay una especificación de régimen transitorio y otra de régimen permanente, siendo G(s) del tipo adecuado.

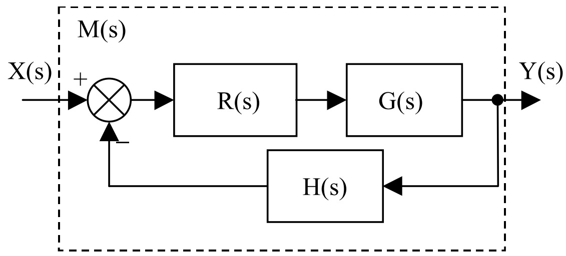
Los diagramas de flujo presentados son métodos aceptables para el diseño de reguladores PID, aunque existen múltiples alternativas para determinar los parámetros de los mismos que no están recogidas.

Los reguladores obtenidos se basan en el modelo del sistema, por lo que su validez sólo se podrá comprobar experimentalmente sobre el sistema real.

En ese momento, probablemente será necesario reajustar los parámetros del regulador diseñado para obtener los resultados deseados.

Diseño de un Regulador P

$$R(s) = K_R \qquad G(s)\cdot H(s) = K_G \cdot K_H \frac{\prod_{j=1}^{m}(s+z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(s+p_i)}$$

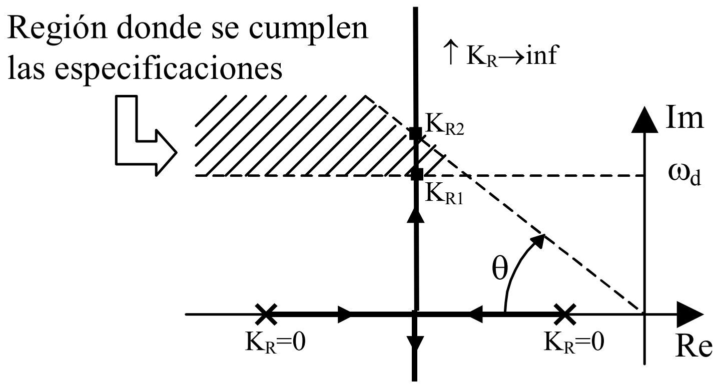


Para unas determinadas especificaciones, por ejemplo:

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} \le A \Rightarrow \omega_d \ge \frac{\pi}{A}$$

$$M_p = e^{-\pi \cdot \cot g\theta} \le B \Rightarrow \theta \le arctg \frac{-\pi}{\ln B}$$

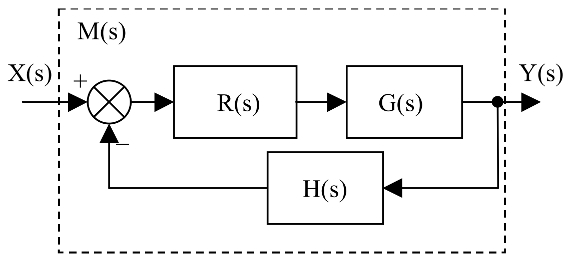
Se traza el L.R. con $R(s)=K_R$ y se determina K_R tal que: $K_{R1}<K_R<K_{R2}$



Universidad de Oviedo
REGULACIÓN AUTOMÁTICA
INGENIERÍA DE SISTEMAS Y AUTOMÁTICA

Diseño de un Regulador PD (I)

$$R(s) = K_R \frac{s+a}{s+b} \qquad G(s)\cdot H(s) = K_G \cdot K_H \frac{\prod_{j=1}^{m}(s+z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(s+p_i)}$$

