Instrucciones: El examen consta de un total de 20 puntos y cada apartado lleva indicada su puntuación. El alumno deberá contestar cada respuesta en el espacio indicado y entregar sólo la hoja de respuestas. Al contestar deberá tener en cuenta lo siguiente:

- No puntuarán respuestas correctas basadas en argumentos débiles o incorrectos.
- Los razonamientos deben ir al grano, siendo **breves**, **claros** y **precisos**, apoyados, si procede, gráficamente (por ejemplo, con un lugar de las raíces a mano alzada).

Cuestión 1 (9 pt). Dado el sistema de control de una planta inestable

$$D(s) = K \cdot \frac{s+z}{s+p}, \qquad G(s) = \frac{1}{s(s-1)}, \qquad H(s) = 1 \tag{1}$$

donde K, z, p son positivas y $z < p$ (el controlador es una red de adelanto). Responder razonadamente a las siguientes preguntas:

a) Explicar qué sentido tiene en la red de adelanto limitar la posición del polo p a un valor máximo. ($\rightarrow$ 1 pt)

b) Suponiendo $p = 10$, hallar el rango de valores de z que permite estabilizar el sistema para al menos algún valor de K. ($\rightarrow$ 2 pt)

c) Suponiendo un valor cualquiera de z dentro de ese rango, indicar si hay que disminuir o aumentar K para hacer al sistema estable. ($\rightarrow$ 2 pt)

d) Hallar los valores de z y de K que permiten un tiempo de pico de π seg. y un factor de amortiguamiento $\xi = 0{,}707$. ($\rightarrow$ 4 pt)

Cuestión 2 (6 pt). Considérese la planta cuya función de transferencia es $G(s) = 1/s^3$. Considérese un compensador compuesto por una o varias redes de adelanto,

$$D(s) = D_{lead_1}(s) \cdot D_{lead_2}(s) \cdots$$

donde cada red de adelanto viene dada por

$$D_{lead}(s) = K \cdot \frac{s+z}{s+p}, \qquad (z < p)$$

en la que z y p son constantes positivas.

a) ¿Es posible estabilizarla con un compensador de adelanto $D(s) = D_{lead}(s)$?. En caso contrario, indicar razonadamente cuántos compensadores serían necesarios como mínimo para estabilizarla. ($\rightarrow$ 3 pt)

b) Suponiendo que utilizamos un número arbitrario de compensadores de adelanto ¿Puede conseguirse además que el sistema sea estable para todo valor de $K > 0$ (es decir, incondicionalmente estable)?. ($\rightarrow$ 3 pt)

Cuestion 3 (5 pt). El modelo de equilibrio vertical de un Segway HT como el de la figura puede describirse mediante la siguiente ecuación

$$J \cdot \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} = mgl \sin\theta(t) + mla(t)\cos\theta(t)$$

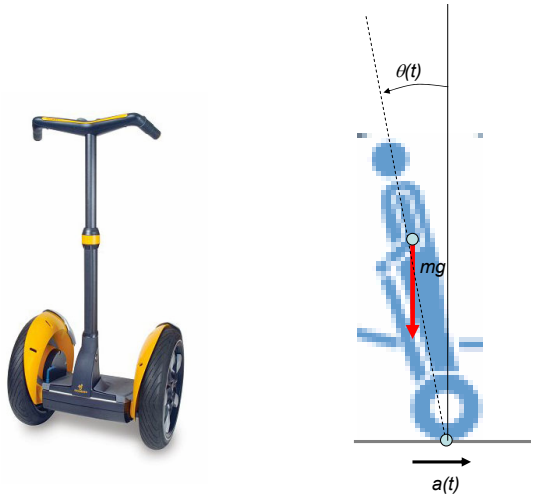

Figura 1: Imagen del Segway (imágenes tomadas y adaptadas de http://www.segwayvalencia.com)

donde l es la distancia desde el punto de apoyo con el suelo hasta el centro de masas del Segway, θ es el ángulo formado por la línea que une ambos puntos, J es el momento de inercia respecto al punto de apoyo, m es la masa del segway y $a(t)$ es la aceleración horizontal del punto de contacto con el suelo, que puede modificarse mediante el movimiento de las ruedas.

Suponiendo un sistema de control de la posición de equilibrio $\theta(t)$ para que esta sea vertical en todo momento (referencia de posición $\theta^* = 0$) empleando como variable de control la aceleración $a(t)$ indicar cuál de los siguientes tipos de controlador es más adecuado, explicando brevemente el razonamiento. ($\rightarrow$ 5 pt)

- Un control de tipo P : $a = K_p \cdot (\theta^* - \theta)$
- Un control de tipo PI: $a = K_p \cdot (\theta^* - \theta) + K_i \cdot \int(\theta^* - \theta)$
- Un control de tipo PD: $a = K_p \cdot (\theta^* - \theta) + K_d \cdot \frac{d}{dt}(\theta^* - \theta)$
- No es necesario el control, porque el sistema es estable en cadena abierta.

Entregar solamente esta hoja

Contestar en el lugar indicado para cada apartado.

Cuestión 1.

1.a) (→ 1 pt)

1.b) (→ 2 pt)

1.c) (→ 2 pt)

1.d) (→ 4 pt)

Cuestión 2.

2.a) (→ 3 pt)

2.b) (→ 3 pt)

Cuestión 3.

(apartado único) (→ 5 pt)