1. El nivel de radiación $r(t)$ de un reactor nuclear se controla mediante la posición de unas barras de control. Para ello, se dispone de un sistema de control que compara el nivel de radiación deseado $r_{ref}(t)$ con la medida de un captador de radiación $r_c(t)$ dando lugar a una señal de error $e(t) = r_{ref}(t) - r_c(t)$. La señal de error se usa como entrada para un dispositivo electrónico que produce una tensión eléctrica $v(t)$. A su vez, esta tensión eléctrica actúa sobre los motores instalados, moviendo las barras de control.

   El nivel de radiación depende de la posición de las barras $p(t)$ según la ecuación:

$$r(t) = p(t) - 4\dot{r}(t) + 5$$

   La función de transferencia que relaciona la posición de las barras con la tensión aplicada a los motores:

$$\frac{p(s)}{v(s)} = \frac{K}{s+4}$$

   Dado que las ecuaciones del captador y del dispositivo electrónico son desconocidas, se ha llevado a cabo un ensayo experimental sobre cada uno de ellos para obtener su función de transferencia.

   Así, ante un incremento brusco de dos unidades en el nivel de radiación $r(t)$ la salida del captador $r_c(t)$ se comporta de acuerdo a la gráfica de la figura 1.

   Para comprobar la respuesta del dispositivo electrónico, que se sabe que es de 2º orden, se le aplicaron en la entrada 3 señales senoidales, obteniendose las respuestas de la figura 2.

   (a) Obtener las funciones de transferencia correspondientes a los bloques captador de señal $\frac{r_c(s)}{r(s)}$ y dispositivo electrónico $\frac{p(s)}{e(s)}$.

   (b) Dibujar el diagrama de bloques del sistema.

   (c) Dibujar el lugar de las raíces del sistema. Razonar cual será la dinámica del sistema en función del parámetro K.

   (d) Calcular el error de posición en función del parámetro K.

   (e) Razonar (no calcular) para que valores de K el sistema presentará el funcionamiento más apropiado.

   Nota: La relación entre la frecuencia natural ω_n y la frecuencia de resonancia ω_r es:

$$\omega_r = \omega_n\sqrt{1-2\xi^2}$$

   donde ξ es el coeficiente de amortiguamiento. La relación entre éste y la resonancia M_r (medida en tanto por unidad sobre la ganancia estática) es:

$$M_r = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$$

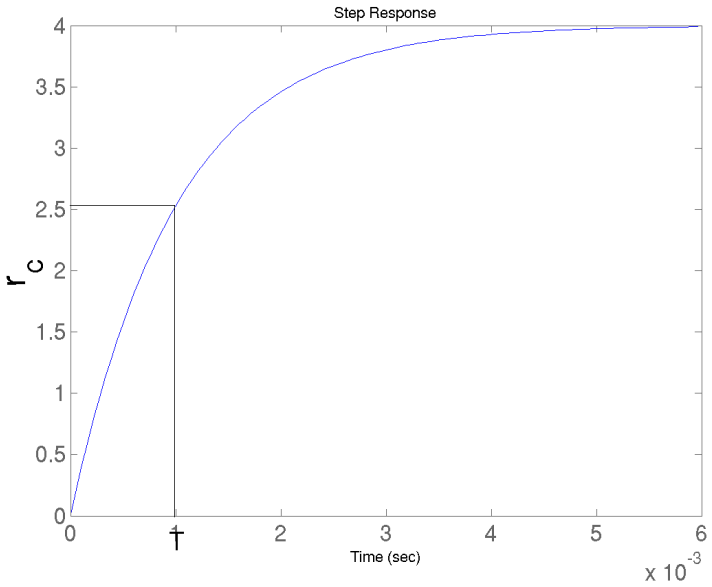


Figura 1: Respuesta del captador a un escalón de amplitud 2

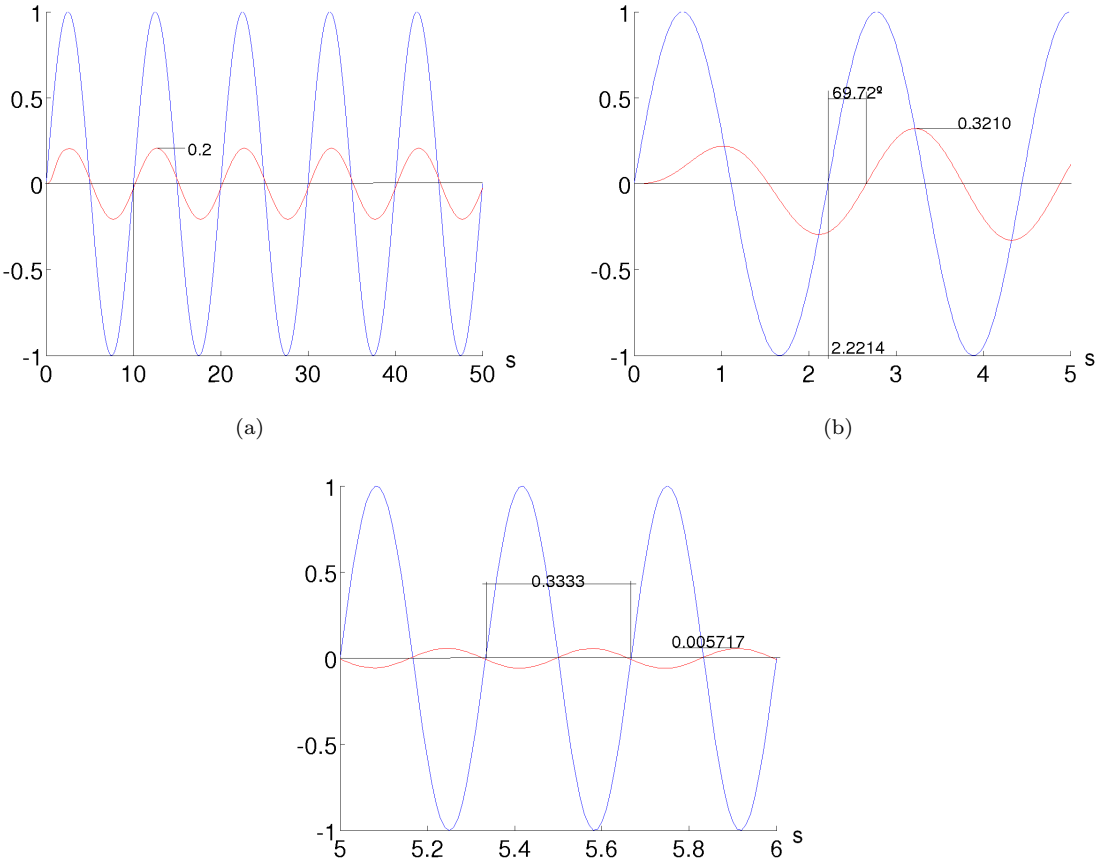


Figura 2: Respuesta del dispositivo electrónico a tres senoidales de amplitud 1 y frecuencias distintas: (a) baja frecuencia, (b) frecuencia de resonancia y (c) alta frecuencia.

2. En la figura 3 se muestra un modelo simplificado de un cojinete de levitación magnética empleado en turbomaquinaria de alta potencia. En este tipo de cojinetes, el campo magnético es energizado empleando métodos de control, de manera que el eje está siempre en el centro y nunca toca los imanes manteniendo, de esta manera, la fricción en niveles casi inexistentes.

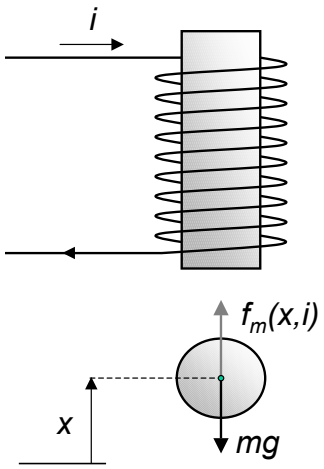


Figura 3: Esquema simplificado del sistema de levitación magnética.

La ecuación del movimiento vertical de la bola en el modelo simplificado puede describirse de acuerdo con la ley de Newton:

$$m\frac{d^2x(t)}{dt^2} = f_m - mg$$

donde $x(t)$ representa la posición vertical de la bola, $i(t)$ es la corriente del electroimán, m es la masa de la bola, $g = 10m/s^2$ es la aceleración de la gravedad y f_m es la fuerza originada por el electroimán. Esta fuerza se puede modelar como:

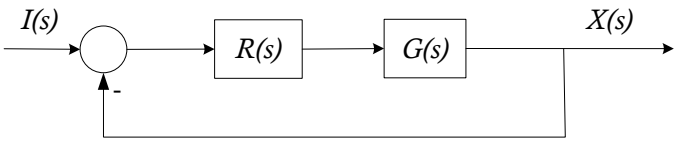
$$f_m = Ki(t)^2x(t)^2$$

donde la constante $K = 64 \cdot 10^3$. Se pide:

(a) Obtener un modelo lineal del sistema para una bola de masa 10^{-2}Kg en torno al punto de operación definido por una elevación de la bola de 2'5 milímetros ($x(0) = 2'5 \cdot 10^{-3}$). Dibujar el diagrama de bloques del sistema, indicando las señales que aparecen.

(b) Obtener la función de transferencia $G(s)$ del sistema y dibujar su diagrama cero-polar. Comentar la respuesta a escalón.

(c) Para controlar el sistema éste se realimenta y se le añade un regulador $R(s)$, tal y como se indica en la figura siguiente.



Razonar si es posible estabilizar el sistema si dicho regulador es tan sólo una ganancia K_r.

(d) Se decide utilizar un regulador más complejo, cuya función de transferencia es:

$$R(s) = \frac{K_r(s + 89'4)}{(s + 200)}$$

Razonar si es ahora posible estabilizar el sistema para algún valor de K_r.