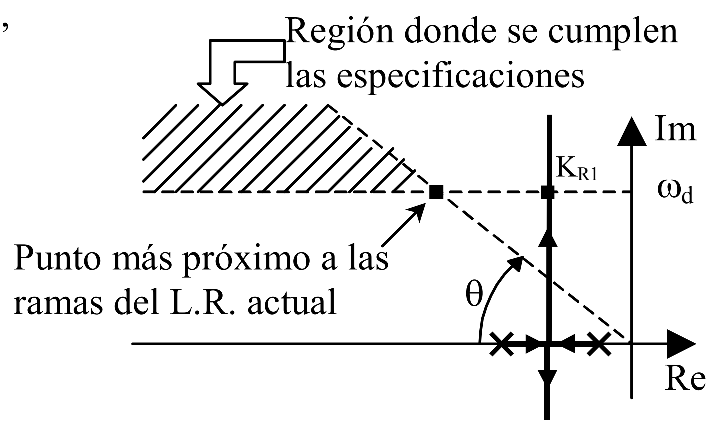


Para unas determinadas especificaciones, por ejemplo:

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} \le A \Rightarrow \omega_d \ge \frac{\pi}{A}$$

$$M_p = e^{-\pi \cdot \cot g\theta} \le B \Rightarrow \theta \le arctg \frac{-\pi}{\ln B}$$

Se traza el L.R. con $R(s)=K_R$



Diseño de un Regulador PD (II) $t_p \le \frac{\pi}{5} = 0.63 \Rightarrow \omega_d \ge 5$; $M_p \le 4.3\% \Rightarrow \theta \le 45^\circ$

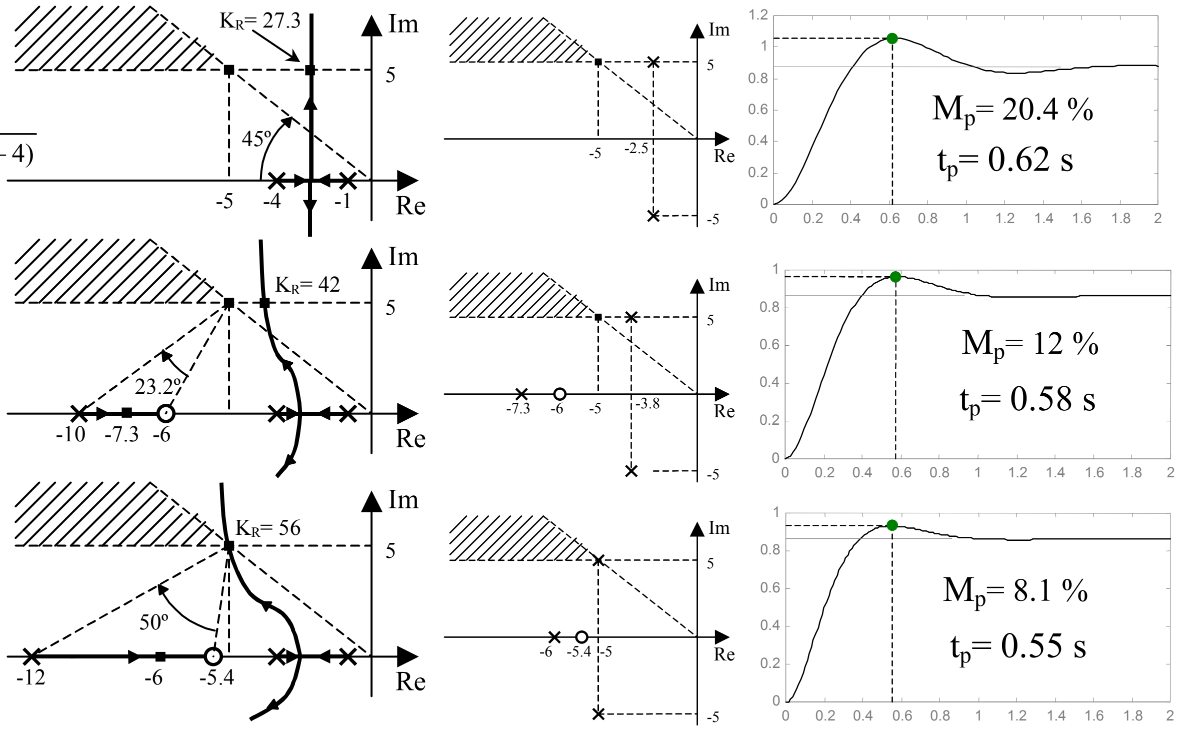
$R(s) = 27.3$

$G(s) = \dfrac{1}{(s+1)\cdot(s+4)}$

$H(s) = 1$

$R(s) = 42\dfrac{s+6}{s+10}$

$R(s) = 56\dfrac{s+5.4}{s+12}$



Diseño de un Regulador PD (III)

