



Tema 2

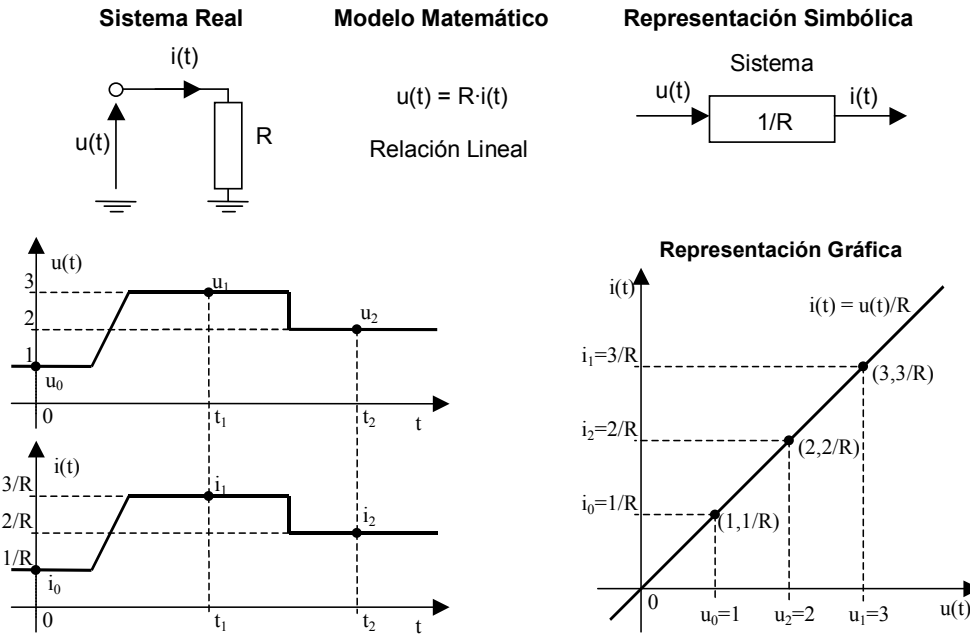
Descripción Analítica de los Sistemas



Indice

- 2.1. Modelo matemático
- 2.2. Linealización
- 2.3. Transformada de Laplace
- 2.4. Concepto de Función de Transferencia
- 2.5. Ejemplos de modelos de sistemas
- 2.6. Diagramas de bloques

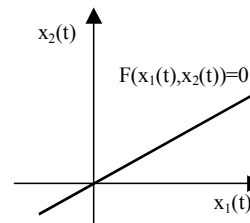
Descripción Analítica de los Sistemas



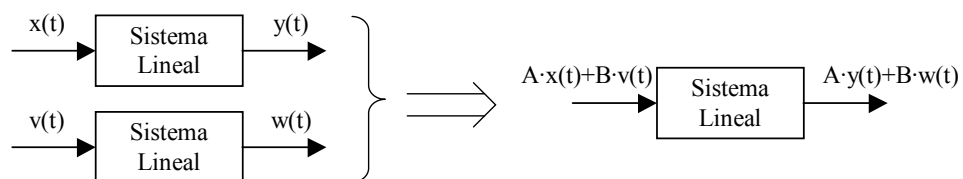
Sistemas lineales

- Relación lineal entre todas sus variables:

$$F(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)) = 0$$



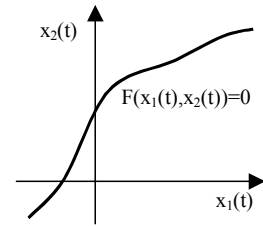
- Tienen la propiedad de la linealidad:



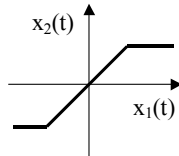
Sistemas no lineales

- Sistemas con relaciones no lineales entre algunas de sus variables:

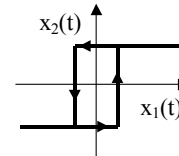
$$F(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)) = 0$$



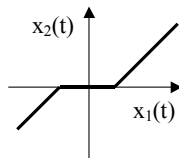
- Sistemas con saturación:



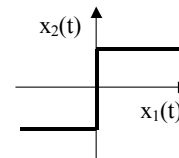
- Sistemas con histéresis:



- Sistemas con zona muerta:



- Sistemas todo-nada:



Linealización (I)

$$y(t) = F(x(t)); \quad y_0 = F(x_0)$$

Desarrollo en serie de Taylor:

$$y(t) = F(x_0) + \left. \frac{dF}{dx(t)} \right|_0 \cdot (x(t) - x_0) + \frac{1}{2!} \left. \frac{d^2F}{dx^2(t)} \right|_0 \cdot (x(t) - x_0)^2 + \frac{1}{3!} \left. \frac{d^3F}{dx^3(t)} \right|_0 \cdot (x(t) - x_0)^3 + \dots$$

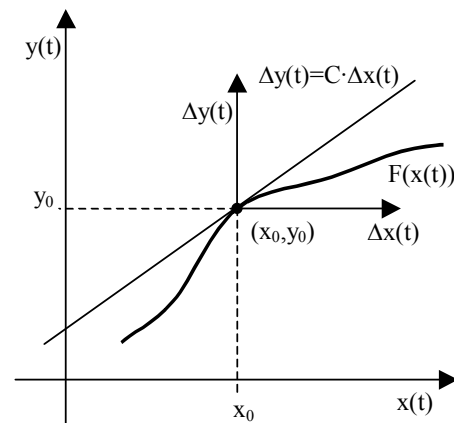
Despreciando los términos no lineales:

$$(y(t) - y_0) = \left. \frac{dF}{dx(t)} \right|_0 \cdot (x(t) - x_0)$$

$\Delta x(t) = x(t) - x_0$ incremento de $x(t)$

$\Delta y(t) = y(t) - y_0$ incremento de $y(t)$

$$C = \left. \frac{dF}{dx(t)} \right|_0 \quad \text{pendiente de la tangente en } (x_0, y_0)$$



