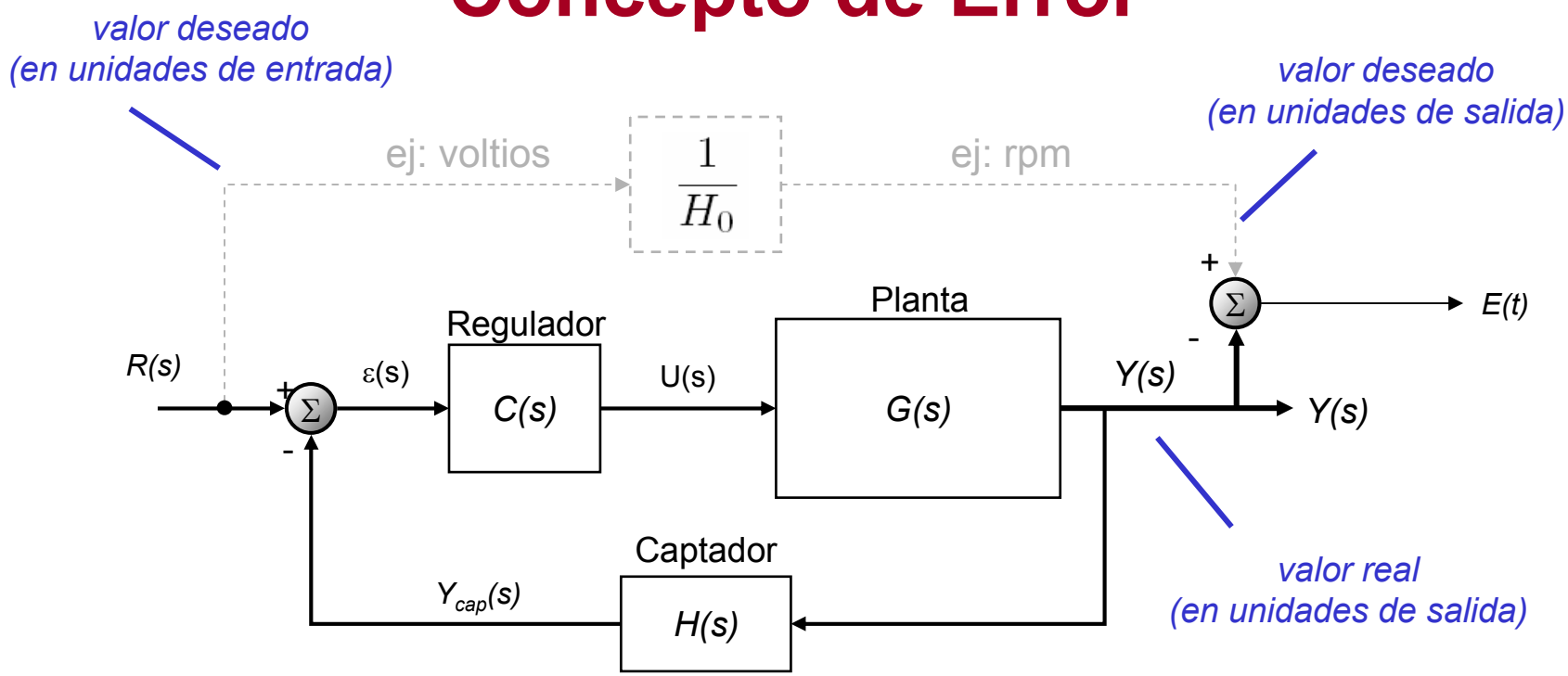
Sistemas Automáticos

Tema 4
Errores

Contenido:

- Concepto de error
- Clasificación de los errores
- Error en régimen permanente
- Tipo de un sistema
- Tipo frente a perturbaciones
- Ejemplo

