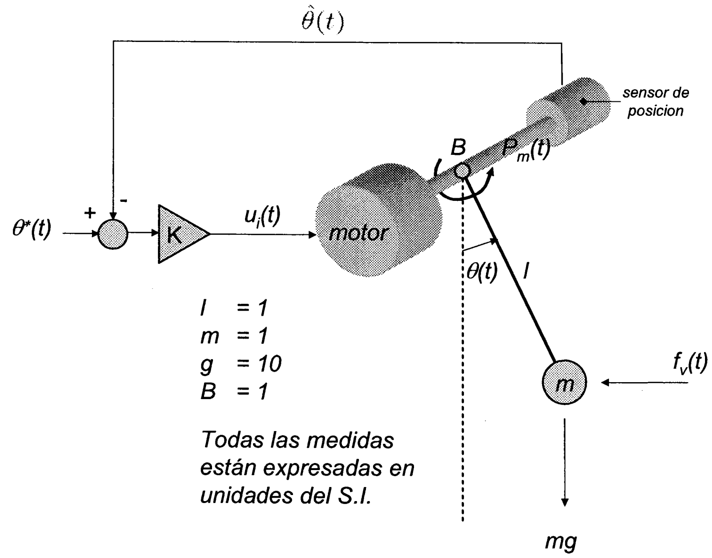
Problema 1. (5 puntos)

En la figura adjunta se muestra un diagrama esquemático del sistema de control de posición de un péndulo. A continuación se describen uno a uno los elementos que lo componen:



Péndulo: Según el equilibrio de momentos, el péndulo sigue la siguiente ley de movimiento:

$$ml^2 \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} = -B \cdot \frac{d\theta}{dt} - mgl \cdot \text{sen}(\theta) + P_m(t) - f_v(t) \cdot l \cdot \cos(\theta)$$

donde m es la masa del péndulo, l la longitud, B es el coeficiente de fricción viscosa, g es la aceleración de la gravedad, P_m es el par generado por un motor acoplado al péndulo y f_v es una fuerza de perturbación provocada por viento lateral.

Motor: Cuando se le aplica una tensión de inducido $u_i(t)$, el motor aplica un par $P_m(t)$ sobre el péndulo siguiendo una dinámica de primer orden

$$\frac{dP_m(t)}{dt} + 10 \cdot P_m(t) = 10 \cdot u_i(t)$$

Sensor: El sistema de control lleva un sensor de posición de ganancia unidad y dinámica instantánea

$$\hat{\theta}(t) = \theta(t)$$

Controlador: Finalmente, el controlador es de tipo proporcional con ganancia K que aplica al motor una tensión de inducido $u_i(t)$ proporcional a la diferencia entre la posición deseada $\theta^*(t)$ y la medida de posición que da el sensor $\hat{\theta}(t)$

$$u_i(t) = K \cdot \left[\theta^*(t) - \hat{\theta}(t)\right]$$

Se pide:

- Realizar un diagrama estructural del sistema, indicando sus elementos y destacando claramente entradas, salidas y el flujo de señales entre los elementos.
- Linealizar el sistema en torno al punto de equilibrio definido por

$$\begin{aligned} f_v(0) &= 0 \\ \theta^*(0) &= 0 \end{aligned}$$

  y obtener el diagrama de bloques del sistema, indicando en él las funciones de transferencia de cada bloque.
- Suponiendo primero el sistema en *cadena abierta* (sólo el motor moviendo el péndulo), obtener la evolución de la posición del péndulo, $\theta(t)$, ante un escalón de amplitud 0,1V en la tensión de inducido $u_i(t)$ y trazarla de forma aproximada.
- Para la configuración en *cadena cerrada* (la que muestra el esquema de la figura):
  - Obtener en función de K la ganancia en régimen permanente del sistema ante variaciones en la consigna de posición $\theta^*(t)$. Obtenerla también ante perturbaciones debidas al viento lateral $f_v(t)$.
  - Hallar para $K = 1$ el valor en régimen permanente de la posición tras un escalón de amplitud 0,2 en la consigna $\theta^*(t)$ seguido de un escalón de amplitud $-0{,}1$ en la fuerza del viento lateral, $f_v(t)$.
  - Obtener para $K = 1$ la amplitud de las oscilaciones en la posición $\theta(t)$ provocadas por ráfagas de viento dadas por $f_v(t) = 0{,}1 \cdot \cos(2t)$

Problema 2. (3 puntos)

Se va a controlar por medio de un regulador proporcional un proceso, del que se conoce su respuesta en frecuencia dada en la figura 2, midiendo su salida con un sensor cuya función de transferencia es $H(s)$=0,032. El esquema de todo el sistema se muestra en la figura 1. Se pide:

- Dibujar el diagrama de Nyquist, señalando en el mismo las coordenadas del punto o los puntos clave para la determinación de la estabilidad del sistema realimentado.
- Discutir la estabilidad del sistema realimentado en función de la ganancia K_p del regulador ($K_p > 0$).

