Identificación de Sistemas: Circuito RLC

Análisis Dinámico de Sistemas (Teleco)
Área de Ingeniería de Sistemas y Automática
Escuela Politécnica Superior de Ingeniería Gijón
Universidad de Oviedo

21 de noviembre de 2006

1. Introducción

El objetivo de la práctica es identificar un sistema de segundo orden a través de su respuesta en el dominio del tiempo ante una entrada escalón. Para ello se propone identificar un circuito eléctrico RLC. Finalmente, se estudiará la respuesta frecuencial del sistema.

2. Respuesta del sistema de segundo orden

El sistema lineal de segundo orden más sencillo se caracteriza por tres parámetros:

$$G(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \tag{1}$$

Al escribir la ecuación de la segunda forma, se facilita el relacionar los tres parámetros (K, ζ, ω_n) con la respuesta temporal del sistema ante el escalón. El primero de ellos, K, es la **ganancia**, que es la relación entre el valor en régimen permanente de la salida y el valor del escalón introducido como entrada al sistema, según la ecuación (2). El segundo parámetro, ζ, se denomina **factor o coeficiente de amortiguamiento relativo** y determina la sobreoscilación del sistema de acuerdo a la ecuación (5). El tercero ω_n es la **frecuencia natural** del sistema, y está relacionado con la rapidez del sistema.

La respuesta del sistema de segundo orden ante una señal $u(t)$ escalón unitario, tiene típicamente la forma que recoge la figura 1.

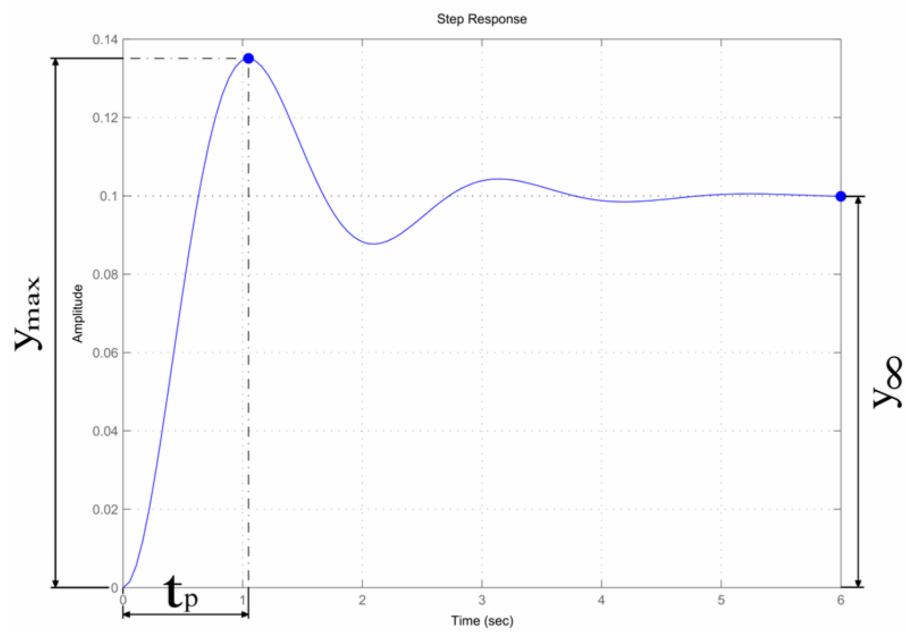

Figura 1: Típica respuesta ante un escalón de un sistema lineal de segundo orden (respuesta subamortiguada, ($K = 0{,}1, \zeta = \frac{1}{\sqrt{10}}, \omega_n = \sqrt{10}$)).

La influencia de los tres parámetros (K, ζ, ω_n) en la salida representada en la figura 1 viene dada a través de las siguientes expresiones:

$$K = \frac{y_\infty}{u_\infty} \tag{2}$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} \tag{3}$$

$$M_p = \frac{y_{max} - y_\infty}{y_\infty} = e^{-\pi \cdot \mathrm{cotg}\theta} \tag{4}$$

$$\zeta = \cos\theta \tag{5}$$

siendo M_p la **sobreoscilación máxima** (cantidad en la que se sobrepasa el valor del permanente, expresada en tanto por uno), y t_p el **tiempo de pico** (instante en el que ocurre el sobrepaso máximo). Obsérvese que la ecuación 3 indica que tanto la frecuencia natural como el factor de amortiguamiento influyen en la "rapidez" de respuesta del sistema. En el ejemplo de la figura anterior se observa que $K = 0{,}1$, $t_p = 1{,}05$ segundos y $M_p = 0{,}33$ (es decir, una oscilación máxima del 33 %).

