Control de velocidad de un prototipo F1

Se pretende diseñar un control de velocidad de un prototipo de fórmula 1. El prototipo está dotado de un sistema de control del ángulo del alerón trasero que se ajusta automáticamente para mantener una fuerza vertical constante que lo fije al asfalto de forma independiente de la velocidad y de las variaciones de altura en el firme. Este sistema de control tiene el efecto colateral de provocar una fuerza de resistencia horizontal en el sentido opuesto a la marcha

$$F_h(\theta, v) = K \cdot \text{sen}(\theta) \cdot v^2$$

De esta manera, la ecuación que describe el movimiento horizontal del prototipo es

$$m \cdot \frac{dv}{dt} = F_{mot} - F_h(\theta, v)$$

donde F_{mot} es la fuerza motriz que produce el motor, que es proporcional a la tensión suministrada al servo dosificador de combustible

$$F_{mot} = K_{mot} \cdot u$$

El sistema de control de velocidad dispone de un sensor de dinámica instantánea y ganancia unidad que genera $1V$ por cada m/s de velocidad del prototipo. La tensión que da el sensor se compara con un valor de referencia y se introduce en un regulador que genera una tensión aplicada directamente al servo dosificador de combustible

Se pide,

- Linealizar las ecuaciones del vehículo para un estado de equilibrio dado por un ángulo de ataque del alerón de $\theta_0 = 0{,}1$ rads ($5{,}73^o$) y una velocidad $v_0 = 90\, m/s$ ($324\, Km/h$).
- Obtener el diagrama de bloques del sistema de control de velocidad, haciendo constar todos sus bloques (sensor de velocidad, regulador, alerón, etc.) y sus señales (velocidad, fuerza motriz, tensión del servo, ángulo de ataque del alerón, etc.)
- Diseñar un regulador PI del tipo

  $$R(s) = K \cdot \frac{s+a}{s}$$

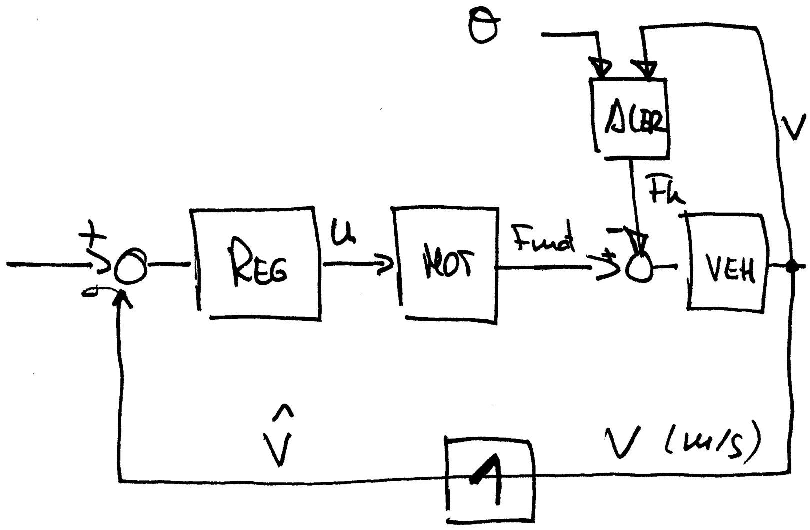
  que permita un tiempo de pico $t_p \approx 30$ seg. y un tiempo de establecimiento $t_s \approx 45$ seg.
- Hallar el efecto de las variaciones en el ángulo de ataque θ producidas por el sistema de control adicional de fuerza vertical en los siguientes casos
  - una variación constante en el ángulo de 1^o ($0{,}017$ rads)
  - una variación cosenoidal del ángulo de ataque de amplitud 1^o a un ritmo de 1 Hz

    $$\theta(t) = 0{,}017 \cdot \cos(6{,}28t)$$
- Simular el diseño realizado en Matlab/Simulink y proponer mejoras.