Ecuación Lineal: $\Delta y(t) = C \cdot \Delta x(t)$

Linealización (II)

$$F(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)) = 0; \quad F(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0}) = 0$$

Desarrollo en serie de Taylor:

$$0 = \left. \frac{\partial F}{\partial x_1(t)} \right|_0 \cdot (x_1(t) - x_{10}) + \dots + \left. \frac{\partial F}{\partial x_n(t)} \right|_0 \cdot (x_n(t) - x_{n0}) + \frac{1}{2!} \left. \frac{\partial^2 F}{\partial x_1^2(t)} \right|_0 \cdot (x_1(t) - x_{10})^2 + \dots + \frac{1}{2!} \left. \frac{\partial^2 F}{\partial x_n^2(t)} \right|_0 \cdot (x_n(t) - x_{n0})^2 + \left. \frac{\partial^2 F}{\partial x_1(t) \partial x_2(t)} \right|_0 \cdot (x_1(t) - x_{10}) \cdot (x_2(t) - x_{20}) + \dots + \left. \frac{\partial^2 F}{\partial x_1(t) \partial x_n(t)} \right|_0 \cdot (x_1(t) - x_{10}) \cdot (x_n(t) - x_{n0}) + \dots$$

Despreciando los términos no lineales:

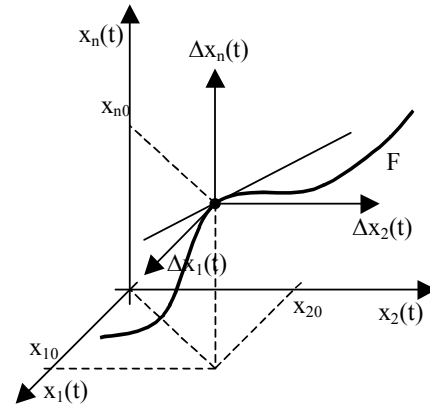
$$0 = \left. \frac{\partial F}{\partial x_1(t)} \right|_0 \cdot (x_1(t) - x_{10}) + \dots + \left. \frac{\partial F}{\partial x_n(t)} \right|_0 \cdot (x_n(t) - x_{n0})$$

$$\Delta x_1(t) = x_1(t) - x_{10} \quad \text{incremento de } x_1(t)$$

...

$$\Delta x_n(t) = x_n(t) - x_{n0} \quad \text{incremento de } x_n(t)$$

$$C_1 = \left. \frac{\partial F}{\partial x_1(t)} \right|_0; \dots; C_n = \left. \frac{\partial F}{\partial x_n(t)} \right|_0$$



$$\text{Ecuación Lineal: } C_1 \cdot \Delta x_1(t) + C_2 \cdot \Delta x_2(t) + \dots + C_n \cdot \Delta x_n(t) = 0$$

Resultados de la linealización

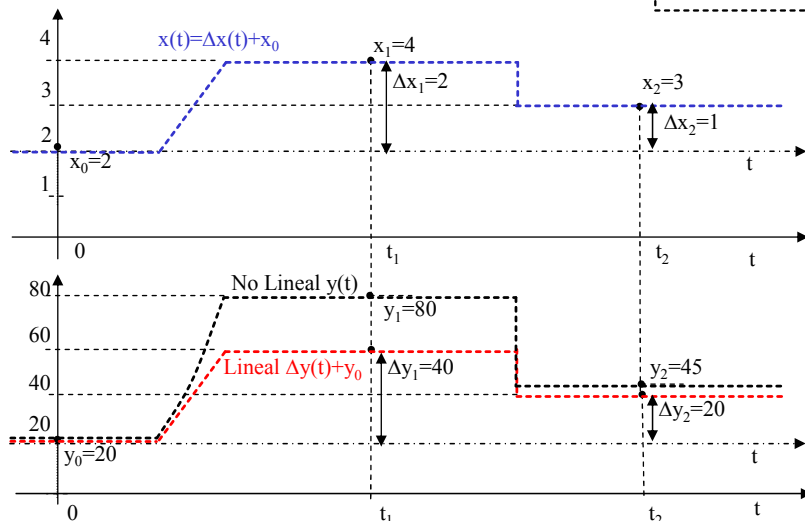
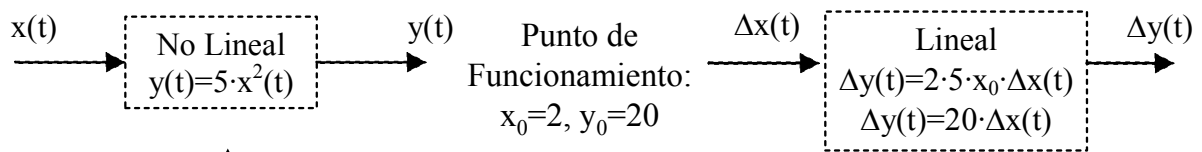
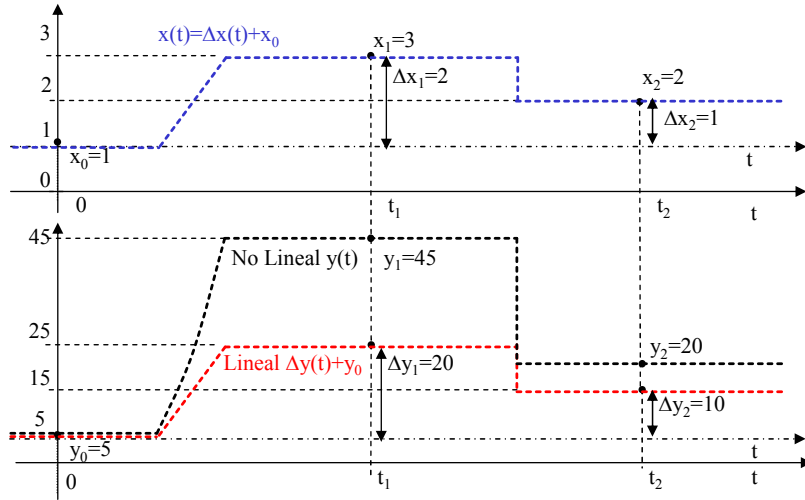
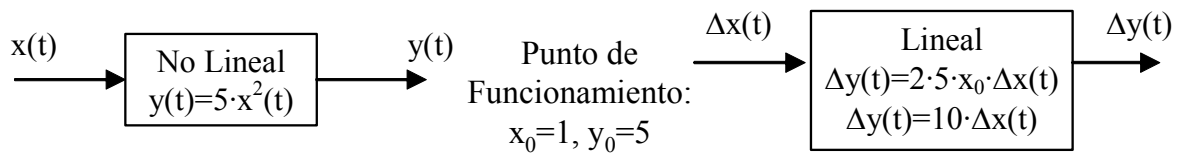
- Ventajas:

- Elimina las no linealidades en las ecuaciones
- Elimina las constantes independientes
- Las variables quedan referidas a un sistema de ejes centrados en el punto de funcionamiento elegido
- Se simplifica el manejo de las condiciones iniciales

- Inconvenientes:

- Habrá errores de cálculo de valores fuera del punto de funcionamiento
- Generalmente los errores son mayores cuanto más se aleja el estado del sistema del punto de funcionamiento elegido
- Hay tantas posibles aproximaciones lineales como puntos de funcionamiento

- Conclusión: Habrá un modelo distinto para cada punto de funcionamiento y cada modelo sólo es válido para pequeñas variaciones alrededor del punto de funcionamiento.





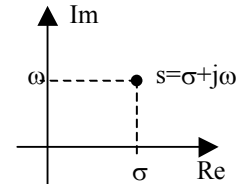
Transformada de Laplace

- Transformada:

$$f(t) \xrightarrow{L} F(s) = L[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-s \cdot t} dt \quad s = \sigma + j \cdot \omega$$

- Condición de existencia:

$$\int_0^{\infty} |f(t) \cdot e^{-\sigma \cdot t}| dt < \infty$$



- Transformada inversa: (resolución mediante descomposición en fracciones simples y el uso de tablas)

$$F(s) \xrightarrow{L^{-1}} f(t) = L^{-1}[F(s)] = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\omega}^{\sigma+j\omega} F(s) \cdot e^{s \cdot t} ds$$