La respuesta dinámica del sistema, queda definida por el conjunto de parámetros (ζ, ω_n) o (M_p, t_p). La forma más directa de expresar las relaciones existentes entre los distintos parámetros del sistema es por medio del diagrama de polos de la ecuación característica, como se resume en la figura 2.

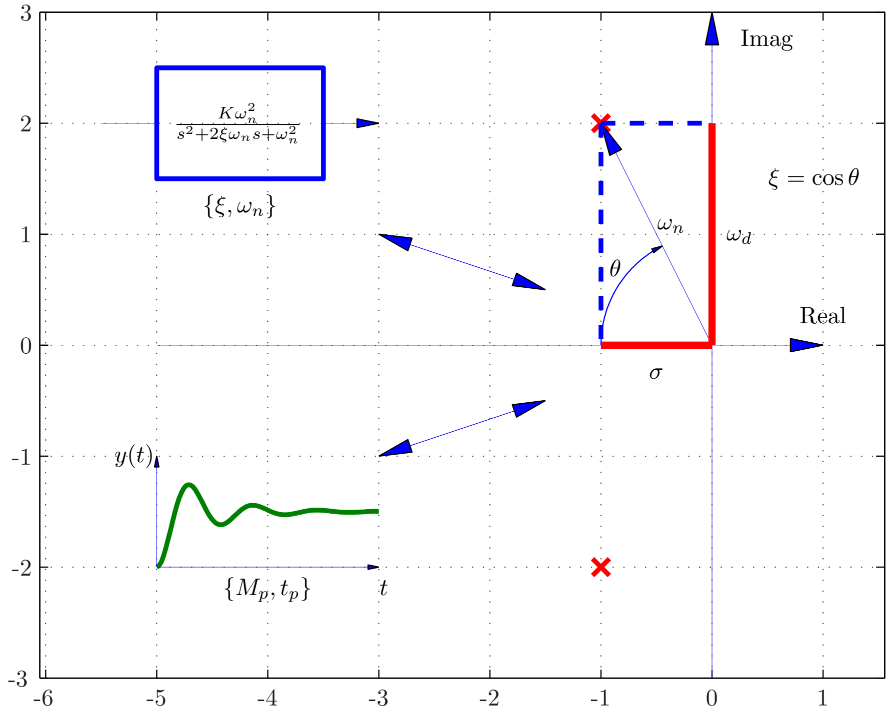

Figura 2: Relaciones entre los distintos conjuntos de parámetros que definen la respuesta ante un escalón de un sistema lineal de segundo orden subamortiguado.

3. Trabajo a desarrollar

En el circuito que se muestra en la figura 3 se conoce R y se pretende identificar experimentalmente los parámetros L y C:

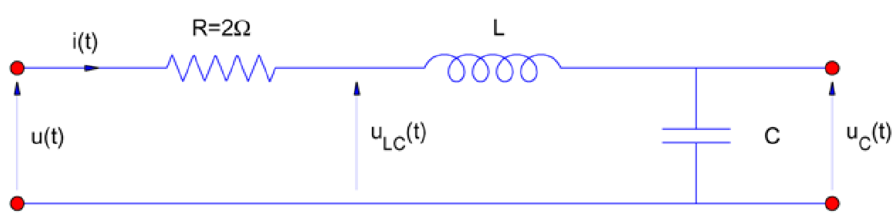

Figura 3: Circuito RLC

Para proceder a la identificación se sometió al circuito a un escalón de tensión en $u(t)$ y se registró mediante un osciloscopio la tensión del condensador $u_C(t)$ y la tensión del conjunto bobina-condensador, $u_{LC}(t)$, dando los resultados que muestran en la figura 4. Para poder utilizarlos en Matlab, los datos del experimento pueden descargarse en `DatosEnsayo.mat`.