- Obtención del ángulo de compensación : $\gamma = \alpha - \beta$

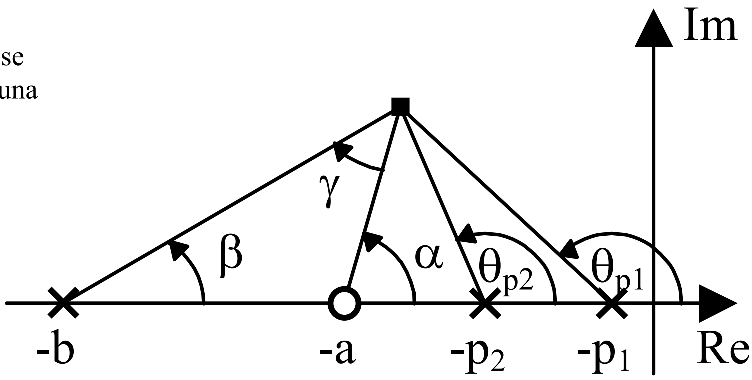
Criterio del argumento : $\left(\alpha + \sum_{j=1}^{m} \theta_{zj}\right) - \left(\beta + \sum_{i=1}^{n} \theta_{pi}\right) = (2\cdot q + 1)\cdot\pi \quad q = \{0,1,2,3,\ldots\}$

$$(\alpha + \theta_{z1} + \theta_{z2} + \ldots + \theta_{zm}) - (\beta + \theta_{p1} + \theta_{p2} + \ldots + \theta_{pn}) = (2\cdot q + 1)\cdot\pi$$

$$\gamma = \alpha - \beta = (\theta_{p1} + \theta_{p2} + \ldots + \theta_{pn}) - (\theta_{z1} + \theta_{z2} + \ldots + \theta_{zm}) + (2\cdot q + 1)\cdot\pi$$

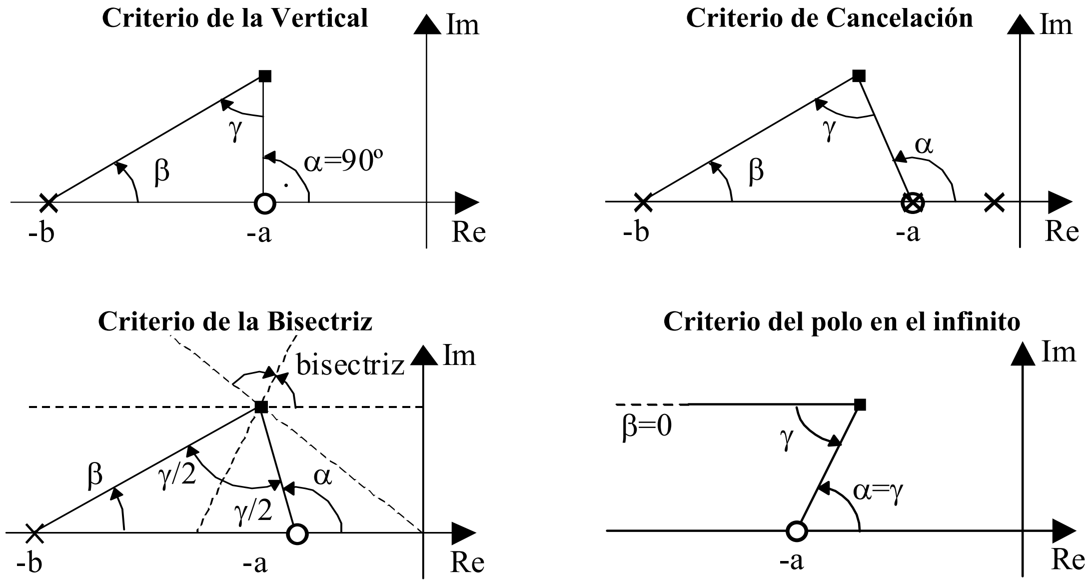
NOTA: Cuando γ tiene un valor grande se suele construir el regulador con más de una pareja polo-cero. Cada pareja compensa una parte del ángulo de compensación γ para completar el total:

$R(s)=K_R\cdot(s+a)^n/(s+b)^n$



Diseño de un Regulador PD (IV)

- Criterios para la disposición del ángulo de compensación



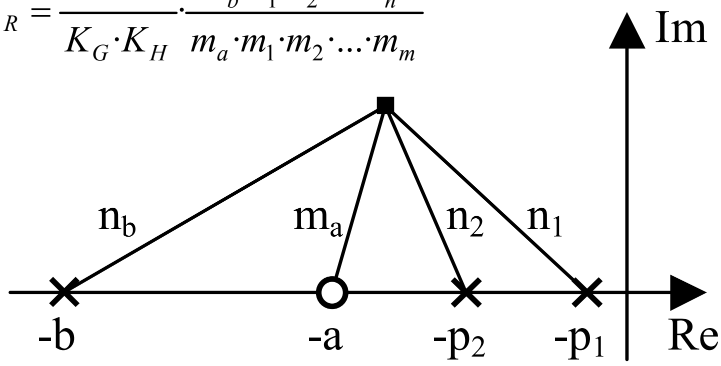
Se obtiene un PD ideal $R(s)=K_R\cdot(s+a)$

Diseño de un Regulador PD (V)

- Obtención de la K_R del regulador:

$$\text{Criterio del módulo}: \left|K_R\cdot K_G\cdot K_H\right| = \frac{\left|s+b\right|\cdot\prod_{i=1}^{n}\left|s+p_i\right|}{\left|s+a\right|\cdot\prod_{j=1}^{m}\left|s+z_j\right|}$$

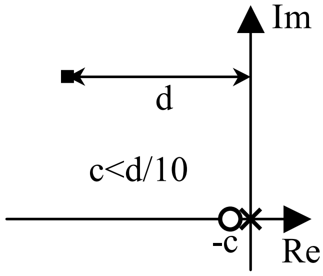
$$K_R\cdot K_G\cdot K_H = \frac{n_b\cdot n_1\cdot n_2\cdot\ldots\cdot n_n}{m_a\cdot m_1\cdot m_2\cdot\ldots\cdot m_m} \Rightarrow K_R = \frac{1}{K_G\cdot K_H}\cdot\frac{n_b\cdot n_1\cdot n_2\cdot\ldots\cdot n_n}{m_a\cdot m_1\cdot m_2\cdot\ldots\cdot m_m}$$



Diseño de un Regulador PI

El regulador PI aumenta el tipo del sistema al añadir polos sobre el origen de coordenadas del plano complejo:

$$R(s) = \frac{s+c}{s}$$



La constante del PI suele ser 1 para que no modifique el diseño de compensación del régimen transitorio que se pueda haber realizado previamente.

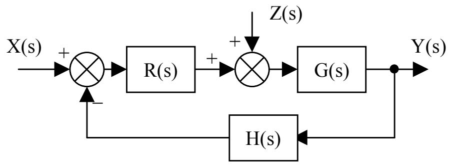
El cero se coloca muy próximo al origen, tanto como sea posible, aunque se puede utilizar como criterio válido que su distancia al origen de coordenadas sea, al menos, inferior a la décima parte de la distancia de los polos dominantes diseñados para M(s) al eje imaginario. Eso hace que el nuevo par polo-cero que introduce el regulador PI en el sistema apenas modifique el Lugar de las Raíces del sistema; por lo tanto, apenas varía la situación de los polos en Bucle Cerrado del sistema y, en consecuencia, apenas modifica su respuesta transitoria.

