

Modelado de un motor CC

Análisis Dinámico de Sistemas (Teleco)

Área de Ingeniería de Sistemas y Automática

Escuela Politécnica Superior de Ingeniería Gijón

Universidad de Oviedo

7 de noviembre de 2006

1. Introducción

El objetivo de la práctica es modelar el comportamiento de un sistema de servoposicionamiento basado en un motor de corriente continua. Un sistema de servoposicionamiento de continua consta de tres subsistemas: el eléctrico, el magnético y el mecánico.

2. Modelado matemático

El esquema de un motor CC puede observarse en la figura 1.

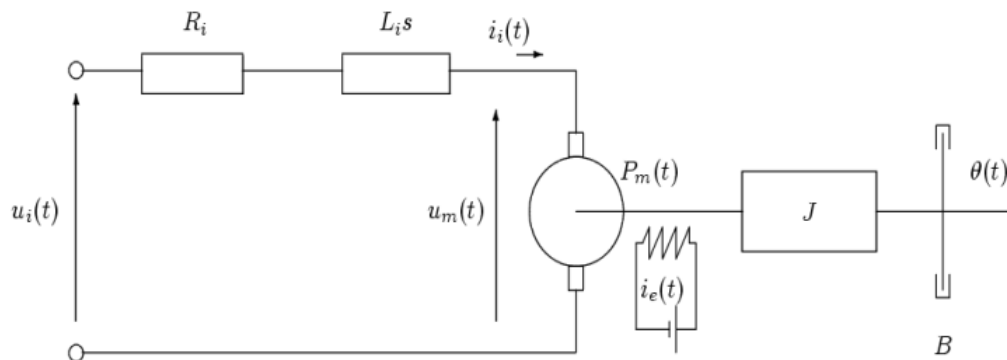


Figura 1: Sistema de servoposicionamiento de un motor de CC

2.1. Subsistema magnético

Una de las partes más importantes del motor, el *devanado de inducido*, consiste en un arrollamiento de varias espiras que puede girar inmerso en un

campo magnético constante. Dicho campo magnético es generado, bien por un imán permanente, o bien por un *devanado de excitación* consistente en una bobina por la que circula una corriente de excitación $i_e(t)$. Al circular una corriente $i_i(t)$ por el devanado de inducido se ejerce sobre él un par que es directamente proporcional al flujo $\psi(t)$ generado por la corriente de excitación $i_e(t)$ (que suponemos constante), y a la corriente de inducido $i_i(t)$, es decir

$$\psi(t) = K_e \cdot i_e(t) \quad (1)$$

$$P_m(t) = K_m \cdot i_i(t)\psi(t) \quad (2)$$

considerando una corriente de excitación $i_e(t)$ constante y agrupando todas las constantes en $K_p = K_e K_m i_e(t)$ queda finalmente,

$$P_m(t) = K_p \cdot i_i(t) \quad (3)$$

Por otra parte, el giro de las espiras del devanado de inducido en presencia del campo magnético $\psi(t)$ produce en bornas del mismo una caída de tensión o *fuerza contraelectromotriz*, $u_m(t)$, proporcional a su velocidad de giro

$$u_m(t) = K_b \cdot \omega(t) \quad (4)$$

2.2. Subsistema eléctrico

Asimismo, el devanado de inducido es, a todos los efectos, un conductor, con una resistencia R_i y una inductancia L_i , sobre el que hay que considerar, además, la fuerza contraelectromotriz como una fuente de tensión dependiente de la velocidad de giro. La ecuación en la malla de inducido será, por tanto:

$$u_i(t) = R_i \cdot i_i(t) + L_i \cdot \frac{di_i(t)}{dt} + K_b \cdot \omega(t) \quad (5)$$

Tomando la transformada de Laplace de la ecuación (5) se tiene

$$u_i(s) = (R_i + sL_i)i_i(s) + K_b\omega(s) \quad (6)$$

2.3. Subsistema mecánico

El par mecánico $P_m(t)$ desarrollado por el motor se emplea para imprimir aceleración angular $\alpha(t) = d^2\theta(t)/dt^2$ a la carga y en vencer la fuerza de fricción, que puede considerarse proporcional a la velocidad de giro, $\omega(t) = d\theta(t)/dt$:

$$P_m(t) = J \cdot \ddot{\theta}(t) + B \cdot \dot{\theta}(t) \quad (7)$$

Tomando la transformada de Laplace de la ecuación anterior se tiene

$$\begin{aligned} P_m(s) &= Js^2\theta(s) + Bs\theta(s) = \\ &= s(Js + B)\theta(s) = \\ &= (Js + B)\omega(s) \end{aligned} \quad (8)$$

3. Objetivos

El alumno deberá entregar un informe con los siguientes puntos:

- Teniendo en cuenta las ecuaciones del subsistema eléctrico, (6), las del subsistema magnético, (3) y (4), y la del subsistema mecánico (8), obtener:
 1. El diagrama estructural, indicando los tres principales subsistemas dinámicos que lo componen y el flujo de señales entre éstos.
 2. El diagrama de bloques del motor, considerando la tensión aplicada al inducido, $u_i(s)$, como entrada, y la posición angular, $\theta(s)$, como salida.
- Para los siguientes valores experimentales de los parámetros del motor:

$$\begin{aligned}R_i &= 1,1648\Omega \\L_i &= 0,0068\text{H} \\K_b &= 0,82\frac{\text{V}}{\text{rad/seg}} \\B &= 0,00776\frac{\text{Nm}}{\text{rad/seg}} \\J &= 0,0271\text{Kg} \cdot \text{m}^2 \\K_p &= 0,55\frac{\text{Nm}}{\text{A}}\end{aligned}$$

empleando la herramienta de simulación `simulink`, describir el comportamiento del motor ante un escalón de 133 voltios en la tensión de inducido:

- Obtener la posición $\theta(t)$
- Obtener la velocidad angular $\omega(t)$
- Obtener la corriente $i_i(t)$ que absorbe el motor.
- Simular el efecto de un par de carga en el motor. Para ello, indicar primero los cambios que hay que introducir en las ecuaciones y el diagrama de bloques.
- Simular la respuesta (velocidad angular) mediante órdenes en línea de comandos de `matlab`. Puede seguirse el siguiente procedimiento (utilizar el comando `help función` para obtener ayuda sobre cada función):
 1. Obtener la función de transferencia simbólica de cada uno de los bloques empleando la función `tf(num,den)`.
 2. Obtener la función de transferencia del motor ayudándose de la función `feedback()`.
 3. Obtener un vector de tiempos mediante `linspace()`.
 4. Obtener finalmente la respuesta del sistema mediante la función `step()` o `lsim()`