Reglas para el Trazado del Lugar de las Raíces (I)

Se inicia el trazado situando sobre el plano complejo los polos y ceros de la función de transferencia del sistema (FdT) en bucle abierto (B.A.): R(s)·G(s)·H(s)

1) El número de ramas es igual al número de polos (n) de la FdT en B.A.: R(s)·G(s)·H(s)

2) Cada rama comienza en un polo (K_s=0) y termina en un cero (K_s=inf.). Si el número de ceros (m) es inferior al de polos, existirán n-m ceros en el infinito hacia los que irán n-m ramas siguiendo n-m asíntotas

3) Los puntos del eje real con un número impar de polos y ceros a su derecha pertenecen al lugar de las raíces (K_s>0), y si es par, pertenecen al lugar inverso de las raíces (K_s<0)

4) El lugar de las raíces y el lugar inverso de las raíces son simétricos respecto al eje real

5) Las n-m asíntotas se cortan en el punto:

$$\sigma_0 = \frac{\sum \text{polos de R(s)·G(s)·H(s)} - \sum \text{ceros de R(s)·G(s)·H(s)}}{n-m}$$

6) Los ángulos de las asíntotas con el eje real son:

$$Si \quad K_s > 0 \quad \theta_a = \frac{(2\cdot q+1)\cdot\pi}{n-m} \quad ; \quad Si \quad K_s < 0 \quad \theta_a = \frac{2\cdot q\cdot\pi}{n-m} \quad ; \quad siendo \ q = \{0,1,2,\ldots,n-m-1\}$$

Reglas para el Trazado del Lugar de las Raíces (II)

7) Los ángulos de salida de los polos y de llegada a los ceros, se obtienen aplicando el criterio del argumento:

$$Si\ K_s > 0 \quad \theta_{sp} = \sum_{j=1}^{m} \underline{|s+z_j|} - \sum_{i=1}^{n} \underline{|s+p_i|} - (2\cdot q+1)\cdot\pi \quad \theta_{ec} = \sum_{i=1}^{n} \underline{|s+p_i|} - \sum_{j=1}^{m} \underline{|s+z_j|} + (2\cdot q+1)\cdot\pi$$

$$Si\ K_s < 0 \quad \theta_{sp} = \sum_{j=1}^{m} \underline{|s+z_j|} - \sum_{i=1}^{n} \underline{|s+p_i|} - 2\cdot q\cdot\pi \quad \theta_{ec} = \sum_{i=1}^{n} \underline{|s+p_i|} - \sum_{j=1}^{m} \underline{|s+z_j|} + 2\cdot q\cdot\pi \quad q = \{0,1,2,3,\ldots\}$$

8) Los puntos de dispersión y confluencia de las ramas son las raíces de la ecuación (df(s)/ds)=0 donde f(s) se obtiene de poner la ecuación característica en la forma K_s=f(s)

9) Los puntos de intersección del lugar de las raíces con el eje imaginario se pueden hallar aplicando el criterio de Routh para sistemas marginalmente estables

10) El valor de K_s para un determinado punto del lugar de las raíces se puede obtener aplicando el criterio del módulo:

$$|K_s| = \frac{\prod_{i=1}^{n} |s+p_i|}{\prod_{j=1}^{m} |s+z_j|}$$

11) La suma de las raíces de la ecuación característica para cualquier valor de K_s es constante e igual al coeficiente del término en s^{n-1} cambiado de signo, cuando el coeficiente de s^n es la unidad