Concepto de Error



El error es la diferencia entre
la salida deseada y la salida real

$$E(t) = y_{\text{deseada}}(t) - y_{\text{real}}(t)$$

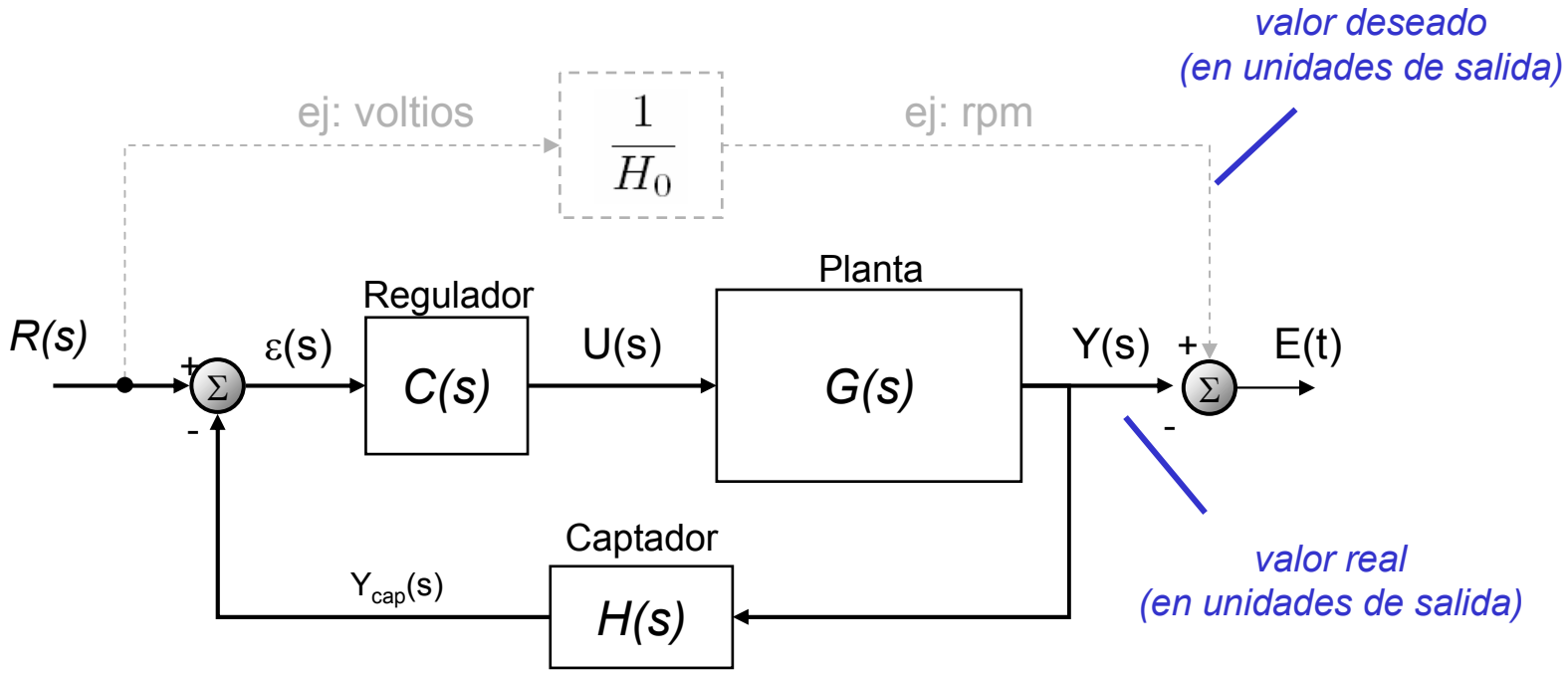
El error suele venir dado
<u>en "por unidad" (p.u.) o en porcentaje (%)</u>
respecto a la magnitud
de la referencia o perturbación que lo causa

Clasificación de los errores

- En función de la variable
  - *referencia*
  - *perturbación de entrada*
  - *perturbación de salida*
  - *ruido en el sensor*

- En función de la dinámica de la variable
  - *escalón (error de posición)*
  - *rampa (error de velocidad)*
  - *parábola (error de aceleración)*
  - *senoide*

Error de Seguimiento de Referencias



Error en régimen permanente:

$$e_{rp} = \lim_{s\to 0} s \cdot R(s) \cdot \left(\frac{1}{H_0} - \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)H(s)} \right) \longrightarrow$$

error expresado en unidades de salida

$$e_{rp}^{pu} = e_{rp} \cdot H(0) = \lim_{s\to 0} s \cdot R(s) \cdot \left(1 - \frac{C(s)G(s)H(0)}{1 + C(s)G(s)H(s)} \right) \longrightarrow$$

error expresado en unidades de entrada (p.u.)