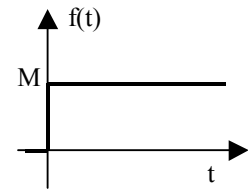
Tabla de Transformadas de Laplace

	$F(s)$	$f(t) \ t \geq 0 \ (f(t)=0 \text{ para } t < 0)$	Observaciones		$F(s)$	$f(t) \ t \geq 0 \ (f(t)=0 \text{ para } t < 0)$	Observaciones
1	$\frac{1}{s}$	$\delta(t)$	Impulso de Dirac	16	$\frac{1}{s^2(s+a)}$	$\frac{1}{a^2}(at-1+e^{-at})$	
2	$\frac{1}{e^{-Ts}}$	$\delta(t-T)$	Impulso de Dirac retrasado T segundos	17	$\frac{1}{s(s+a)^2}$	$\frac{1}{a^2}(1-e^{-at}-ate^{-at})$	
3	$\frac{1}{s}$	$u_0(t)$	Escalón unitario	18	$\frac{s+z}{s(s+a)^2}$	$\frac{1}{a^2}(z-ze^{-at}+a(a-z)te^{-at})$	
4	$\frac{1-e^{-Ts}}{s}$	$u_0(t-T)$	Escalón unitario retrasado T segundos	19	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$	$\text{sen}(\omega t)$	Polos imaginarios puros
5	$\frac{1}{s^2}$	t	Rampa unidad	20	$\frac{s}{s^2+\omega^2}$	$\text{cos}(\omega t)$	Polos imaginarios puros
6	$\frac{1}{s^n}$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$	$n = 1, 2, 3, \dots$ $0! = 1$	21	$\frac{s+z}{s^2+\omega^2}$	$\sqrt{\frac{z^2+\omega^2}{\omega^2}} \text{sen}(\omega t + \phi) \ \phi = \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{z}\right)$	Polos imaginarios puros
7	$\frac{1}{s+a}$	e^{-at}	$e^{-at}u_0(t)$	22	$\frac{1}{s(s^2+\omega^2)}$	$\frac{1}{\omega^2}(1-\text{cos}(\omega t))$	
8	$\frac{1}{(s+a)^2}$	te^{-at}	$te^{-at}u_0(t)$	23	$\frac{s+z}{s^2+\omega^2}$	$\frac{z}{\omega^2} - \sqrt{\frac{z^2+\omega^2}{\omega^2}} \text{cos}(\omega t + \phi) \ \phi = \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{z}\right)$	
9	$\frac{1}{(s+a)^n}$	$\frac{1}{(n-1)!} t^{n-1} e^{-at}$	$n = 1, 2, 3, \dots$ $0! = 1$	24	$\frac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$	$e^{-at} \text{sen}(\omega t)$	Polos complejos
10	$\frac{1}{(s+a)(s+b)}$	$\frac{1}{b-a}(e^{-at}-e^{-bt})$	Polos reales	25	$\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}$	$e^{-at} \text{cos}(\omega t)$	Polos complejos
11	$\frac{1}{s(s+a)}$	$\frac{1}{a}(1-e^{-at})$	(Como 10 con $b=0$)	26	$\frac{s+z}{(s+a)^2+\omega^2}$	$\sqrt{\frac{(z-a)^2+\omega^2}{\omega^2}} e^{-at} \text{sen}(\omega t + \phi) \ \phi = \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{z-a}\right)$	Polos complejos
12	$\frac{s+z}{(s+a)(s+b)}$	$\frac{1}{b-a}[(z-a)e^{-at} - (z-b)e^{-bt}]$	Polos reales	27	$\frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$	$\frac{\omega_n}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t} \text{sen}(\omega_n \sqrt{1-\xi^2} t)$	Polos complejos (equivalente a 24)
13	$\frac{s}{(s+a)(s+b)}$	$\frac{1}{a-b}[ae^{-at}-be^{-bt}]$	(Como 12 con $z=0$)	28	$\frac{s}{(s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2)}$	$-\frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t} \text{sen}(\omega_n \sqrt{1-\xi^2} t + \phi) \ \phi = \cos^{-1} \xi$	Polos complejos
14	$\frac{1}{(s+a)(s+b)(s+c)}$	$\frac{e^{-at}}{(b-a)(c-a)} + \frac{e^{-bt}}{(c-b)(a-b)} + \frac{e^{-ct}}{(a-c)(b-c)}$	(Particularizable para $c=0$)	29	$\frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$	$1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t} \text{sen}(\omega_n \sqrt{1-\xi^2} t + \phi) \ \phi = \cos^{-1} \xi$	
15	$\frac{(s+z)}{(s+a)(s+b)(s+c)}$	$\frac{(z-a)e^{-at}}{(b-a)(c-a)} + \frac{(z-b)e^{-bt}}{(c-b)(a-b)} + \frac{(z-c)e^{-ct}}{(a-c)(b-c)}$	(Particularizable para $c=0$ ó $z=0$)				

Transformadas de funciones típicas (I)

- Función escalón:

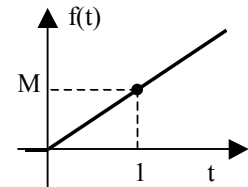
$$f(t) = M \cdot u_0(t) = \begin{cases} 0 & \text{para } t < 0 \\ M & \text{para } t \geq 0 \end{cases} \quad F(s) = \frac{M}{s}$$



Función escalón unitario : $u_0(t) = \begin{cases} 0 & \text{para } t < 0 \\ 1 & \text{para } t \geq 0 \end{cases} \quad U_0(s) = \frac{1}{s}$

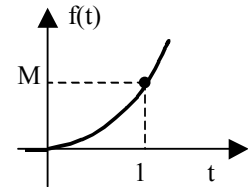
- Función rampa:

$$f(t) = M \cdot t \cdot u_0(t) = \begin{cases} 0 & \text{para } t < 0 \\ M \cdot t & \text{para } t \geq 0 \end{cases} \quad F(s) = \frac{M}{s^2}$$



- Funciones parabólicas:

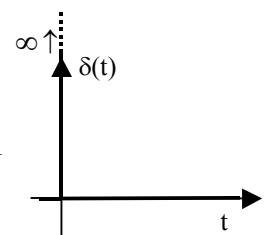
$$f(t) = M \cdot t^m \cdot u_0(t) = \begin{cases} 0 & \text{para } t < 0 \\ M \cdot t^m & \text{para } t \geq 0 \end{cases} \quad F(s) = \frac{M \cdot m!}{s^{m+1}}$$



Transformadas de funciones típicas (II)

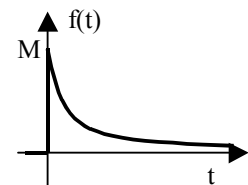
- Función impulso de Dirac:

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & \text{para } t < 0 \\ \infty & \text{para } t = 0 \\ 0 & \text{para } t > 0 \end{cases} \quad \Delta(s) = 1$$



- Funciones exponenciales:

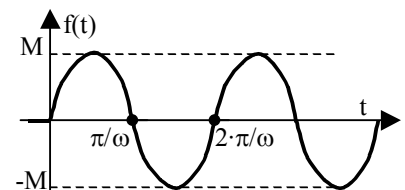
$$f(t) = M \cdot e^{-at} \cdot u_0(t) = \begin{cases} 0 & \text{para } t < 0 \\ M \cdot e^{-at} & \text{para } t \geq 0 \end{cases} \quad F(s) = \frac{M}{s + a}$$



