

**Problema 1 (4 puntos)**

Se desea controlar la elevación de la antena de seguimiento de satélites mostrada en la figura adjunta

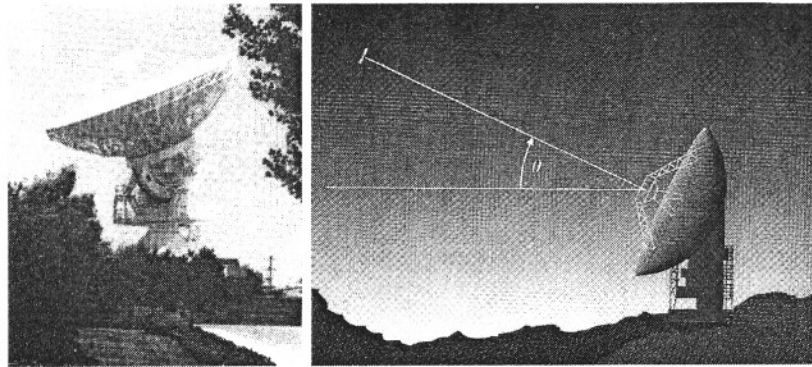


Figura 1: Antena de seguimiento de satélites (Fuente: *Feedback Control of Dynamic Systems (4e) Gene F. Franklin et al.*, problema 3.30, pags. 191 y ss.)

La antena y el motor tienen un momento de inercia  $J$  y un amortiguamiento  $B$ ; estos parámetros surgen en cierta medida de la fricción aerodinámica y de los cojinetes, aunque en su mayoría provienen de la fuerza contraelectromotriz del motor DC. Las ecuaciones del movimiento son

$$J\ddot{\theta} + B\dot{\theta} = T_c$$

donde  $T_c$  es el par del motor. Tomar

$$J = 600000 \text{ kg.m}^2 \quad B = 20000 \text{ N.m.seg}$$

Se pide,

- Obtener la función de transferencia entre el par aplicado  $T_c$  y el ángulo de la antena  $\theta$
- Suponer que el par aplicado es calculado de manera que  $\theta$  sigue un comando de referencia  $\theta_r$  de acuerdo con la siguiente ley de realimentación

$$T_c = K \cdot (\theta_r - \theta)$$

donde  $K$  es la ganancia de realimentación. Dibujar el diagrama de bloques del sistema de control y obtener la función de transferencia entre  $\theta_r$  y  $\theta$

- Hallar el máximo valor de  $K$  que puede ser utilizado si se desea tener una sobreoscilación  $M_p < 10\%$ . Trazar para dicho valor de  $K$  la respuesta de  $\theta$  ante un escalón unitario en la referencia  $\theta_r$ .



UNIVERSIDAD DE OVIEDO

Departamento de Ingeniería Eléctrica,  
Electrónica, de Computadores y Sistemas

ASIGNATURA

CENTRO / TITULACION

APELLIDOS Y NOMBRE

CALIFICACION

FECHA

CURSO

GRUPO

NUMERO

HOJA

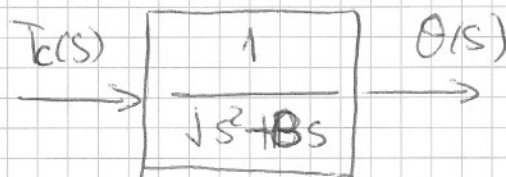
## PROBLEMA 1

SOLUCIÓN Problema 1

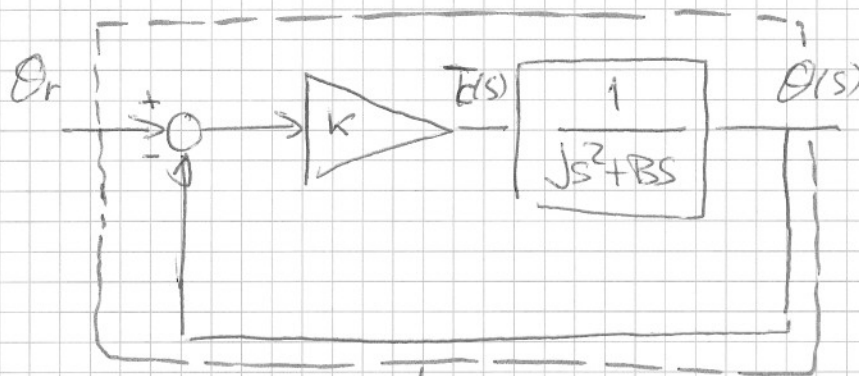
1º) Función de transferencia entre par  $T_c$  y ángulo  $\theta$