Error de Seguimiento de Referencias

Captador instantáneo H(s) = H(0)

Si el captador es instantáneo

H(s) = H(0)

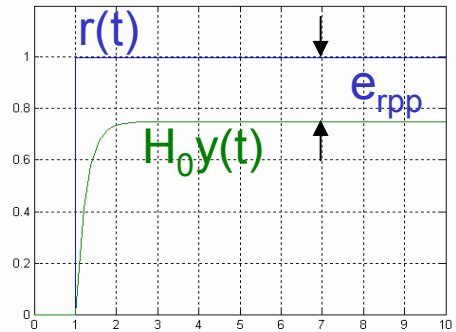
$$
\begin{aligned}
e_{rp}^{pu} = e_{rp} \cdot H(0) &= \\
&= \lim_{s \to 0} s \cdot R(s) \cdot \overbrace{\left(1 - \frac{C(s)G(s)H(0)}{1 + C(s)G(s)H(0)}\right)}^{T(s)} = \\
&= \lim_{s \to 0} s \cdot R(s) \cdot \underbrace{\left(\frac{1}{1 + C(s)G(s)H(0)}\right)}_{S(s)}
\end{aligned}
$$

Error de Seguimiento de Referencias

Captador instantáneo H(s) = H(0)

Error de Posición ($R(s)$ = escalón unitario)

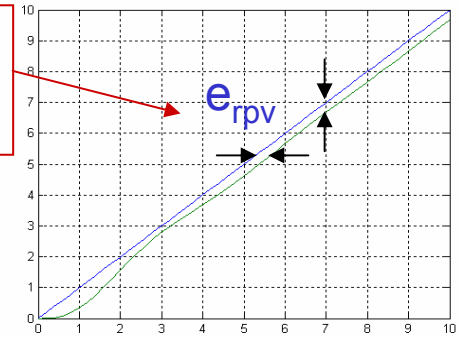
$$
\begin{aligned}
R(s) &= \frac{1}{s} \\
e_{rpp} &= \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{1}{s} \cdot \left(\frac{1}{1+C(s)G(s)H(0)} \right) = \frac{1}{1+K_p} \\
K_p &= \lim_{s\to 0} C(s)G(s)H(0) = \lim_{s\to 0} L(s)
\end{aligned}
$$



Error de Velocidad ($R(s)$ = rampa unitaria)

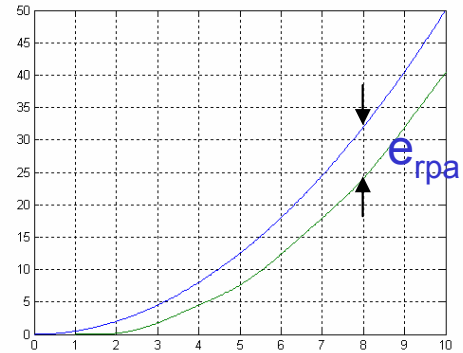
$$
\begin{aligned}
R(s) &= \frac{1}{s^2} \\
e_{rpv} &= \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{1}{s^2} \cdot \left(\frac{1}{1+C(s)G(s)H(0)} \right) = \frac{1}{K_v} \\
K_v &= \lim_{s\to 0} s \cdot C(s)G(s)H(0) = \lim_{s\to 0} s \cdot L(s)
\end{aligned}
$$