- Función senoidal:

$$f(t) = M \cdot \text{sen}(\omega t) \cdot u_0(t) = \begin{cases} 0 & \text{para } t < 0 \\ M \cdot \text{sen}(\omega t) & \text{para } t \geq 0 \end{cases}$$

$$F(s) = \frac{M \cdot \omega}{s^2 + \omega^2}$$





Propiedades de la Transformada de Laplace (I)

- Linealidad:

$$\left. \begin{array}{l} F(s) = L[f(t)] \\ G(s) = L[g(t)] \end{array} \right\} \Rightarrow L[\alpha \cdot f(t) + \beta \cdot g(t)] = \alpha \cdot F(s) + \beta \cdot G(s)$$

- Derivación en el tiempo:

$$F(s) = L[f(t)] \Rightarrow L\left[\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right] = s^n \cdot F(s) + cte$$

- Integración en el tiempo:

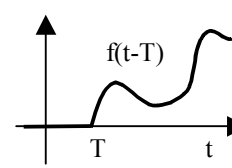
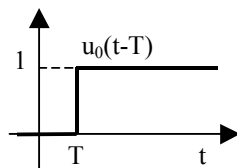
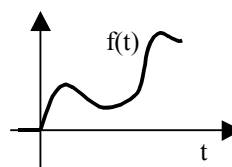
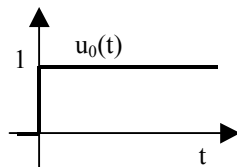
$$\left. \begin{array}{l} F(s) = L[f(t)] \\ f^{-1}(t) = \int_0^t f(t) \cdot dt \end{array} \right\} \Rightarrow L[f^{-1}(t)] = \frac{F(s)}{s} + cte$$



Propiedades de la Transformada de Laplace (II)

- Desplazamiento en el tiempo:

$$F(s) = L[f(t)] \Rightarrow L[f(t-T)] = e^{-T \cdot s} \cdot F(s)$$



- Desplazamiento en el plano complejo:

$$F(s) = L[f(t)] \Rightarrow L^{-1}[F(s \pm a)] = e^{\mp a \cdot t} \cdot f(t)$$



Teoremas de la Transformada de Laplace

- Teorema del valor inicial:

$$f(0^+) = \lim_{t \rightarrow 0^+} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot F(s)$$

- Teorema del valor final:

$$\text{si existe } \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) \Rightarrow f(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot F(s)$$

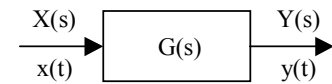
- Teorema de convolución:

$$\left. \begin{array}{l} F(s) = \mathcal{L}[f(t)] \\ G(s) = \mathcal{L}[g(t)] \end{array} \right\} \Rightarrow F(s) \cdot G(s) = \mathcal{L}[f(t) * g(t)]$$

$$f(t) * g(t) = \int_0^t f(t-\tau) \cdot g(\tau) \cdot d\tau = \int_0^t g(t-\tau) \cdot f(\tau) \cdot d\tau$$



Concepto de Función de Transferencia (I)



“La Función de transferencia (FdT) de un sistema es el cociente entre la transformada de Laplace de la variable de salida y la transformada de Laplace de la variable de entrada, considerando nulas las condiciones iniciales”

$$a_0 \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_n y(t) = b_0 \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_m x(t)$$

$$\left[a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n \right] Y(s) = \left[b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m \right] X(s)$$

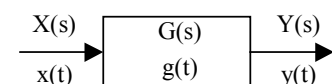
$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n}$$

La ecuación diferencial caracteriza el comportamiento del sistema en el dominio del tiempo y con las transformadas de Laplace se pasa al dominio complejo.

Se pasa de ecuaciones diferenciales ordinarias a algebraicas en la variable compleja s .



Concepto de Función de Transferencia (II)



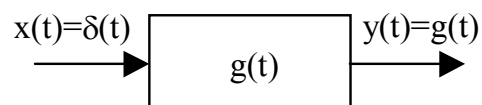
$$G(s) = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n}$$

- Polinomio característico: $a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n = 0$ polos del sistema
- Raíces del numerador: $b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m = 0$ ceros del sistema
- Un sistema físico es realizable si a_i y b_i son números reales y $n \geq m$ (tiene igual o mayor número de polos que de ceros)
- La antitransformada de $G(s)$, $g(t)$, es la “función ponderatriz” o “respuesta impulsional” del sistema:

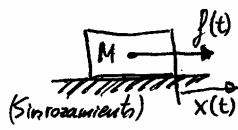
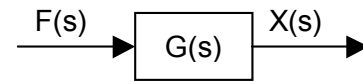
$$g(t) = L^{-1}[G(s)]$$

$$Y(s) = G(s) \cdot X(s)$$

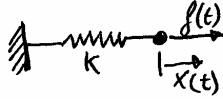
$$y(t) = g(t) * x(t) \quad (\text{convolución en el tiempo})$$



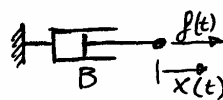
Sistemas mecánicos de traslación



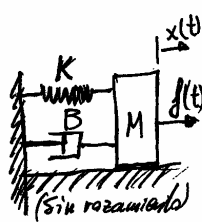
$$f(t) = \frac{dx^2(t)}{dt^2} \cdot M \quad F(s) = M s^2 X(s) \quad \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{M s^2}$$



$$f(t) = K \cdot x(t) \quad F(s) = K \cdot X(s) \quad \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{K}$$



$$f(t) = \frac{dx(t)}{dt} \cdot B \quad F(s) = B \cdot s X(s) \quad \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{B \cdot s}$$