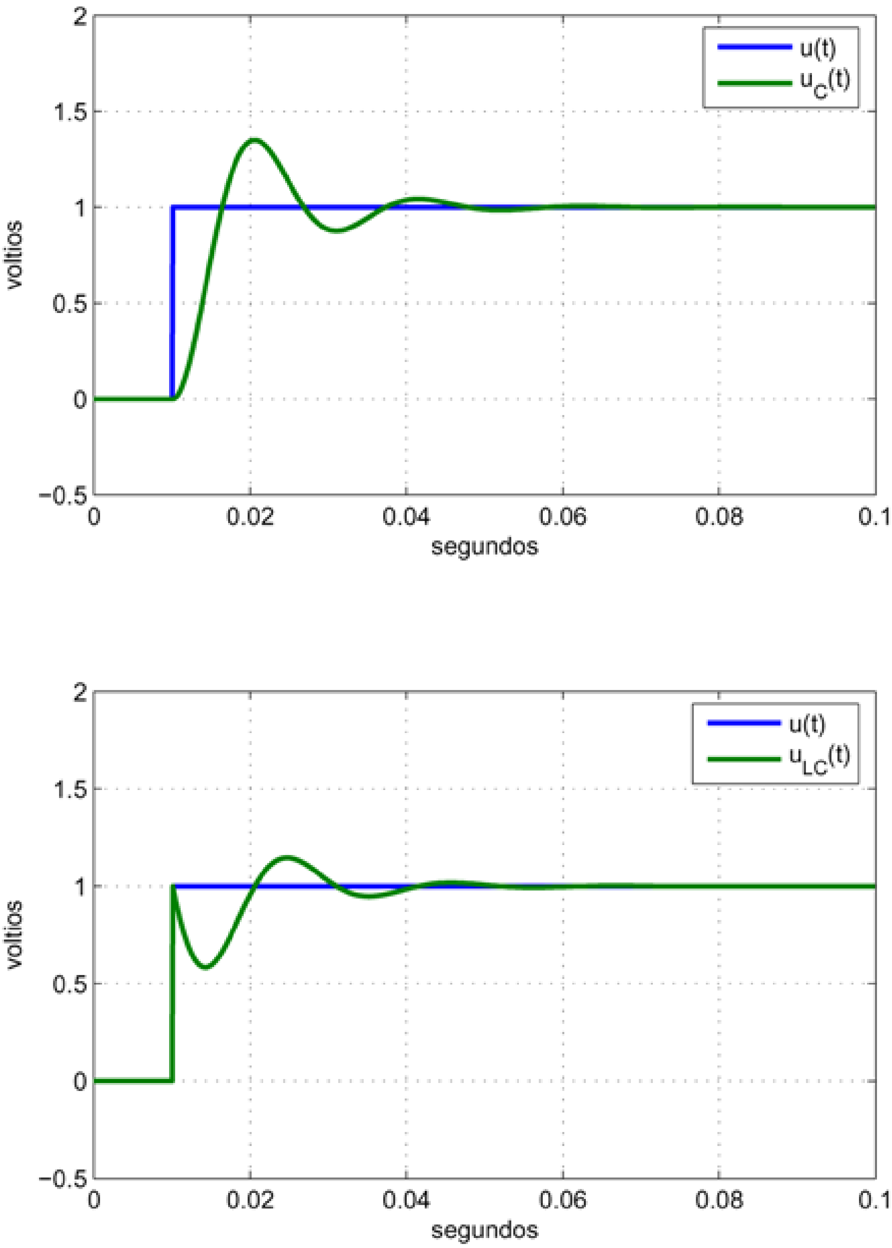

Figura 4: Tensiones $u_C(t)$ y $u_{LC}(t)$

Se pide:

- Determinar los parámetros R, L y C del circuito a partir de los datos experimentales registrados.

- Realizar un *script* de Matlab en el que se simule el circuito en las mismas condiciones del ensayo, representando la evolución temporal de las variables del mismo $u(t)$, $u_C(t)$, $u_{LC}(t)$ e $i(t)$. Comparar los resultados con los datos obtenidos experimentalmente.

- Simular la respuesta del circuito ante tensiones senoidales de frecuencias 5, 10, 50, 100 y 500 Hz, representando para los tres casos en un mismo gráfico $u(t)$ y $u_c(t)$. Calcular la ganancia en dB[1] y el desfase en grados del circuito en los tres casos.

[1] Nota: la ganancia en decibelios se calcula

$$\text{Ganancia (dB)} = 20 \cdot \log_{10} \left| \frac{A_y}{A_u} \right|$$

donde A_y es la amplitud de la senoide de salida y A_u la amplitud de la senoide de entrada