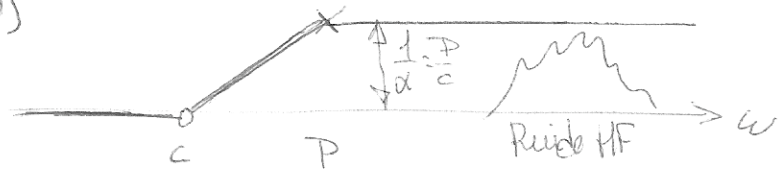


**Entregar solamente esta hoja**  
Contestar en el lugar indicado para cada apartado.

**Cuestión 1.**

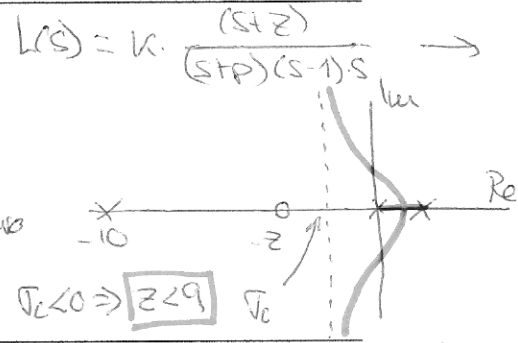
1.a) (→ 1 pt) Al limitar la posición del polo a un valor máximo, limitamos la máxima amplificación de ruidos de alta frecuencia (que se "cuelan" por el sensor, por ejemplo)



1.b) (→ 2 pt) Usando  $D(s) = k \cdot \frac{s+z}{s+p}$  tenemos  $L(s) = k \cdot \frac{(s+z)}{(s+p)(s-1)s}$

→ 3 polos + 1 cero → 2 asíntotas a  $\pm 90^\circ$   
→ el centroide nos indica si los 2 ramos dominantes pasan al semiplano negativo (estable) para algún valor de k

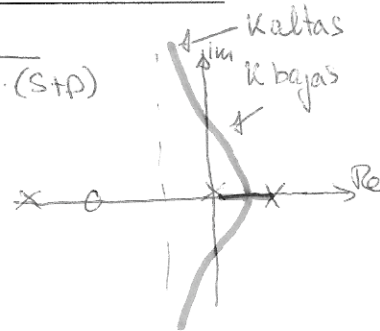
$$\sigma_c = \frac{+1 - 0 - 10 - (-z)}{3 - 1} = \frac{-9+z}{2}$$



1.c) (→ 2 pt) Observando el LR para  $L(s) = k \cdot \frac{s+z}{(s-1) \cdot s \cdot (s+p)}$

Se aprecia que HAY QUE AUMENTAR k para hacer que el sistema sea estable.

Valores bajos de k hacen el sistema inestable



1.d) (→ 4 pt)  
 $\omega_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \pi \rightarrow \omega_d = 1$   
 $\xi = 0.707 \rightarrow \gamma = 1$

Aplicando el principio del argumento:

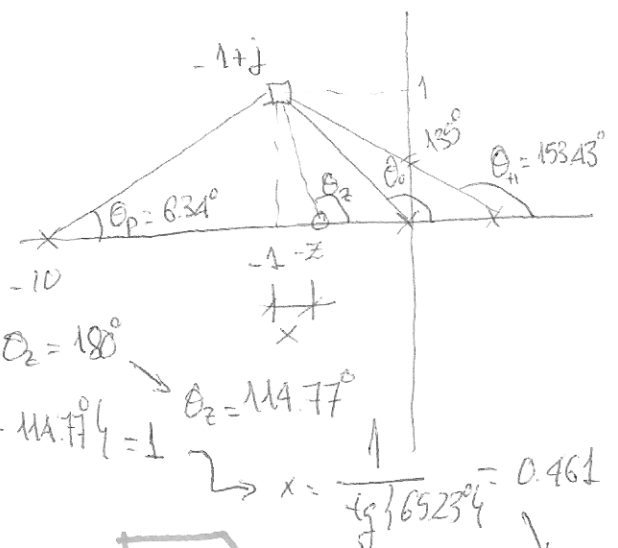
$$\sum \theta_{pi} - \sum \theta_{zi} = 180^\circ (P_z + 1)$$

$$6.34^\circ + 135^\circ + 153.43^\circ - \theta_z = 180^\circ \rightarrow 294.77^\circ - \theta_z = 180^\circ$$