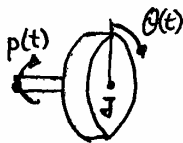
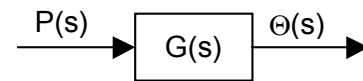


$$f(t) = \frac{d^2x(t)}{dt^2} \cdot M + \frac{dx(t)}{dt} \cdot B + x(t) \cdot K$$

$$F(s) = (M \cdot s^2 + B \cdot s + K) \cdot X(s) \quad \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{M s^2 + B \cdot s + K}$$

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} \quad a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d^2x(t)}{dt^2} \quad A(s) = s \cdot V(s) = s^2 X(s)$$

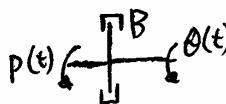
Sistemas mecánicos de rotación



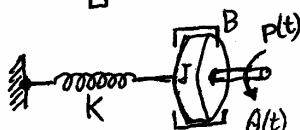
$$p(t) = \frac{d\Theta^2(t)}{dt^2} \cdot J \quad P(s) = J \cdot s^2 \cdot \Theta(s) \quad \frac{\Theta(s)}{P(s)} = \frac{1}{J s^2}$$



$$p(t) = K \cdot \Theta(t) \quad P(s) = K \cdot \Theta(s) \quad \frac{\Theta(s)}{P(s)} = \frac{1}{K}$$



$$p(t) = \frac{d\Theta(t)}{dt} \cdot B \quad P(s) = B \cdot s \cdot \Theta(s) \quad \frac{\Theta(s)}{P(s)} = \frac{1}{B \cdot s}$$

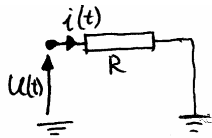
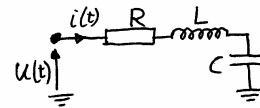
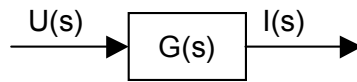


$$p(t) = \frac{d^2\Theta(t)}{dt^2} \cdot J + \frac{d\Theta(t)}{dt} \cdot B + \Theta(t) \cdot K$$

$$P(s) = J s^2 \Theta(s) + B \cdot s \Theta(s) + K \Theta(s) \quad \frac{\Theta(s)}{P(s)} = \frac{1}{J s^2 + B \cdot s + K}$$

$$\omega(t) = \frac{d\Theta(t)}{dt} \quad \alpha(t) = \frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{d^2\Theta(t)}{dt^2} \quad \alpha(s) = s \cdot W(s) = s^2 \Theta(s)$$

Sistemas eléctricos



$$u(t) = R \cdot i(t)$$

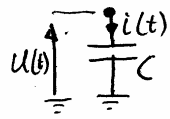
$$U(s) = R I(s)$$

$$\frac{I(s)}{U(s)} = \frac{1}{R}$$

$$u(t) = R \cdot i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt$$

$$U(s) = R I(s) + L \cdot s I(s) + \frac{1}{C s} I(s)$$

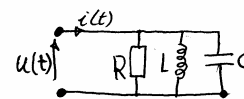
$$\frac{I(s)}{U(s)} = \frac{1}{R + L \cdot s + \frac{1}{C s}}$$



$$u(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt$$

$$U(s) = \frac{1}{C \cdot s} I(s)$$

$$\frac{I(s)}{U(s)} = C \cdot s$$



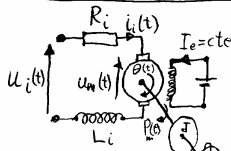
$$i(t) = \frac{u(t)}{R} + \frac{1}{L} \int_0^t u(t) dt + C \frac{du(t)}{dt}$$

$$I(s) = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{L \cdot s} + C \cdot s \right) U(s)$$

$$\frac{I(s)}{U(s)} = \frac{1}{R} + \frac{1}{L \cdot s} + C \cdot s$$

Sistemas electromecánicos

Motor de C.C. controlado por Inducido



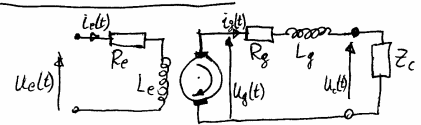
$$U_i(t) = R_i i_i(t) + L_i \frac{di_i(t)}{dt} + U_m(t)$$

$$U_m(t) = K_e \frac{d\theta(t)}{dt} = K_e \omega(t)$$

$$P_m(t) = K_p \cdot i_i(t)$$

$$P_m(t) = J \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + B \frac{d\theta(t)}{dt} + P_{carga}(t)$$

Generador de C.C.

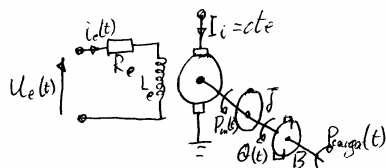


$$U_e(t) = R_a \cdot i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt}$$

$$U_g(t) = K_g \cdot i_f(t)$$

$$U_g(t) = R_f \cdot i_f(t) + L_f \frac{di_f(t)}{dt} + U_e(t)$$

Motor de C.C. controlado por excitación

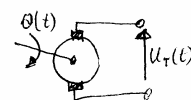


$$U_e(t) = R_e \cdot i_e(t) + L_e \frac{di_e(t)}{dt}$$

$$P_m(t) = K_p \cdot i_e(t)$$

$$P_m(t) = J \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + B \frac{d\theta(t)}{dt} + P_{carga}(t)$$