NOTA: El proceso es estable.

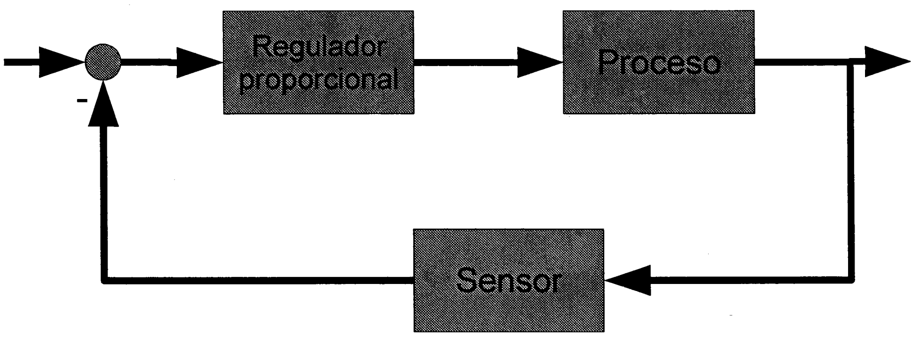


Figura 1: Esquema de regulación del proceso.

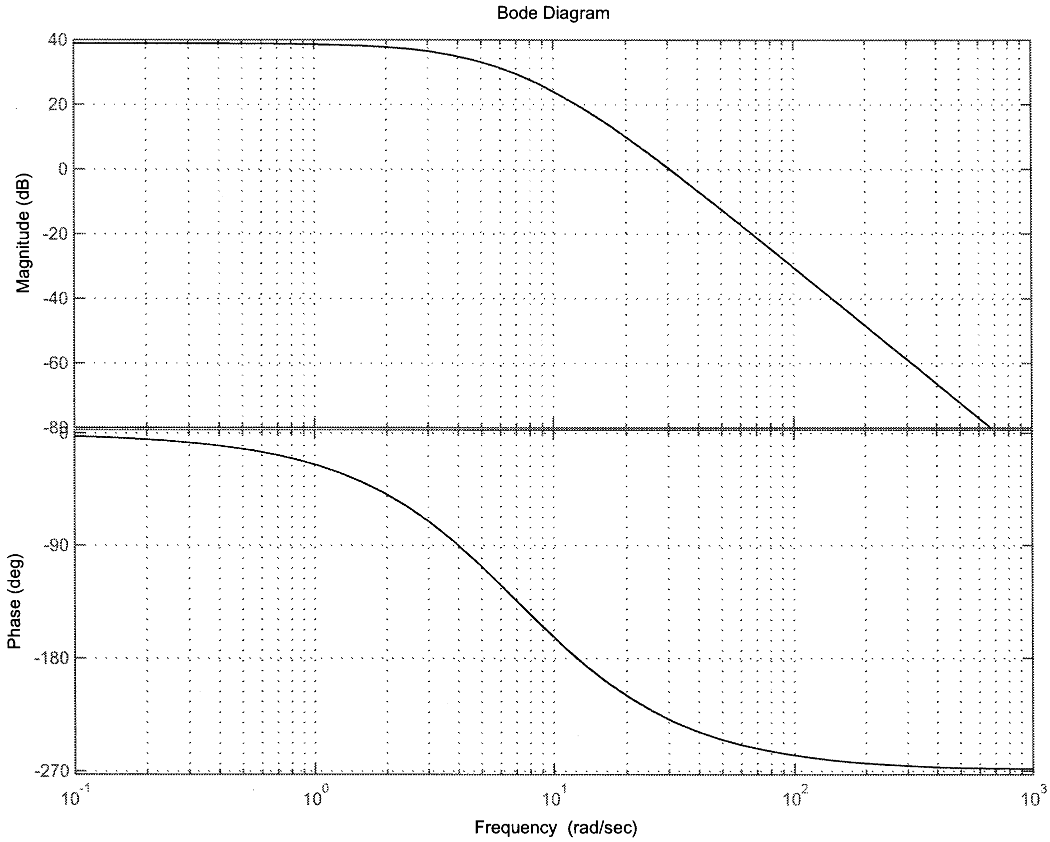


Figura 2: Diagramas de Bode del proceso.

Problema 3. (2 puntos)

Cierto sistema mecánico cumple la siguiente ecuación diferencial:

$$m\frac{d^2y(t)}{dt} + b\frac{dy(t)}{dt} + ky(t) = \alpha F_1(t) + \beta F_2(t) \tag{1}$$

donde $y(t)$ es la salida y $F_1(t)$ y $F_2(t)$ son entradas. Hallar las ecuaciones en espacio de estados de dicho sistema.