Con pendiente 1 horiz=vert, luego e_{pv} se puede medir en segundos



Error de Aceleración ($R(s)$ = parábola unitaria)

$$
\begin{aligned}
R(s) &= \frac{1}{s^3} \\
e_{rpa} &= \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{1}{s^3} \cdot \left(\frac{1}{1+C(s)G(s)H(0)} \right) = \frac{1}{K_a} \\
K_a &= \lim_{s\to 0} s^2 \cdot C(s)G(s)H(0) = \lim_{s\to 0} s^2 \cdot L(s)
\end{aligned}
$$



Tipo de un sistema

Definición

Se define **tipo del sistema** como el grado "*k*" de la señal de prueba para el que el error es constante y no nulo

Cuadro de tipos del sistema para H(s) = H_0

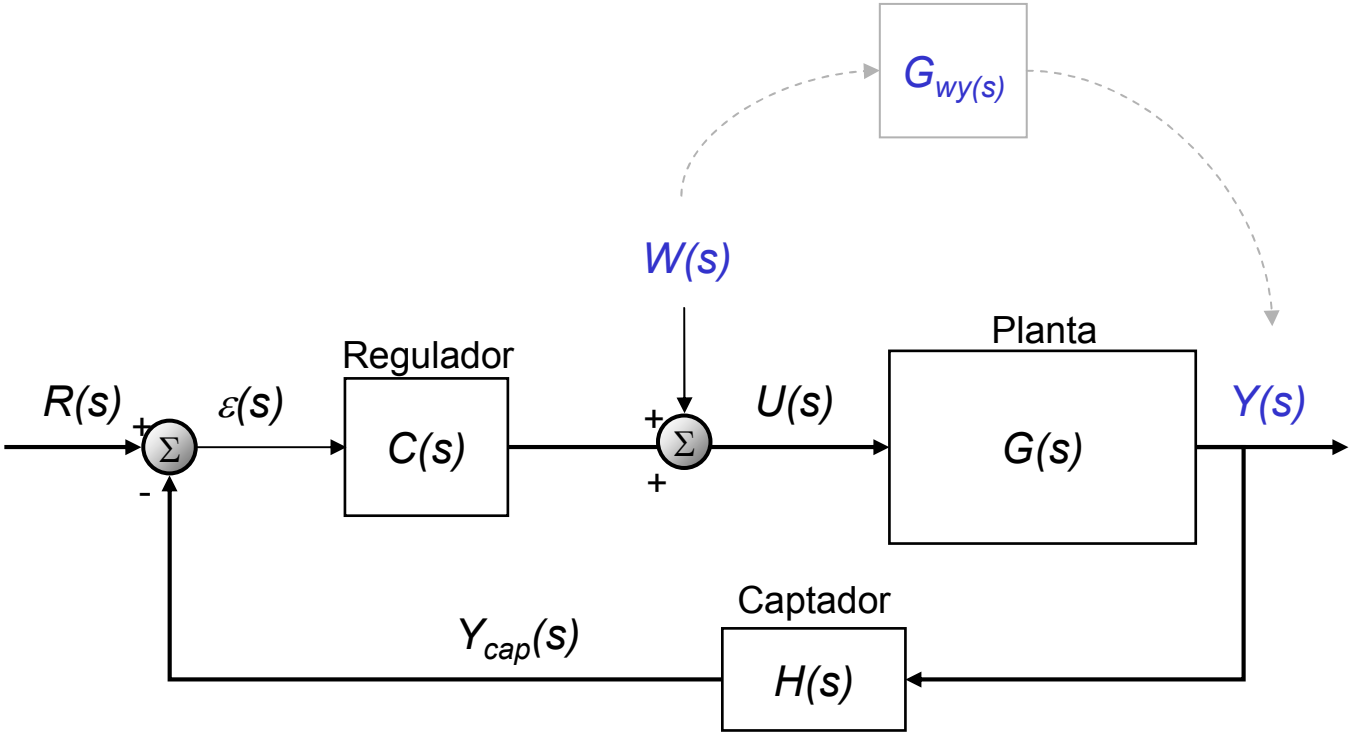
Tipo >>	0	1	2	3
e_{rpp}	$\frac{1}{1+K_p}$	0	0	0
e_{rpv}	∞	$\frac{1}{K_v}$	0	0
e_{rpa}	∞	∞	$\frac{1}{K_a}$	0

- El tipo nos permite describir la capacidad del sistema para seguir entradas polinomiales de orden *k*: escalón (*k=0*), rampa (*k=1*), parábola (*k=2*) con un error acotado.