Si es necesario para las especificaciones de precisión o de comportamiento ante perturbaciones del sistema se pueden añadir más de un par polo-cero: $R(s)=(s+c)^m/s^m$

Control de las Perturbaciones (I):

• Interesa que la ganancia del sistema en régimen permanente ante las perturbaciones sea nula y que el transitorio tenga una oscilación y duración mínimas.

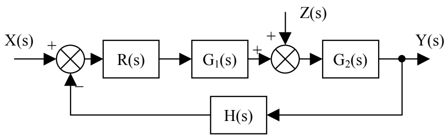
A)



$$M(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{R(s)\cdot G(s)}{1+R(s)\cdot G(s)\cdot H(s)}$$ FdT ante la entrada

$$N(s)=\frac{Y(s)}{Z(s)}=\frac{G(s)}{1+R(s)\cdot G(s)\cdot H(s)}$$ FdT ante la perturbación

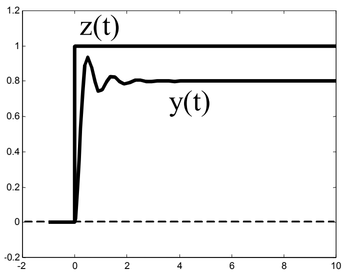
B)



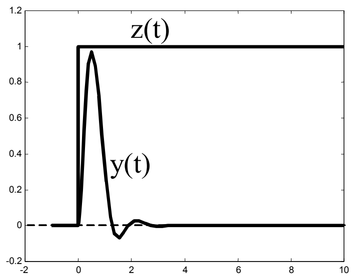
$$M(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{R(s)\cdot G_1(s)\cdot G_2(s)}{1+R(s)\cdot G_1(s)\cdot G_2(s)\cdot H(s)}$$ FdT ante la entrada

$$N(s)=\frac{Y(s)}{Z(s)}=\frac{G_2(s)}{1+R(s)\cdot G_1(s)\cdot G_2(s)\cdot H(s)}$$ FdT ante la perturbación

Si: A) R(s) es de Tipo 0
B) $R(s)\cdot G_1(s)$ es de Tipo 0



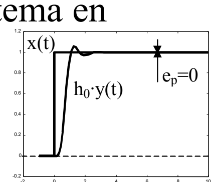
Si: A) R(s) es de Tipo 1
B) $R(s)\cdot G_1(s)$ es de Tipo 1



Control de las Perturbaciones (II):

• **Estabilidad:** Es la misma ante la entrada y la perturbación. Los polos son las raíces de la ecuación característica 1+R(s)·G(s)·H(s).

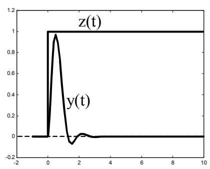
• **Régimen permanente:** Si existe un integrador (polo en el origen) entre la entrada y la perturbación (normalmente en R(s)), su acción integral anula al menos el e_p en régimen permanente y además hace que la ganancia del sistema en régimen permanente ante la perturbación sea nula.



Por ejemplo, si: $R(s)$ Tipo 1; $G(s)$ Tipo 0; $h_0=lim_{s\to 0}H(s)$

$$X(s)=\frac{1}{s} \quad Y(s)=\frac{1}{s}\cdot\frac{R(s)\cdot G(s)}{1+R(s)\cdot G(s)\cdot H(s)} \quad y(\infty)=lim_{s\to 0}s\cdot\frac{1}{s}\cdot\frac{R(s)\cdot G(s)}{1+R(s)\cdot G(s)\cdot H(s)}=\frac{1}{h_0}$$

$$Z(s)=\frac{1}{s} \quad Y(s)=\frac{1}{s}\cdot\frac{G(s)}{1+R(s)\cdot G(s)\cdot H(s)} \quad y(\infty)=lim_{s\to 0}s\cdot\frac{1}{s}\cdot\frac{G(s)}{1+R(s)\cdot G(s)\cdot H(s)}=0$$



• **Régimen transitorio:** Las respuestas transitorias de M(s) y N(s) están relacionadas, comparten el mismo denominador aunque tienen distinto numerador. Hay que buscar una combinación de ceros y polos para ambas funciones de transferencia que den un comportamiento aceptable en ambos casos.