Ejercicios:

ADS.1,ADS.2

ADS.3, ADS.4

Exámenes: Curso 2009-2010

Examen: 12 de Julio 2010

ADS.1_TLC

En el sistema de la figura se conoce la relación ve(t) = 10(1-5x(t)) y A = -2.
Tomar como entrada f(t), y como salida y(t) = v_s(t). Determinar:

a) El modelo matemático definido por las ecuaciones que definen la relación entre la entrada y la salida de cada componente.

b) Para una entrada f_0(t) = 10 N. Determinar el punto de trabajo, determinando los valores de las variables del sistema.

c) Linealizar el sistema para el punto de trabajo obtenido en al apartado b).

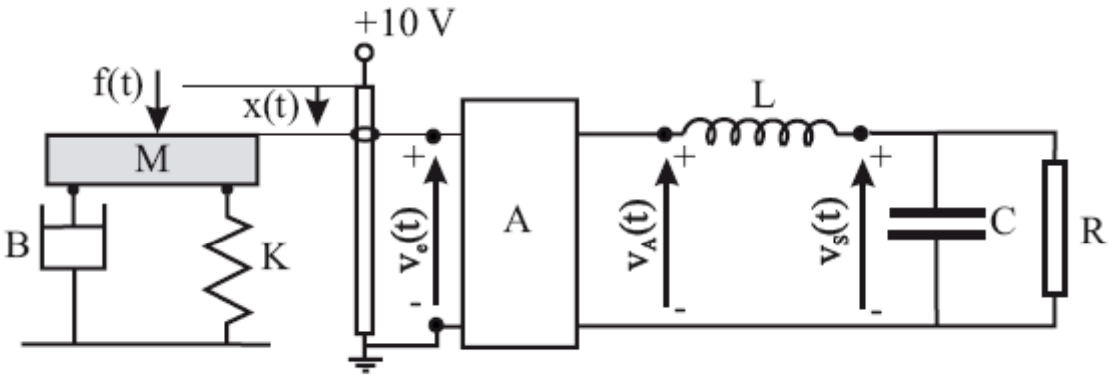
d) Representar en un diagrama estructurado en bloques el sistema linealizado, de forma que cada bloque, represente la relación en la entrada y salida de cada componente.

e) Si a partir del punto de trabajo obtenido se incrementa la entrada en un valor Δf_0(t) = 1 N. Partiendo del sistema linealizado, determinar el incremento sufrido por la salida.

f) Comprobar el error que se comete cuando se utiliza el sistema linealizado, a cuando se hace directamente desde el sistema sin linealizar para el caso del apartado e).

ADS.1_TLC

M = 100 kg; B = 600 N.s/m
K = 400 N/m; L = 1000 H;
C = 0,001 F; R = 100 Ohm;



El modelo matemático definido por las ecuaciones que definen la relación entre la entrada y la salida de cada componente, viene dado por:

Subsistema masa, frotamiento y resorte:

$f_M(t) = M\,(d^2x(t)/dt^2)$;
$f_B(t) = B\,(dx(t)/dt)$;
$f_K(t) = K\,x(t)$;

$f(t) = M(d^2x(t)/dt^2) + B(dx(t)/dt) + K\,x(t)$;

Subsistema potenciómetro y amplificador:

$V_e(t) = 10\,(1 - 5\,x(t))$;
$V_A(t) = -2\,V_e(t)$;

$V_A(t) = -\,20\,(1 - 5\,x(t))$;

Subsistema inductancia, condensador y resistencia:

$$V_A(t) - V_S(t) = L\,(di_L(t)/dt);$$
$$i_C(t) = C\,(dV_S(t)/dt);$$
$$i_R(t) = V_S(t) / R;$$

$$i_L(t) = (1/L)\int (V_A(t) - V_S(t))\,dt;$$
$$i_L(t) = i_C(t) + i_R(t)$$

Para la entrada $f_0(t) = 10$ N. el punto de trabajo viene dado por los valores siguientes.

En el punto de trabajo no hay variaciones:
$d^2x(0)/dt^2 = 0$; $dx(0)/dt = 0$; $di_L(0)/dt = 0$; $dVs(0)/dt = 0$; $i_C(0) = 0$; $V_L(0) = 0$

$10 = 400\,x(0)$; $x(0) = 0{,}025$ m

$Ve(0) = 10(1 - 5.\,0{,}025)$; $Ve(0) = 8{,}75$ V

$V_A(0) = -2\,Ve(0)$; $V_A(0) = -17{,}5$ V

$Vs(0) = V_A(0)$

$Vs(0) = -17{,}5$ V

$i_R(0) = -17{,}5/100$; $i_R(0) = -0{,}175$ A

ADS.1_TLC

La única ecuación no lineal es la del potenciómetro. Los valores de las variables, se refieren, a incrementos en torno del punto de trabajo.

Subsistema masa, frotamiento y resorte:

$f_M(t) = M\,(d^2x(t)/dt^2)$;
$f_B(t) = B\,(dx(t)/dt)$;
$f_K(t) = K\,x(t)$;

$f(t) = M(d^2x(t)/dt^2) + B(dx(t)/dt) + K\,x(t)$;

Subsistema potenciómetro y amplificador:

$v_e(t) = -50\,x(t)$;
$v_A(t) = -2\,v_e(t)$;

$v_A(t) = 100\,x(t)$;

Subsistema inductancia, condensador y resistencia:

$v_A(t) - v_S(t) = L\,(di_L(t)/dt)$;
$i_C(t) = C\,(dv_S(t)/dt)$;
$i_R(t) = v_S(t) / R$;

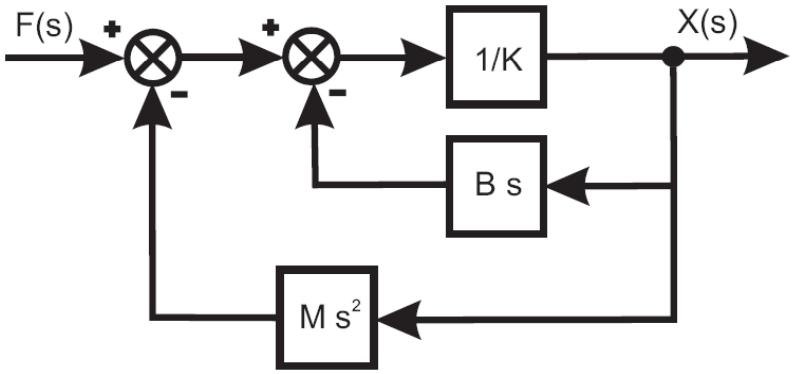
$i_L(t) = (1/L)\int(v_A(t) - v_S(t))\,dt$;
$i_L(t) = i_C(t) + i_R(t)$