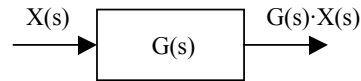
Dinamo Tacométrica o Tacodinamo



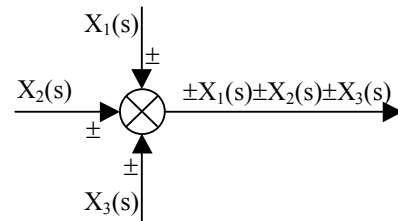
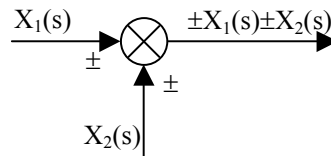
$$U_T(t) = K_T \cdot \frac{d\theta(t)}{dt} = K_T \omega(t)$$

Diagrama Funcional o de Bloques

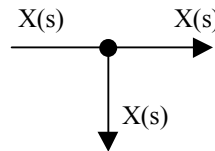
- Bloque con Función de Transferencia:



- Sumadores o Comparadores:

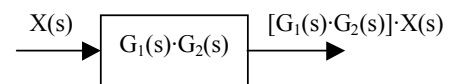


- Puntos de Bifurcación:

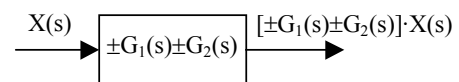
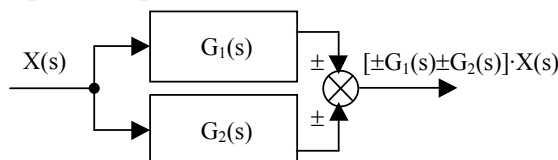


Reducción de un Diagrama de Bloques

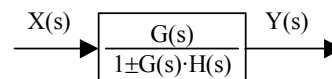
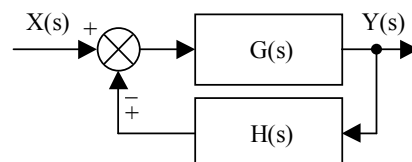
- Bloques en serie o cascada:



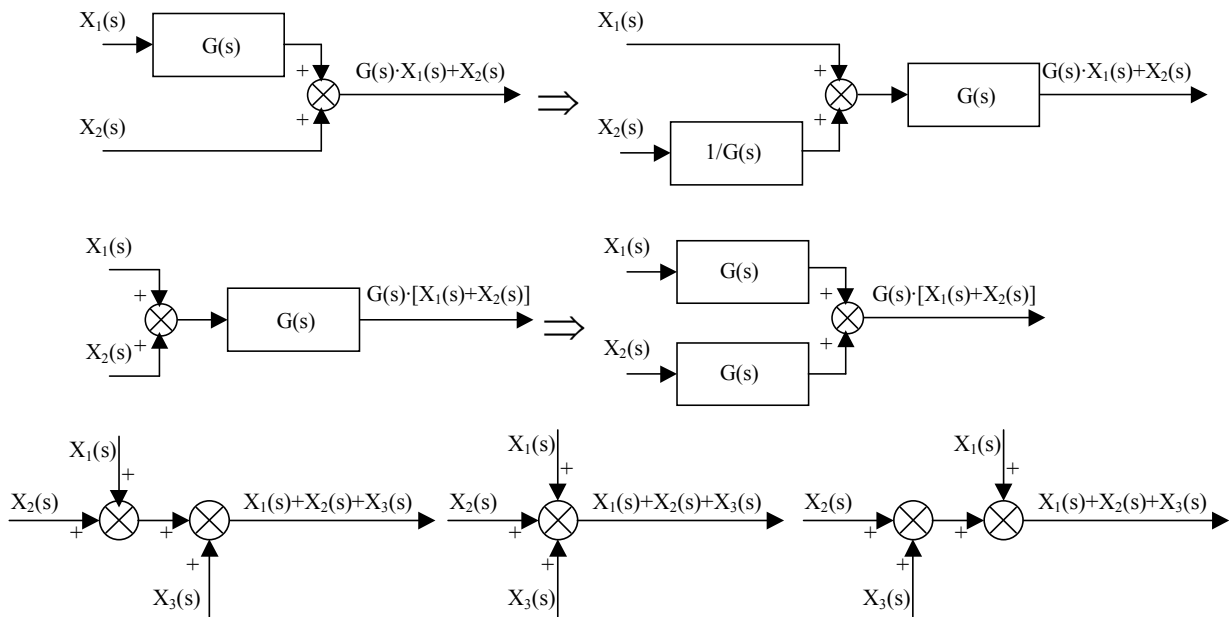
- Bloques en paralelo:



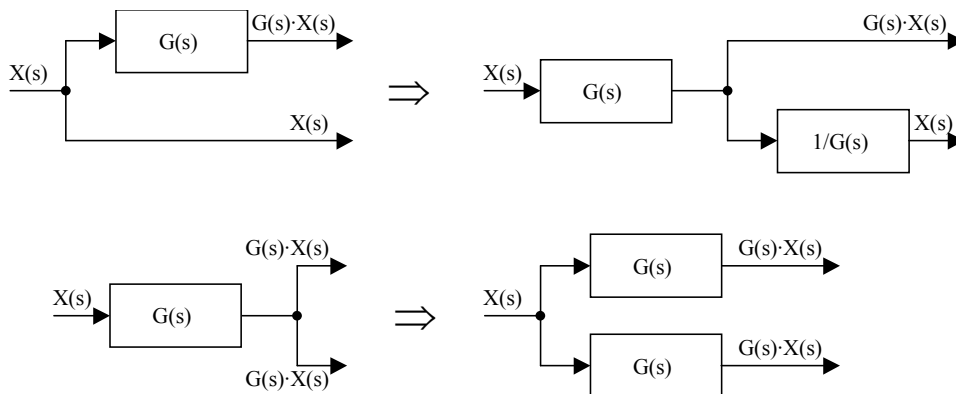
- Lazo de realimentación:



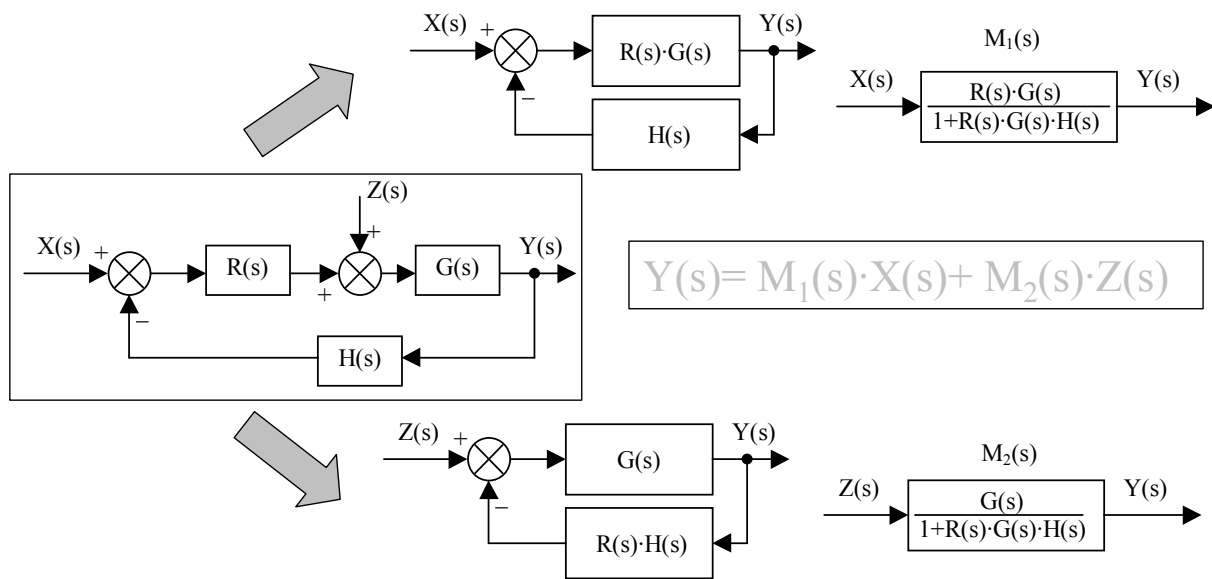
Operaciones con Sumadores



Operaciones con Puntos de Bifurcación



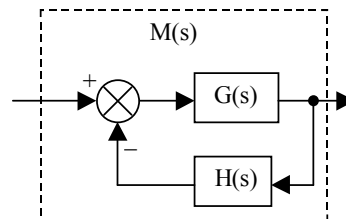
Principio de Superposición



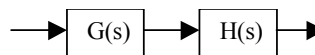
Descripción de un Bucle de Realimentación

- Cadena cerrada: $M(s)$

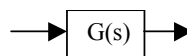
$$M(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s) \cdot H(s)}$$



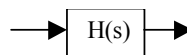
- Cadena abierta: $G(s) \cdot H(s)$



- Cadena directa: $G(s)$



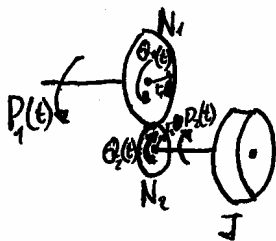
- Realimentación: $H(s)$



Consejos para la Construcción del Diagrama de Bloques

- Empezar por una ecuación que contenga la variable de entrada y despejar una de las otras variables. La variable despejada quedará como salida del bloque y las otras variables de la ecuación como entradas.
- Seguir con una ecuación donde aparezca la variable despejada de la ecuación anterior y proceder igual que con la primera, despejando otra de las variables.
- Si al representar una ecuación se deja abierta como entrada una variable que no es entrada o perturbación del sistema, prever que ha de obtenerse despejándola de alguna de las ecuaciones restantes.
- Marcar las ecuaciones usadas para no utilizarlas dos veces.
- Es posible tomar caminos diferentes según que variable se decida despejar de cada ecuación y, por lo tanto, llegar a diagramas de bloques diferentes, pero que serán equivalentes y darán lugar a las mismas Funciones de Transferencia entre las entradas y salidas del sistema.
- En caso de poder elegir, es preferible tomar el camino que dé bloques con función de transferencia realizable (número de polos \geq número de ceros).

Engranajes



$$\theta_1(t) = \frac{N_2}{N_1} \cdot \theta_2(t)$$

$$P_2(t) = \frac{d^2 \theta_2(t)}{dt^2} \cdot J$$

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

$$P_1(t) \cdot \frac{N_2}{N_1} = \frac{N_1}{N_2} \frac{d^2 \theta_1(t)}{dt^2} \cdot J$$

$$P_1(t)/r_1 = P_2(t)/r_2$$

$$P_1(t) = \frac{r_1}{r_2} P_2(t)$$

$$P_1(t) = \frac{d^2 \theta_1(t)}{dt^2} \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 J$$

$$P_1(t) = \frac{N_1}{N_2} P_2(t)$$

$$P_1(t) \theta_1(t) \quad J' = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 J$$

Sistemas térmicos