- La ganancia de un sistema puede variar, sin que el sistema cambie de tipo. Lo único que variará es la constante de error correspondiente.

- El tipo puede definirse también con respecto a las perturbaciones

Tipo de un sistema frente a perturbaciones



- El tipo del sistema frente a la perturbación describe la capacidad del sistema de rechazar una perturbación polinómica de grado "k"
- Dependerá del punto en el que se produzca la perturbación
- Típicamente, depende del número de integradores en la cadena de realimentación (tramo del bucle excluyendo la cadena directa)

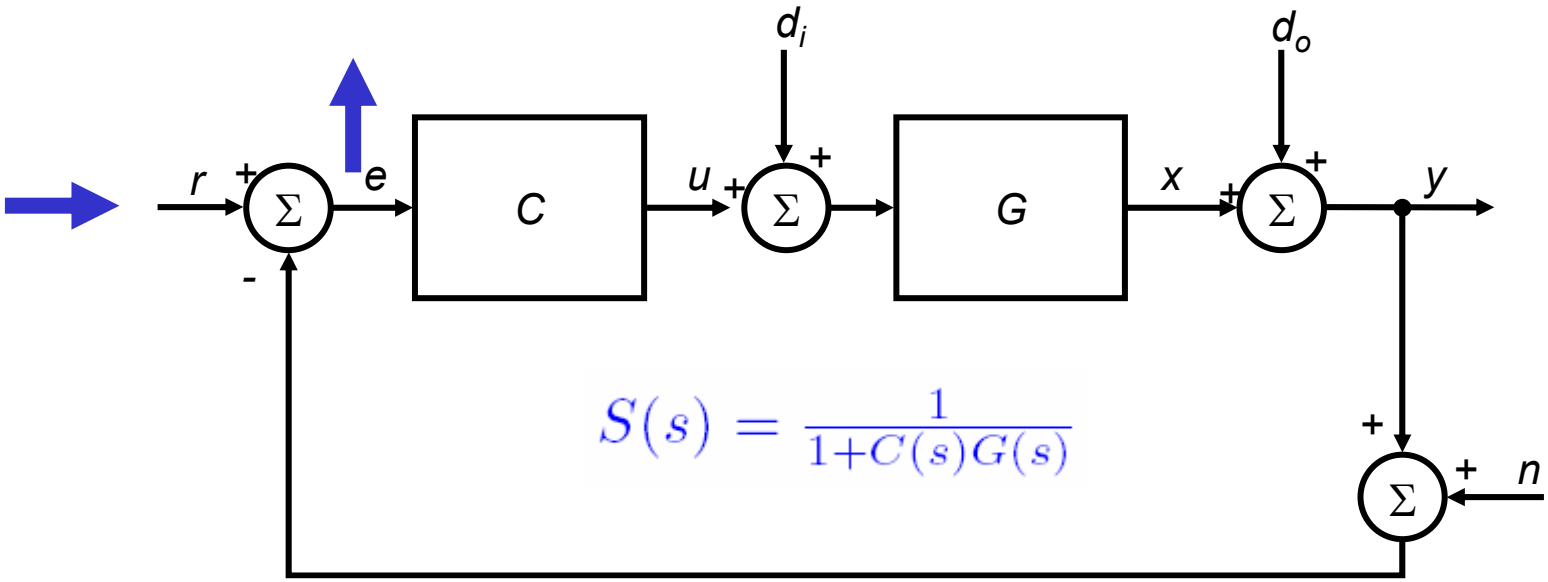
Error ante la perturbación ($Y_{deseada}$ = 0):

$$E(s) = \lim_{s \to 0} s\, Y(s)|_{r=0} = \lim_{s \to 0} sW(s)G_{wy}(s)$$

El **tipo del sistema frente a la perturbación w(t)** será, como antes, el grado "*k*" de la señal de perturbación para el que el error es constante y no nulo