Tomando transformadas de Laplace, obtenemos:

Subsistema masa, frotamiento y resorte:

$F_M(s) = Ms^2 X(s);$
$F_B(s) = Bs\ X(s);$
$F_K(s) = K\ X(s);$

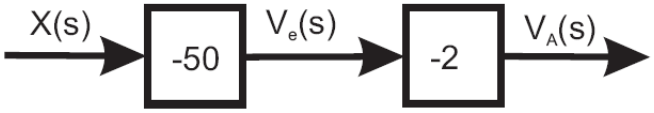
$F(s) = Ms^2 X(s) + Bs\,X(s) + K\,X(s);$



Subsistema potenciómetro y amplificador:

$V_e(s) = -50\ X(s);$
$V_A(s) = -2\ V_e(s);$

$V_A(s) = 100\ X(s);$

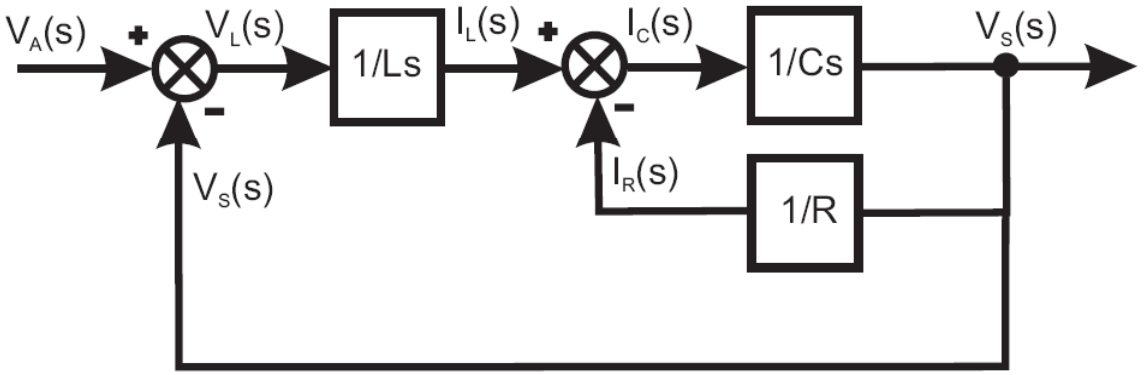


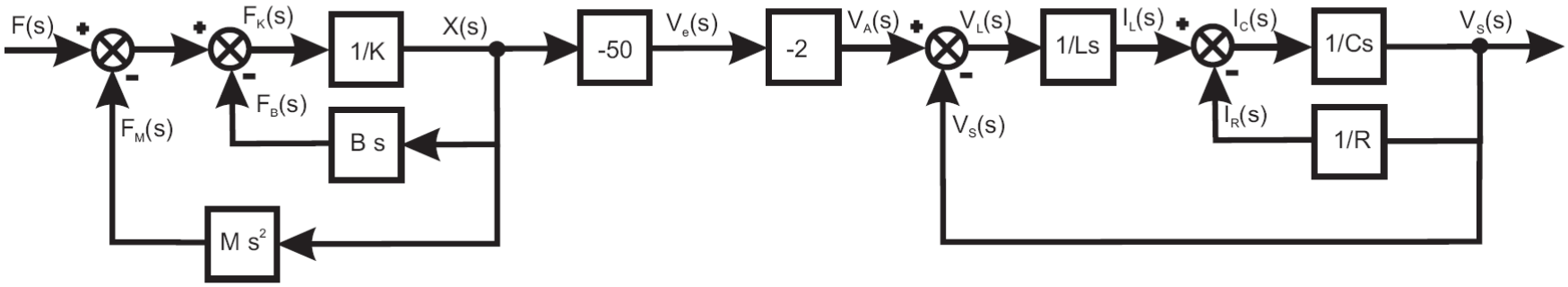
ADS.1_TLC

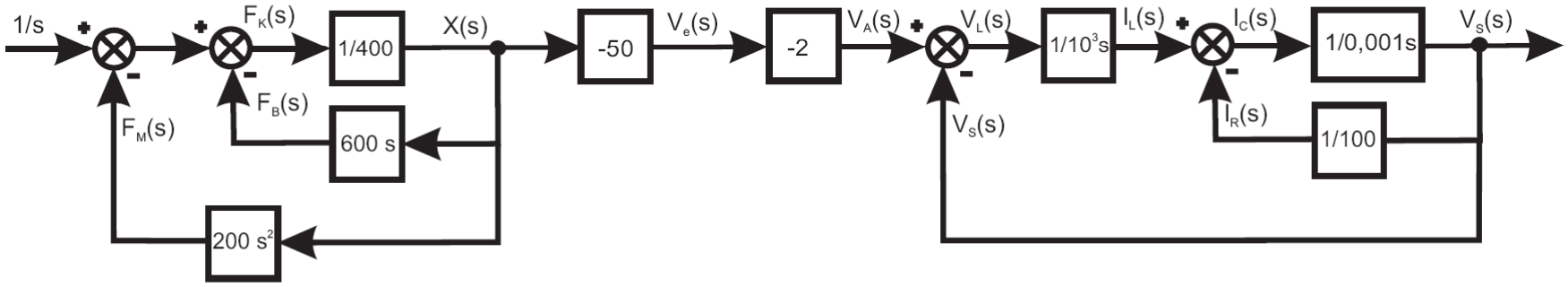
Subsistema inductancia, condensador y resistencia:

$V_A(s) - V_S(s) = L\ s\ I_L(s);$
$I_C(t) = Cs\ V_S(s);$
$I_R(t) = V_S(s) / R$

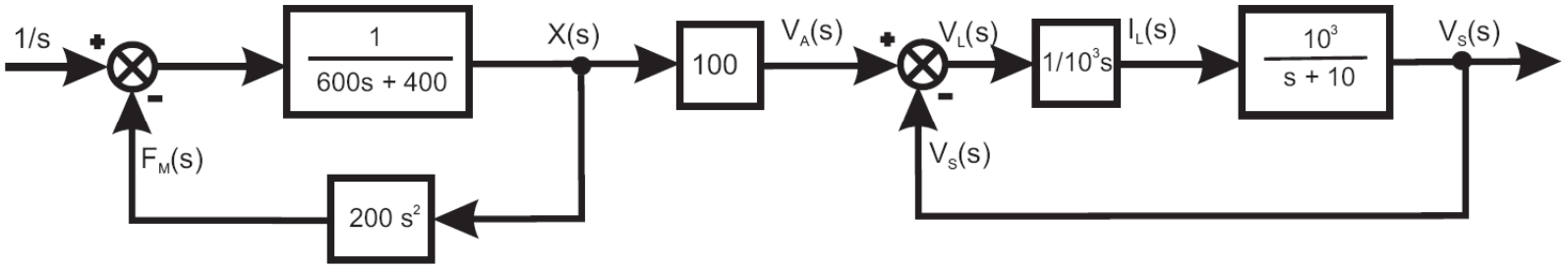
$I_L(s) = (1/Ls)(V_A(s) - V_S(s));$
$I_L(s) = I_C(s) + I_R(s)$

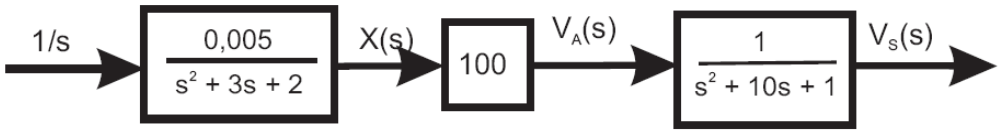


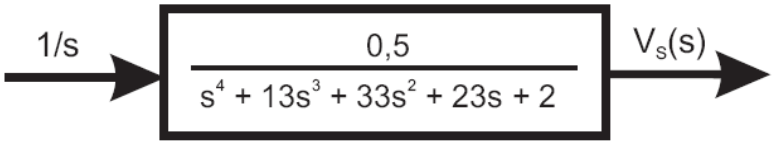

F(s)
$F_K(s)$
1/K
X(s)
-50
$V_e(s)$
-2
$V_A(s)$
$V_L(s)$
1/Ls
$I_L(s)$
$I_C(s)$
1/Cs
$V_S(s)$
$F_M(s)$
$F_B(s)$
B s
$V_S(s)$
$I_R(s)$
1/R
M s^2


1/s
$F_K(s)$
1/400
X(s)
-50
$V_e(s)$
-2
$V_A(s)$
$V_L(s)$
1/10^3s
$I_L(s)$
$I_C(s)$
1/0,001s
$V_S(s)$
$F_M(s)$
$F_B(s)$
600 s
$V_S(s)$
$I_R(s)$
1/100
200 s^2

ADS.1_TLC



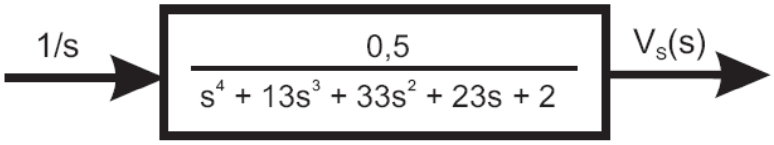




Exámenes: Curso 2009-2010

Examen: 12 de Julio 2010

Si incrementamos la entrada en 1 N. obtendremos como salida :



Para un incremento en la entrada de $\Delta f_0(t) = 1$ N. En el punto de trabajo, Una vez alcanzado el equilibrio, las variables se incrementos en los valores siguientes.

En equilibrio no hay variaciones:
$d^2x(0)/dt^2 = 0$; $dx(0)/dt = 0$; $di_L(0)/dt = 0$; $dVs(0)/dt = 0$; $i_C(0) = 0$; $V_L(0) = 0$

1 N = 400 x(0); x(0) = 0,0025 m

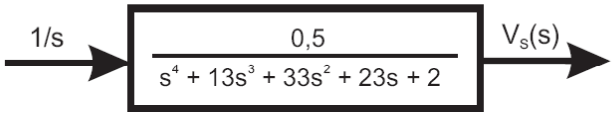
Ve(0) = - 50. 0,0025; Ve(0) = - 0,125 V

$V_A(0) = -2$ Ve(0); $V_A(0) = 0,25$ V

Vs(0) = $V_A(0)$

Vs(0) = 0,25 V

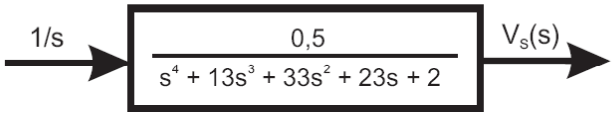
$i_R(0) = 0,25/100$; $i_R(0) = 0,0025$ A



ADS.1_TLC

```
>> % Parámetros del sistema x(t)
M=200; B=600; K=400;
L=1000; C=0.001; R=100;

% Subsistema mecánico%
numm=[1/M];
denm=[1 B/M K/M];
funtrnm=tf(numm,denm);

%Subsistema medio%
numi=100;

% Subsistema eléctrico%
nume=[1/(L*C)];
dene=[1 1/(R*C) 1/(L*C)];
funtrne=tf(nume,dene);

%Entrada escalón unitario%
ende=[1 0];
```

```
%Función de transferencia%
numt=conv(conv(numm,numi),nume);
dent=conv(denm,dene);
funtrnr=tf(numt,dent);

% Función de la respuesta%
numr=conv(conv(numm,numi),nume);
denr=conv(conv(denm,ende),dene);
funtrnr=tf(numr,denr);

% Residuos y polos

[r,p,k]=residue(numr,denr);
```