Datos: $K = 1, \quad m = 300, \quad K_{mot} = 810$

Nota: *Salvo indicación expresa, todas las magnitudes vienen dadas en unidades del sistema internacional*

Linealización



$$\cancel{m \cdot \frac{dv}{dt}}^{\,0} = F_{mot} - K \cdot \text{sen}\,\theta \cdot v^2$$

En el equilibrio:

$$F_{mot_0} = K \cdot \text{sen}\,\theta_0 \cdot V_0^2 = 1 \cdot 0.1 \cdot 90^2 = 810 \text{ Nw}$$

$$u_0 = \frac{810}{810} = 1\,V \qquad \theta_0 = 0.1 \text{ rads}$$

$$V_0^* = 90\,V \qquad V_0 = 90 \text{ m/s}$$

$$\hat{V}_0 = 90\,V \qquad F_{h_0} = 810 \text{ Nw}$$

Taylor:

$$F_h(\theta, v) = K \cdot \text{sen}\,\theta \cdot v^2$$

$$\Delta F_h = K \cdot 2 \cdot V_0 \cdot \text{sen}\,\theta_0 \cdot \Delta v + K \cdot V_0^2 \cdot \cos\theta_0 \cdot \Delta\theta =$$

$$= K \cdot 2 \cdot 90 \cdot 0.1 \cdot \Delta v + K \cdot 90^2 \cdot 0.99 \cdot \Delta\theta =$$

$$= 18 \cdot \Delta v + 8100 \cdot \Delta\theta$$

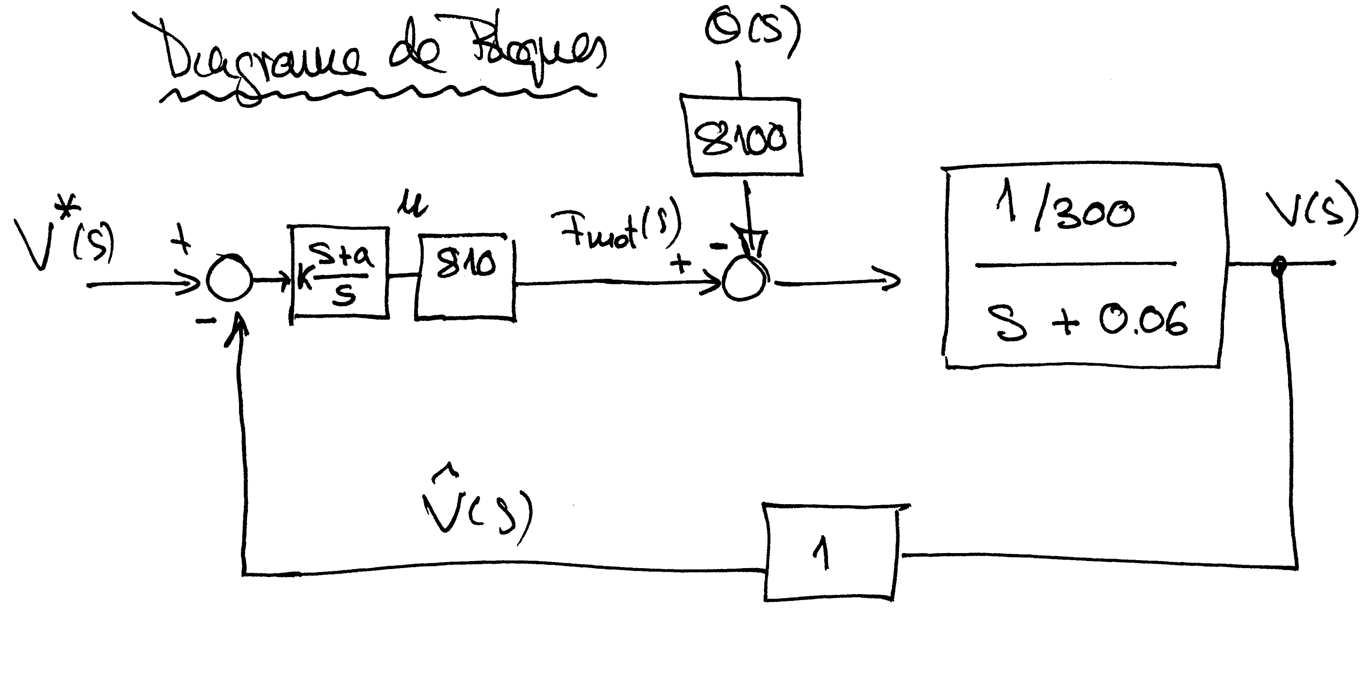
$$m \cdot \frac{d\Delta v}{dt} = \Delta F_{mot} - 18\,\Delta v - 8100\,\Delta\theta$$