Errores y funciones de Sensibilidad

Error frente a la referencia



$$e_{rp} = \lim_{s \to 0} s \cdot r(s) \cdot S(s)$$ *Error en régimen permanente (gral)*

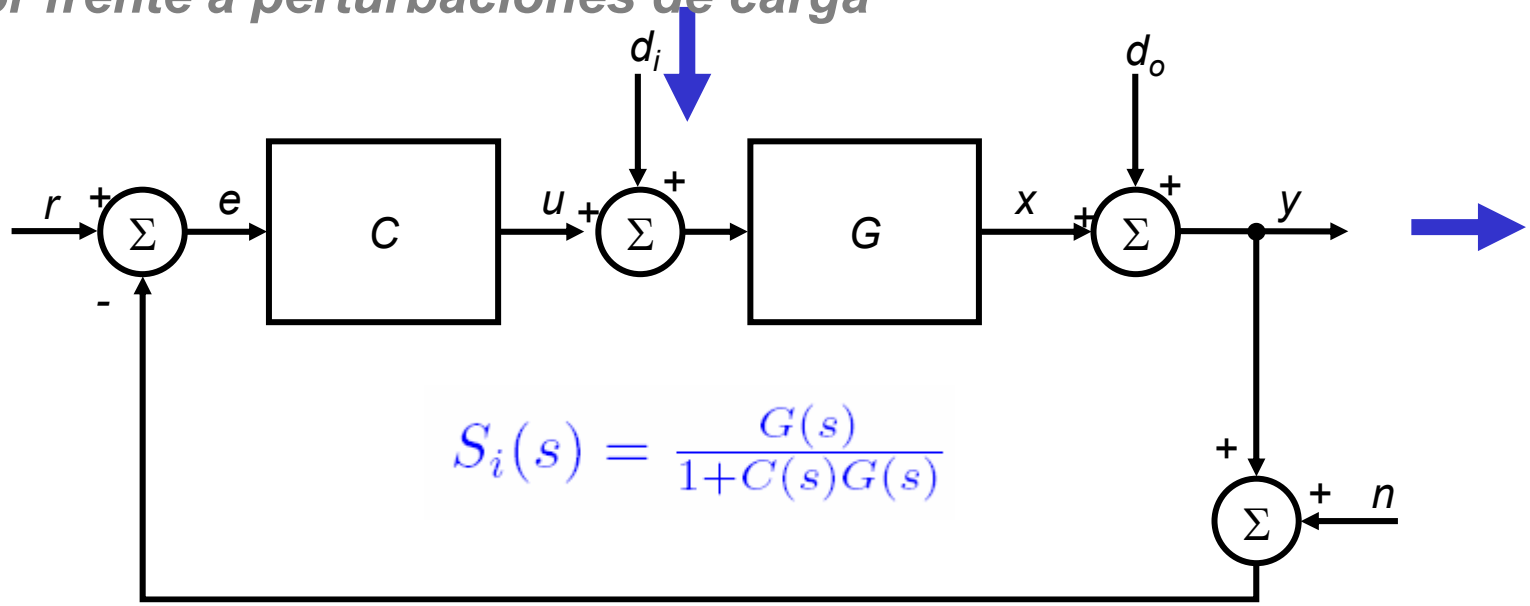
$$e_{rpp} = \lim_{s \to 0} s \cdot \frac{1}{s} \cdot S(s) = S(0)$$ *Error para referencias tipo escalón*

$$e_{rpv} = \lim_{s \to 0} s \cdot \frac{1}{s^2} \cdot S(s) = \lim_{s \to 0} \cdot \frac{1}{s} \cdot S(s)$$ *Error para referencias tipo rampa*

$$e_{\omega} = |e(j\omega)| = |S(j\omega)e^{j\omega t}| = |S(j\omega)|$$ *Error para referencias frecuencia w*