ADS.1_TLC

```
>> funtrnm

Transfer function:
    0.005
-------------
s^2 + 3 s + 2
```

```
>> funtrne

Transfer function:
      1
--------------
s^2 + 10 s + 1
```

```
r =

    0.0001
   -0.0167
    0.0625
   -0.2959
    0.2500

>> p

p =

   -9.8990
   -2.0000
   -1.0000
   -0.1010
         0
```

```
>> funtrnr

Transfer function:
                  0.5
-------------------------------------
s^5 + 13 s^4 + 33 s^3 + 23 s^2 + 2 s
```

```
Transfer function:
                0.5
-----------------------------------
s^5 + 13 s^4 + 33 s^3 + 23 s^2 + 2 s
```

Descomponemos en fracciones simples para hallar la respuesta:

$Vs(s) = [\ 0,5] / [\ s^5+13\ s^4+\ 33\ s^3+23s^2+2s\ ] = [0,5] / [\ (s+9,8990)\ (\ s+2)\ (s+1)\ (s+0,101)\ s]$

$Vs(s) = [(\ 0,0001) / (s+9,8990)] + [(\ -0,0167) / (s+2)] + [\ (0,0625) / (s+1)] + [(-0,2959) / (s+0,101)] + [\ 0,25/s\ ]$

$$v_s(t) = 0,0001e^{-9,8990t} - 0,0167e^{-2t} + 0,0,0625e^{-t} - 0,2959e^{-0,101t} + 0,25$$

Antitransformadas:

$£^{-1}[(1/s)] = 1;$

$£^{-1}[1/((s+9,8990)] = e^{-9,8990t}$

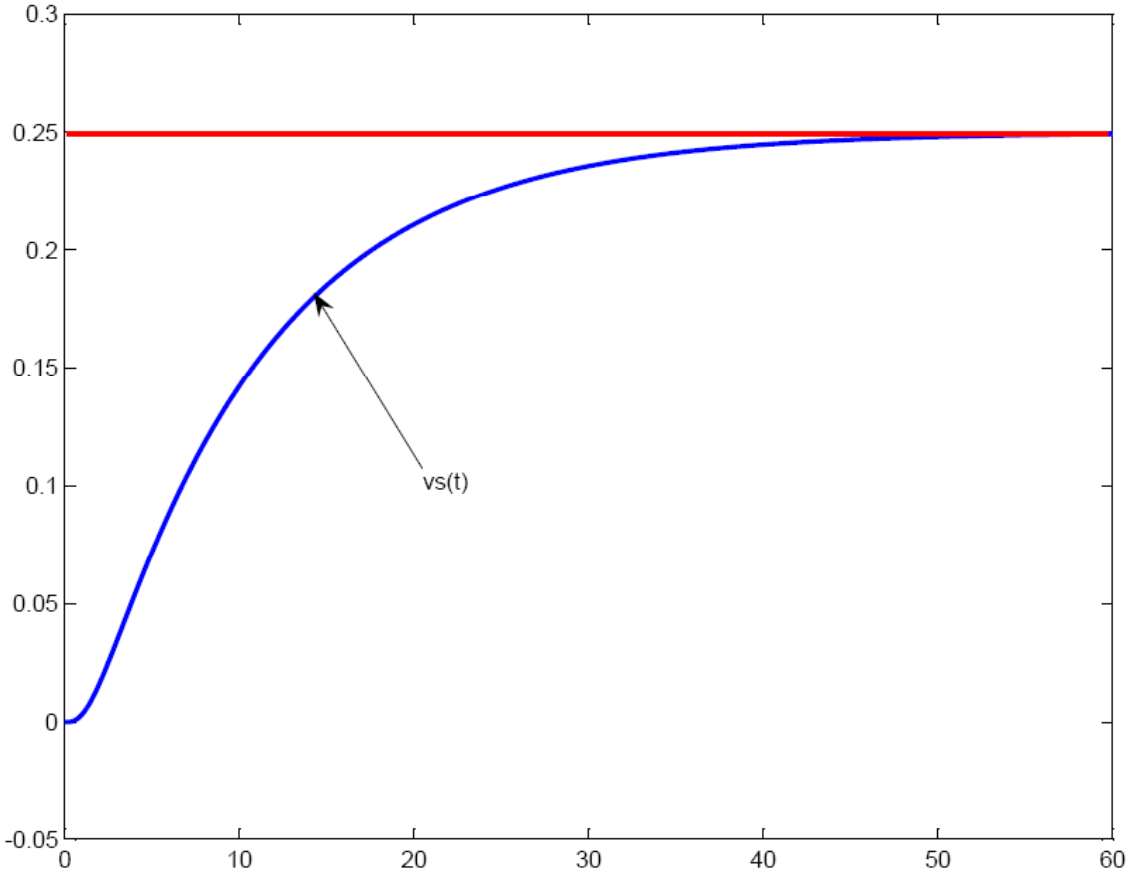
$[£^{-1}[1/((s+2)] = e^{-2t}$

$£^{-1}[1/((s+1)] = e^{-t}$

$£^{-1}[1/((s+0,101)] = e^{-0,101t}$

```
>> % Respuesta  del  sistema

t=0:0.01:60;
vs1=0.0001.*(exp(-(9.8990.*t)));
vs2=-0.0167.*(exp(-(2.*t)));
vs3=0.0625.*(exp(-(1.*t)));
vs4=-0.2959.*(exp(-(0.101.*t)));
vs5=0.2500;
vs=vs1+vs2+vs3+vs4+vs5;

% Representamos gráficamente vs(t)

plot(t,vs);
```

```
Transfer function:
                  0.5
-------------------------------------
s^5 + 13 s^4 + 33 s^3 + 23 s^2 + 2 s
```



Exámenes: Curso 2009-2010

Examen: 12 de Julio 2010

ADS.1_TLC

A partir de $f_0(t) = 10$ N , y el incremento de $\Delta f(t) = 1$ N obtenemos

10 N = 400 x(0); x(0) = 0,025 m

Ve(0) = 10(1 – 5. 0,025); Ve(0) = 8,75 V

$V_A(0) = -2\ Ve(0)$; $V_A(0) = -17{,}5$ V

Vs(0) = $V_A(0)$

Vs(0) = - 17,5 V

$i_R(0) = -17{,}5/100$; $i_R(0) = -0{,}175$ A

1 N = 400 x(0); x(0) = 0,0025 m

Ve(0) = – 50. 0,0025; Ve(0) = - 0,125 V

$V_A(0) = -2\ Ve(0)$; $V_A(0) = 0{,}25$ V

Vs(0) = $V_A(0)$

Vs(0) = 0,25 V

$i_R(0) = 0{,}25/100$; $i_R(0) = 0{,}0025$ A

Ve(11) = (8,75 – 0,125) = 8,625 V

$V_A(11) = -17{,}5 + 0{,}25 = -17{,}25$ V

Vs(11) = $V_A(11)$

Vs(11) = - 17,25 V

$i_R(11) = -0{,}175 + 0.0025 = 0{,}1725$ A

Exámenes: Curso 2009-2010

Examen: 12 de Julio 2010

ADS.1_TLC

Cuando el sistema alcance el régimen estacionario para $f_1(t) = 11$ N.:

En equilibrio no hay variaciones:

$d^2x(0)/dt^2 = 0$; $dx(0)/dt = 0$; $di_L(0)/dt = 0$; $dVs(0)/dt = 0$; $i_C(0) = 0$; $V_L(0) = 0$

$11 = 400\ x(0)$; $x(0) = 0{,}0275$ m

$Ve(0) = 10(1 - 5 \times 0{,}0275)$; $Ve(0) = 8{,}625$ V

$V_A(0) = -2\ Ve(0)$; $V_A(0) = -17{,}25$ V

$Vs(0) = V_A(0)$

$Vs(0) = -17{,}25$ V

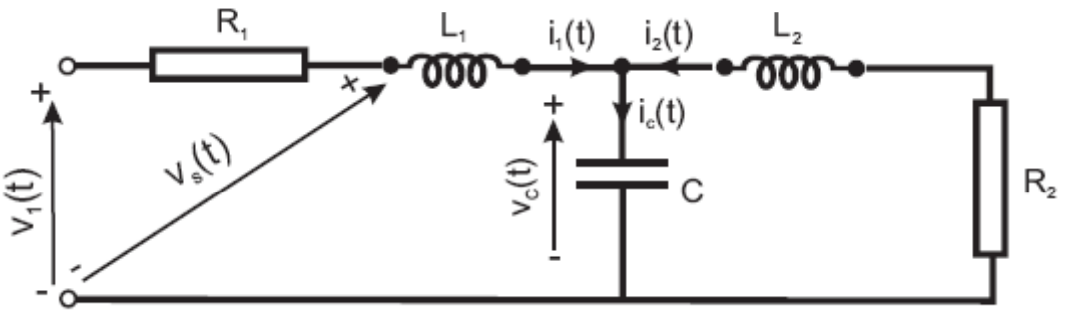
$i_R(0) = -17{,}25/100$; $i_R(0) = -0{,}1725$ A

Comparando los resultados obtenidos podemos ver que no se comete error, sea el método empleado.

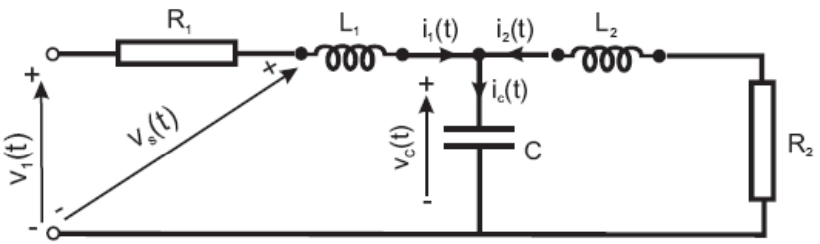
Ello de debe a que único término no lineal, lo es en primer grado.

ADS.2_TLC

En el sistema de la figura se tomará como entradas $v_1(t)$.
Como variables de estado $x_1(t) = i_1(t)$, $x_2(t) = i_2(t)$ y $x_3(t) = v_C(t)$.
Como salida $y(t) = v_S(t)$
Determinar la ecuación de estado y de salida.



ADS.2_TLC



Tomando como variables de estado:

$x_1(t) = i_1(t)$; $x_2(t) = i_2(t)$; $x_3(t) = v_c(t)$;
como entrada y salida;

$v_1(t)$; $y(t) = v_s(t)$

Ecuaciones de mallas y nudo:

$v_1(t) - v_c(t) = R_1 i_1(t) + L_1 \, di_1(t)/dt$

$v_c(t) = L_2 (di_2(t) / dt) + R_2 \, i_2(t)$;

$i_c(t) = i_1(t) + i_2(t)$;

Ecuaciones de los componentes:

$v_C(t) = (1/C) \int i_C(t) \, dt$;

$i_C(t) = C (dv_C(t) / dt)$;

$v_L(t) = L (di_L(t) / dt)$;

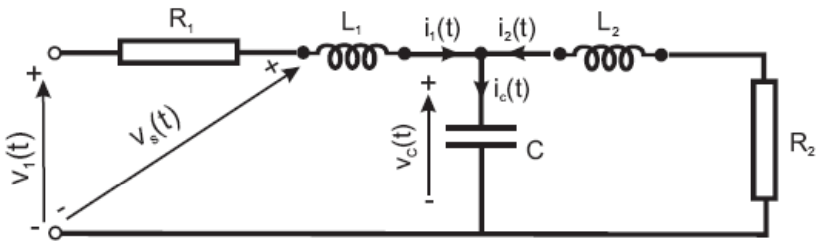
Ecuaciones de estado y salida:

$di_1(t)/dt = -(R_1/L_1) i_1(t) - (1/L_1) v_C(t) + (1/L_1) v_1(t)$

$di_2(t)/dt = -(R_2/L_2) i_2(t) - (1/L_2) v_C(t)$

$dv_C(t)/dt = (1/C) (i_1(t) + i_2(t))$

ADS.2_TLC



$$dx_1(t)/dt = -\frac{R_1}{L_1}x_1(t) - \frac{1}{L_1}x_3(t) + \frac{1}{L_1}v_1(t)$$

$$dx_2(t)/dt = -\frac{R_2}{L_2}x_2(t) - \frac{1}{L_2}x_3(t)$$

$$dx_3(t)/dt = \frac{1}{C}x_1(t) + \frac{1}{C}x_2(t)$$

Ecuación de salida:

$$v_1(t) = R_1 i_1(t) + v_s(t)$$

$$v_s(t) = -R_1 x_1(t) + v_1(t)$$

Las ecuaciones de estado son:

$$\begin{bmatrix} dx_1(t)/dt \\ dx_2(t)/dt \\ dx_3(t)/dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_1}{L_1} & 0 & -\frac{1}{L_1} \\ 0 & -\frac{R_2}{L_2} & -\frac{1}{L_2} \\ \frac{1}{C} & \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1(t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1(t) \end{bmatrix}$$