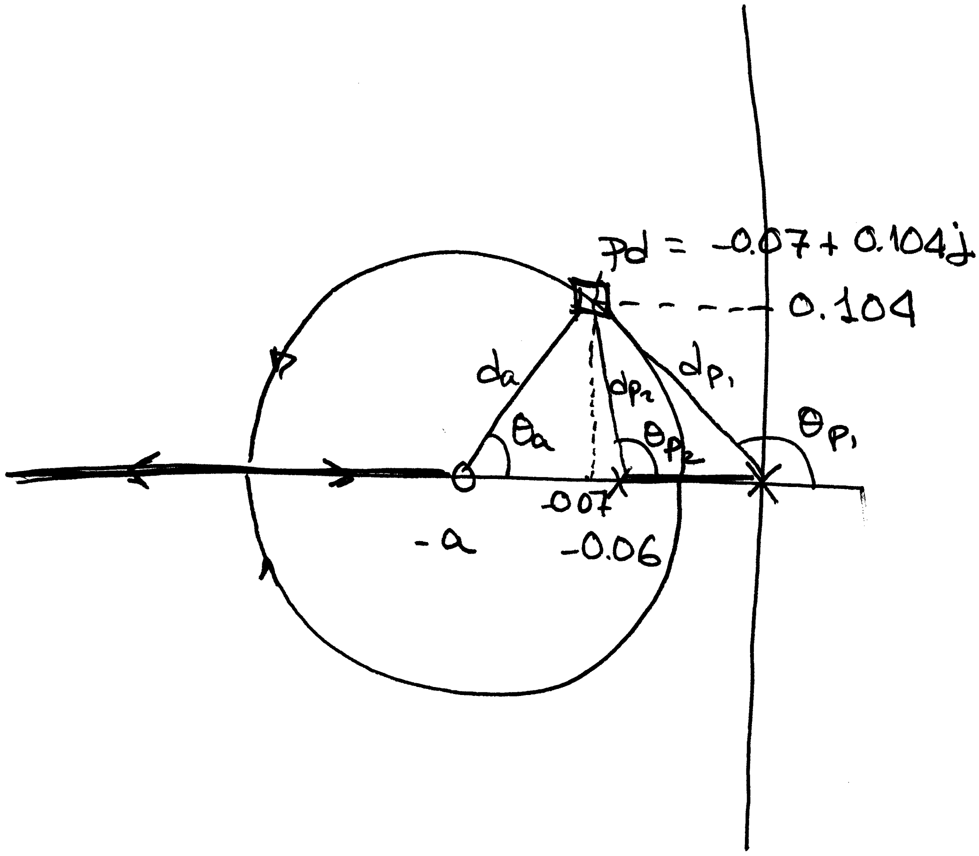
$$m \cdot \frac{d\Delta V}{dt} + 18 \cdot \Delta V = \Delta F_{mot} - 8100\,\Delta\theta$$

Laplace :

$$m \cdot s V(s) + 18\,V(s) = F_{mot}(s) - 8100\,\theta(s)$$

Diagramme de Blocques





$t_p = 30s$

$t_s = 45s$

$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = 30 \rightarrow \omega_d = \frac{\pi}{30} = 0.104$

$t_s = \frac{\pi}{\sigma} = 45 \rightarrow \sigma = \frac{\pi}{45} = 0.07$

$\downarrow$

$P_d = -0.07 \pm 0.10$

Ec. Característica: $1 + L(s) = 0$

$$1 + K \cdot 810 \cdot \frac{1}{300} \cdot \frac{s+a}{s \cdot (s+0.06)} = 0$$

$$1 + K \cdot 2.7 \cdot \frac{s+a}{s(s+0.06)} = 0$$

<u>Calculando</u> (por el crit. del argumento)

$\theta_{p_1} = 123.94^\circ$

$\theta_{p_2} = 95.5^\circ$

$\theta_{p_1} + \theta_{p_2} - \theta_a = 180^\circ$

$\underbrace{\theta_{p_1} + \theta_{p_2}}_{219.4^\circ} - \theta_a = 180^\circ \rightarrow$