Por geometría, si  $\theta_z = 114.77^\circ \rightarrow x \cdot \tan(180^\circ - 114.77^\circ) = 1 \rightarrow \theta_z = 114.77^\circ$

Según el crit. del módulo:

$$K = \frac{\prod |d_{pi}|}{\prod |d_{zi}|} = \frac{9.055 \times 1.414 \times 2.236}{1.101} = \frac{28.62}{1.101} = 26 \rightarrow \boxed{K=26}$$

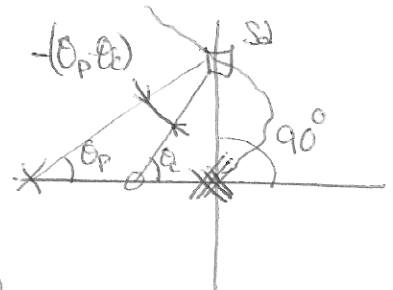


$$\boxed{z = 0.539}$$

$$D(z) = 26 \cdot \frac{(s+0.539)}{(s+10)}$$

**Cuestión 2.**

2.a) (→ 3 pt) La situación límite es la de conseguir al menos que los pds dominantes estén en el eje imaginario (frontera con la zona inestable) → eso son  $90^\circ$



Bit. argumento para sd:

$$90^\circ + 90^\circ + 90^\circ + \theta_p - \theta_c = 180^\circ \rightarrow \theta_p - \theta_c < -90^\circ \rightarrow \theta_c > 90^\circ + \theta_p$$

→ el caso extremo de  $p = \infty, z = 0$  → solo obtendríamos exactamente los  $90^\circ$  (lo que lo haría marginalmente estable, oscilatorio) →

→ **HAYEN FALTA AL MENOS 2 REDES LEAD**

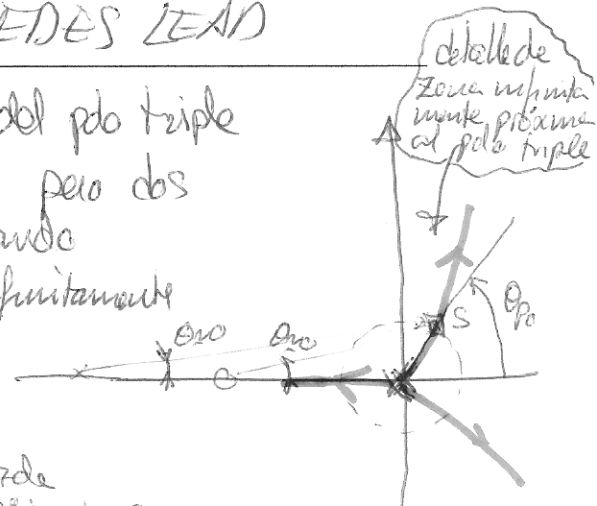
2.b) (→ 3 pt) NO. Se puede comprobar que del pdo triple salen 3 ramas: una hacia la izda (estable) pero dos hacia la derecha (inestable). En efecto, aplicando el criterio del argumento a un punto "s" infinitamente próximo al pdo triple vemos que

$$3 \cdot \theta_{p0} + 0 = 180^\circ (2q+1)$$

↓

← el resto de polos y ceros a la izda del pdo triple tienen ángulo  $0^\circ$  hasta s

$\theta_{p0} = \{ +60^\circ, -60^\circ, -180^\circ \}$  → es decir dos de las ramas salen hacia la zona inestable (ángulos  $\pm 60^\circ$ ) **INDEPENDIENTEMENTE DEL N° DE REDES LEAD!**



**Cuestión 3.**

(apartado único) (→ 5 pt)

$$J \cdot \ddot{\theta} = u \cos \theta + m a l \cos \theta$$

Para  $\theta$  pequeños se tiene  $\sin \theta \approx \theta$  y  $\cos \theta \approx 1$  →

$$\rightarrow J \ddot{\theta} - u \cos \theta = m a l \rightarrow \text{Laplace} \rightarrow (J s^2 - u \cos) \theta(s) = m a l A(s)$$

1) Vendo directamente el lugar P. vemos que un regulador proporcional no puede estabilizarlo (lo deja oscilatorio puro o bismo)

2) Un PI empeora las cosas, pues desplaza el lugar hacia la ~~izda~~ derecha (inestable)

3) Solo un PD (que desplaza el lugar a la izda) puede estabilizarlo

4) la opción que dice que no es necesario control es FALSA ya que es inestable en estado abierto