Exámenes: Curso 2009-2010

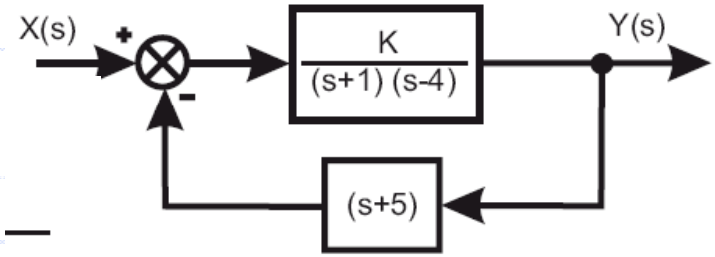
Examen: 12 de Julio 2010

Dado el sistema de la figura.

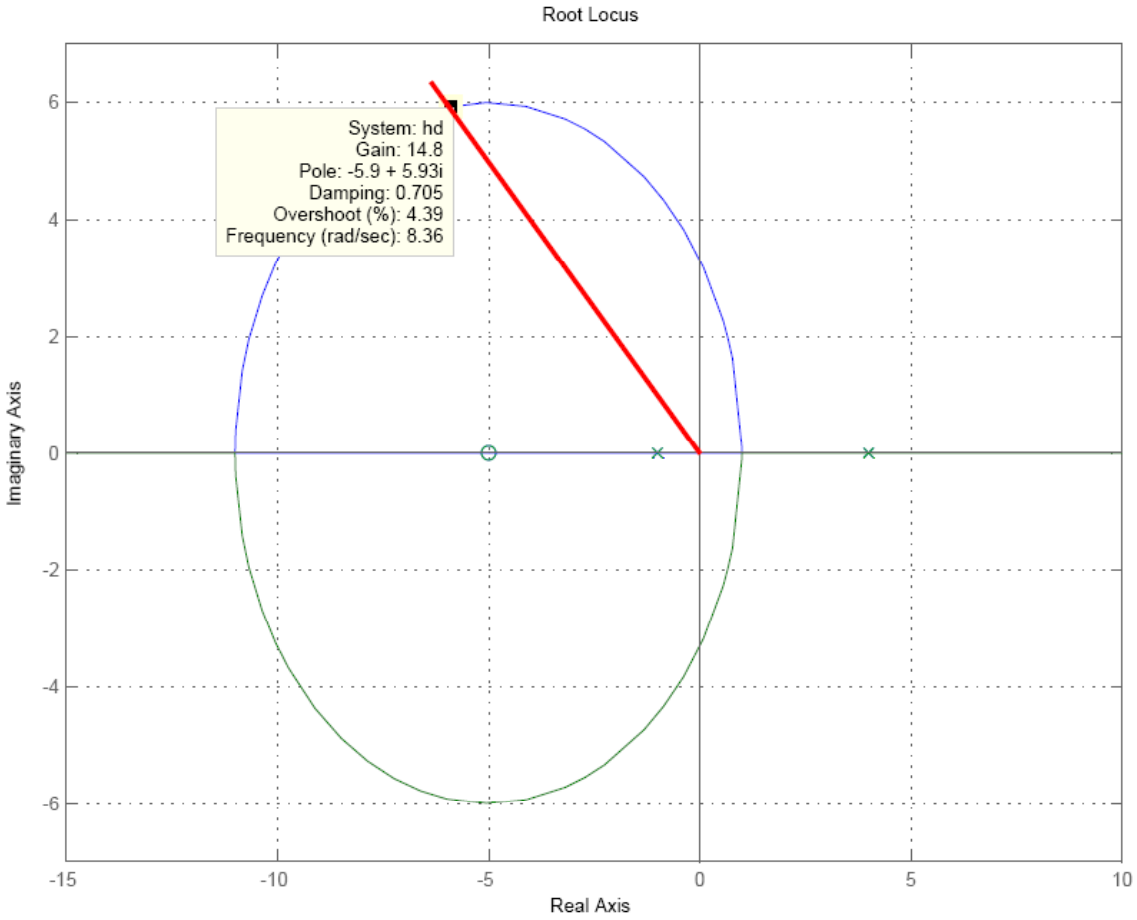
a) Dibujar aproximadamente el lugar de las raíces directo e inverso

b) Determinar el valor K para que el sistema tenga una respuesta con un coeficiente de amortiguamiento de c = 0,707 (θ = 45°)

c) Determinado el valor de K en el caso b). Hallar la respuesta que nos daría para una entrada escalón unitario.



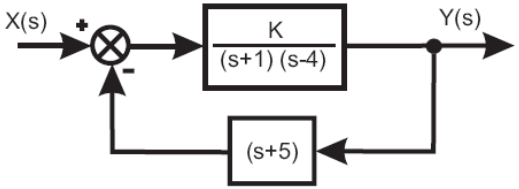
ADS.3_TLC



Exámenes: Curso 2009-2010

Examen: 12 de Julio 2010

ADS.3_TLC



$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\frac{K}{(s+1)(s-4)}}{1 + \frac{K}{(s+1)(s-4)}(s+5)}$$