$$J\ddot{\theta} + B\dot{\theta} = T_c \xrightarrow{\mathcal{L}} (Js^2 + Bs)\theta(s) = T_c(s)$$

$$\rightarrow \theta(s) = \frac{1}{Js^2 + Bs} \cdot T_c(s)$$



2º) Diagrama de bloques del sist. de control y fdt entre  $\theta_r$  y  $\theta$



$$G_{\theta\theta_r}(s) = \frac{K \cdot \frac{1}{Js^2 + Bs}}{1 + K \cdot \frac{1}{Js^2 + Bs}} = \frac{K}{Js^2 + Bs + K}$$

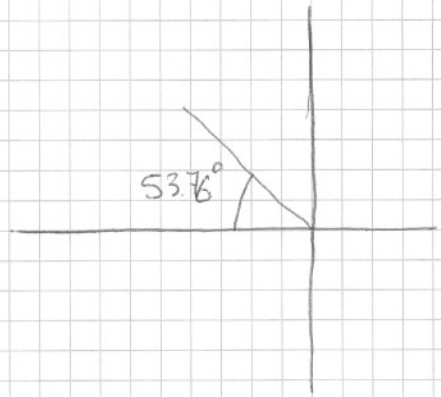
3) Hallar  $K_{max}$  tal que  $M_p < 10\%$   
 Trázan respuesta ante esc. unitario en  $\theta_r$  para  $K_{max}$

$$M_p = 0.1 = e^{-\pi \cdot \zeta \cdot \omega_n}$$

despejando

↓

$$\theta = 53.76^\circ \rightarrow \zeta = \cos \theta = 0.59$$



$$G_{oor}(s) = \frac{K}{J s^2 + B s + K} = \frac{K/J}{s^2 + \frac{B}{J} s + \frac{K}{J}}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{B}{J} &= 0.033 = 2 \zeta \omega_n \\ \frac{K}{J} &= \omega_n^2 \rightarrow \omega_n = +\sqrt{\frac{K}{J}} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{(igualar)} \\ s^2 + 2 \zeta \omega_n s + \omega_n^2 \end{array}$$

Sustituyendo  $\rightarrow 0.033 = 2 \times 0.59 \times \sqrt{\frac{K}{J}} \rightarrow$

$$\rightarrow K_{max} = \left( \frac{0.033}{2 \times 0.59} \right)^2 \times J = (0.028)^2 \times 600000 = \underline{\underline{478.78}}$$

$$K_{max} = 478.7896$$



ASIGNATURA				CENTRO / TITULACION			
APELLIDOS Y NOMBRE							CALIFICACION
FECHA	CURSO	GRUPO	NUMERO	HOJA			

Para  $K = K_{max} = 478.7896$

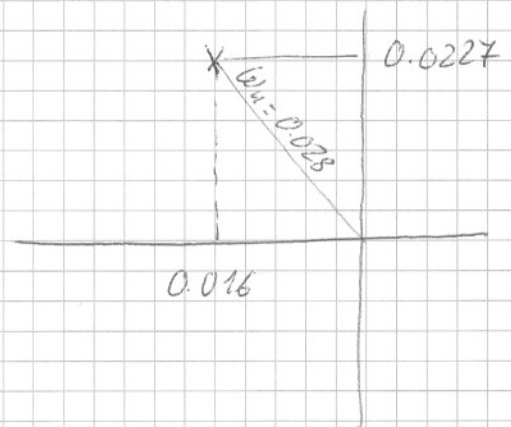
$$G_{00r}(s) = \frac{0.0007979}{s^2 + 0.0335s + 0.0007979}$$

$$\zeta = 0.59 \quad \theta = 53.76^\circ$$

$$\omega_d = 0.028 \times \sin 53.76^\circ = 0.0227$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{3.14}{0.0227} = 138.05 \text{ seg.}$$

$$t_s = \frac{\pi}{\theta} = \frac{\pi}{0.028 \times \cos 53.76^\circ} = 189.69$$



$$K_{estabre} = G_{00r}(0) = 1$$