$\boxed{\theta_a = 39.4^\circ}$

$$(a - 0.07) \cdot tg\, 39.4^\circ = 0.104$$

$$a = \frac{0.104}{tg\, 39.4^\circ} + 0.07 = \frac{0.104}{0.82} + 0.07 = \boxed{0.196}$$

$$\boxed{a \simeq 0.2}$$

Aplicando el crit. del módulo podemos obtener K

$$dp_1 = 0.1254$$
$$dp_2 = 0.1045$$
$$da =$$

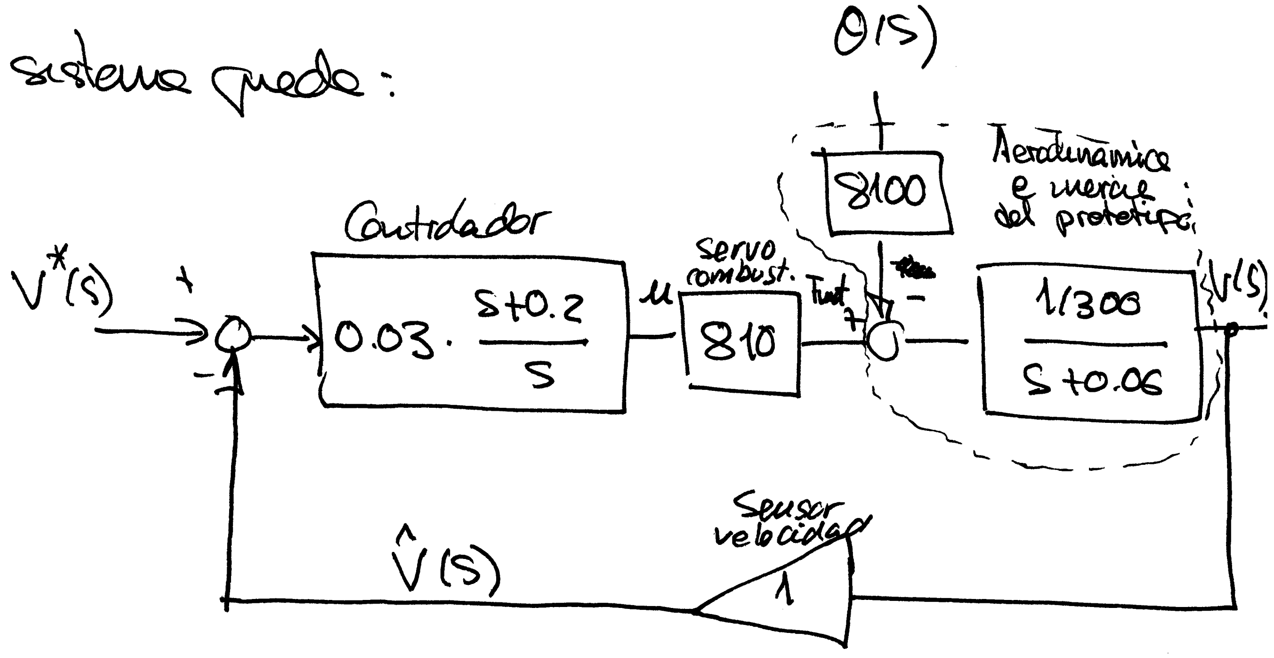
$$K = \frac{dp_1 \cdot dp_2}{da} \cdot \frac{1}{2.7} =$$

$$= \frac{0.1254 \times 0.1045}{0.1665 \times 2.7} = \boxed{0.03}$$

Luego el regulador será:

$$\boxed{C(s) = 0.03 \cdot \frac{s + 0.2}{s}}$$

El sistema queda:



Para hallar el efecto ~~de~~ colateral del sistema de control de fuerza vertical hallamos la Si

$$S_i(s) = \frac{\frac{1/300}{s+0.06}}{1 + 0.03\,\frac{s+0.2}{s}\cdot 810 \cdot \frac{1/300}{s+0.06}} =$$

$$= \frac{1/300 \cdot s}{s\cdot(s+0.06) + 0.081\cdot(s+0.2)} =$$

$$= \frac{1/300 \cdot s}{s^2 + (0.06+0.081)\cdot s + 0.081\cdot 0.2} =$$

$$= \frac{1/300 \cdot s}{s^2 + 0.141\,s + 0.0162}$$

Para una variación constante del angulo θ vemos que

$$V(\infty) = \lim_{s \to 0} \cancel{s} \cdot \frac{0.017}{\cancel{s}} \cdot S_i(s) \cdot 8100 =$$

$$= 0.017 \times 8100 \cdot S_i(0) = \emptyset$$

El sistema cancela en reg. permanente una variación tipo escalón del angulo del alerón

Si la variación es

$$\theta(t) = 0.017 \cdot \cos(6.28t)$$

la variación de la velocidad será también cosenoidal de la misma frecuencia pero con amplitud

$$A_v = 0.017 \cdot 8100 \cdot \left| S_i(6.28j) \right| =$$

$$= 0.017 \cdot 8100 \cdot 0.0005328 =$$

$$= 0.0734 \text{ m/S}$$