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K}{(s+1)(s-4) + K(s+5)}$$

$(s+1)(s-4) + K(s+5) = 0$

$s^2 - 3s - 4 + Ks + 5K = 0$

$s^2 + (K-3)s + 5K - 4 = 0$

$s = a + ib$

$a^2 + i2ab + b^2 + Ka + iKb - 3a - i3b + 5K - 4 = 0$

$a^2 - b^2 + (K-3)a + 5K - 4 = 0$

$i2ab + i(K-3)b = 0$

$a / b = -1$

$(K-3)a + 5K - 4 = 0$

$-2a^2 - (K-3)a = 0$

$a = -b$

$a = -\frac{5K-4}{K-3}$

$-a(2a + (K-3)) = 0$

$a = -b$

$a = -\frac{5K-4}{K-3}$

$a = -\frac{K-3}{2}$

$a = -b$

$10K - 8 = K^2 - 6K + 9$

$K^2 - 16K + 17 = 0$

$K = 14{,}85$ y $K = 1{,}14$

ADS.3_TLC

```
>> p=[1 -16 17];
r=roots(p);K=r(1);
num=K;

den=[1 (K-3) (5*K-4)];
h=tf(num,den);

% Respuesta ante  un escalón %

denr=[1 (K-3) (5*K-4) 0];
hr=tf(num,denr);


[r,p,k]=residue(num,denr);
```

```
r =

  -0.1057 + 0.1057i
  -0.1057 - 0.1057i
   0.2114

p =

  -5.9278 + 5.9278i
  -5.9278 - 5.9278i
         0

K =

   14.8557
```

```
>> h

Transfer function:
          14.86
--------------------
s^2 + 11.86 s + 70.28

>> hr

Transfer function:
           14.86
------------------------
s^3 + 11.86 s^2 + 70.28 s
```

```
>> hr

Transfer function:
          14.86
------------------------
s^3 + 11.86 s^2 + 70.28 s
```

Descomponemos en fracciones simples para hallar la respuesta:

$$Y(s) = [\ 14{,}86\ ] / [\ s^3+11{,}86\ s^2+\ 70{,}28\ s\ ] =$$

$$[14{,}86\ ] / [\ ((s+5{,}9278)-5{,}9278i)\ ((s+5{,}9278)+5{,}9278i)\ s\ ]$$

$$Y(s) = [(\ -0{,}1057-0{,}1057i) / ((s+5{,}9278)-5{,}9278i)] + [(\ -0{,}1057+0{,}1057i) / ((s+5{,}9278)+5{,}9278i)] + [\ (0{,}2114) / s\ ]$$

$$\frac{-0{,}1057-0{,}1057i}{(s+5{,}9278)-5{,}9278i} + \frac{-0{,}1057+0{,}1057i}{(s+5{,}9278)+5{,}9278i} =$$

$$= \frac{(-0{,}1057-0{,}1057i)\ ((s+5{,}9278)+5{,}9278i) + (-0{,}1057+0{,}1057i)\ ((s+5{,}9278)+5{,}9278i)}{(s+5{,}9278)^2+ (5{,}9278)^2}$$

$$(-0{,}1057)(s+5{,}9278) - (0{,}1057)(5{,}9278i) - (0{,}1057i)(s+\ s+5{,}9278) - (0{,}1057)(5{,}9278)i^2$$

$$(-0{,}1057)\ (s+5{,}9278) + (0{,}1057)(5{,}9278i) +(0{,}1057i\ )(s+5{,}9278) - (0{,}1057)(5{,}9278)i^2$$

$$Y(s) = \frac{2\ (-0{,}1057)(s+5{,}9278) + 2\ (0{,}1057)(5{,}9278)}{(s+5{,}9278)^2+ (5{,}9278)^2} + \frac{0{,}2114}{s}$$

$$i^2 = -1$$

$$Y(s) = \frac{2\,(-0{,}1057)(s+5{,}9278) + 2\,(0{,}1057)(5{,}9278)}{(s+5{,}9278)^2 + (5{,}9278)^2} + \frac{0{,}2114}{s}$$

$$\frac{2\,(-0{,}1057)(s+5{,}9278)}{(s+5{,}9278)^2 + (5{,}9278)^2} \Rightarrow -0{,}2114e^{-5{,}9278t}\cos(5{,}9278t) \qquad \frac{2\,(0{,}1057)(5{,}9278)}{(s+5{,}9278)^2 + (5{,}9278)^2} \Rightarrow 0{,}2114e^{-5{,}9278t}\,\text{sen}(5{,}9278t)$$

$$y(t) = -0{,}2114e^{-5{,}9278t}\cos(5{,}9278t) + 0{,}2114e^{-5{,}9278t}\,\text{sen}\,(5{,}9278t) + 0{,}2114$$

Antitransformadas:

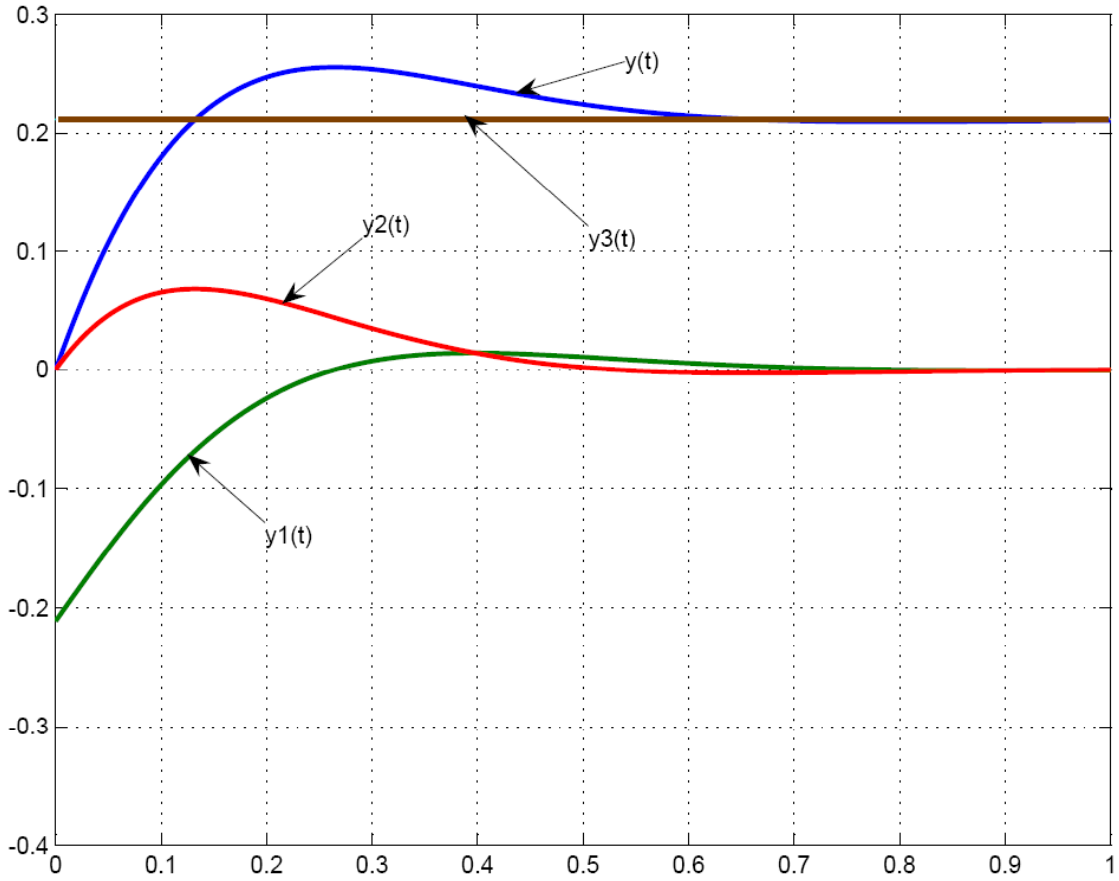
$\pounds^{-1}[(1/s)] = 1;$

$\pounds^{-1}[(s+5{,}9278)/((s+5{,}9278)^2+(5{,}9278)^2)] = e^{-5{,}9278t}\cos(5{,}9278t)$

$\pounds^{-1}[\,5{,}9278\,/((s+5{,}9278)^2+(5{,}9278)^2)] = e^{-5{,}9278t}\,\text{sen}(5{,}9278t)$

```
>> % Respuesta al escalón unitario %

t=0:0.01:1;
y1=-0.2114.*(exp(-(5.9278.*t))).*cos(5.9278.*t);
y2=0.2114.*(exp(-(5.9278.*t))).*sin(5.9278.*t);
y3=0.2114;
y=y1+y2+y3;

plot(t,y,t,y1,t,y2,t,y3);
```

ADS.3_TLC



Exámenes: Curso 2009-2010

Examen: 12 de Julio 2010

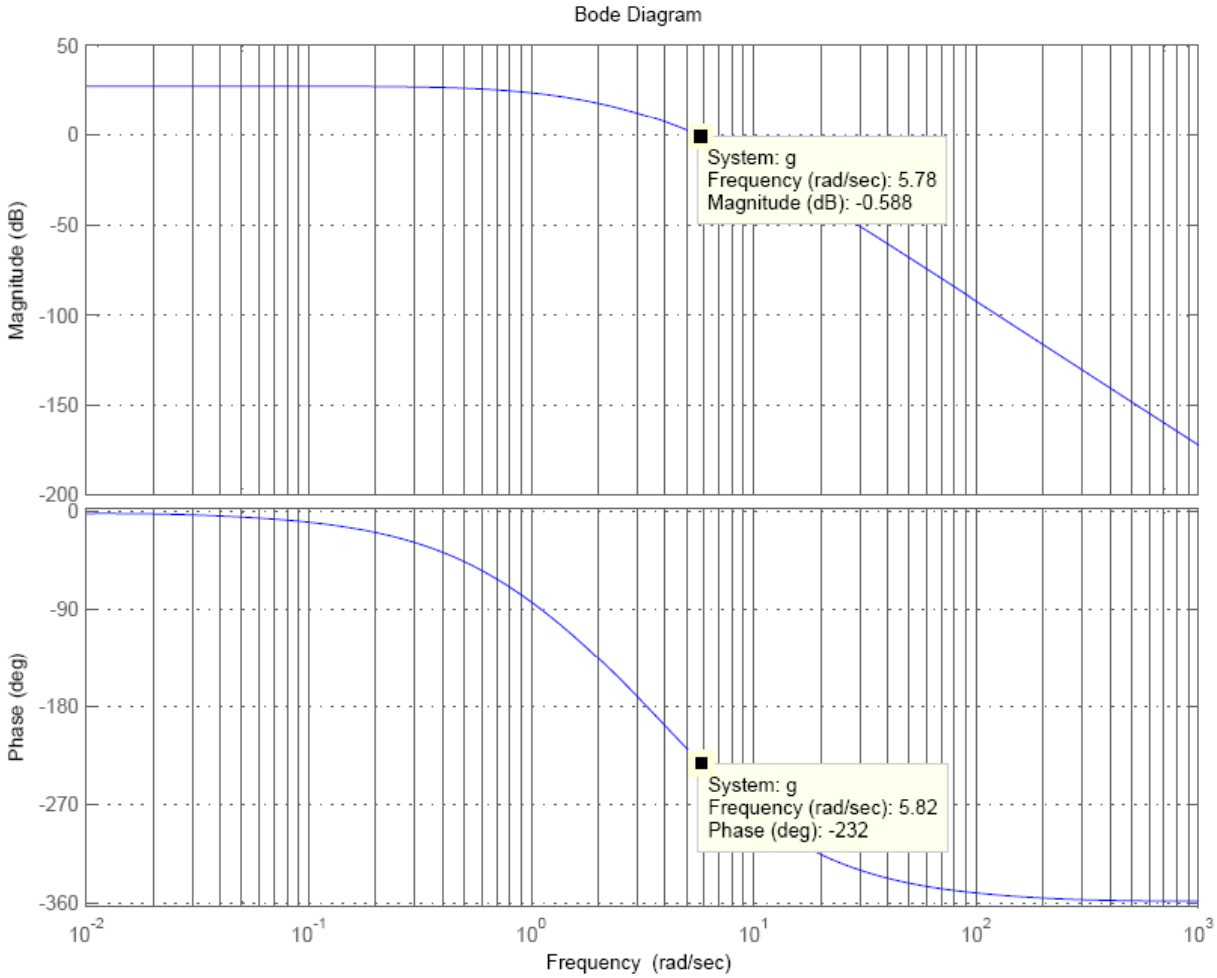
De un sistema conocemos su función a lazo abierto, G(s)H(s).

a) Representar el diagrama de Bode en amplitud y fase de G(s)H(s).

b) Basándose en criterios estrictamente de Bode, y de acuerdo con el diagrama obtenido en el apartado a), justificar razonadamente la naturaleza de la respuesta del sistema dado.

$$G(s)H(s) = \frac{2500}{(s+1)(s+3)(s+5)(s+7)}$$

ADS.4_TLC

El margen de ganancia es positivo y el margen de fase también, esto quiere decir que el sistema para este punto de trabajo es:

INESTABLE