Errores y funciones de Sensibilidad

Error frente a perturbaciones de carga



$$E(s) = d_i(s)S_i(s)$$

$$e_{rpp} = S_i(0)$$

Error de posición

$$e_{rpv} = \lim_{s \to 0} \cdot \frac{1}{s} \cdot S_i(s)$$

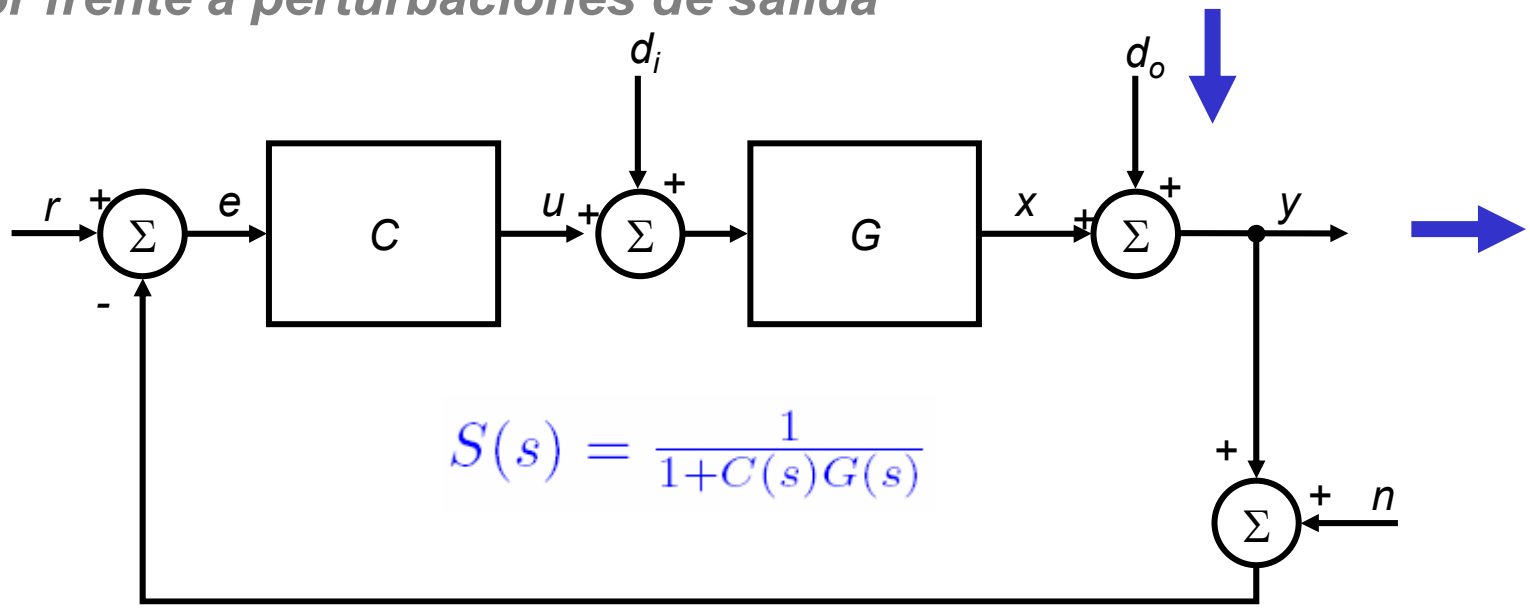
Error a la rampa

$$e_{\omega} = |S_i(j\omega)|$$

Error en frecuencia

Errores y funciones de Sensibilidad

Error frente a perturbaciones de salida



$$E(s) = d_o(s)S(s)$$

$$e_{rpp} = S(0)$$

Error de posición

$$e_{rpv} = \lim_{s \to 0} \cdot \frac{1}{s} \cdot S(s)$$

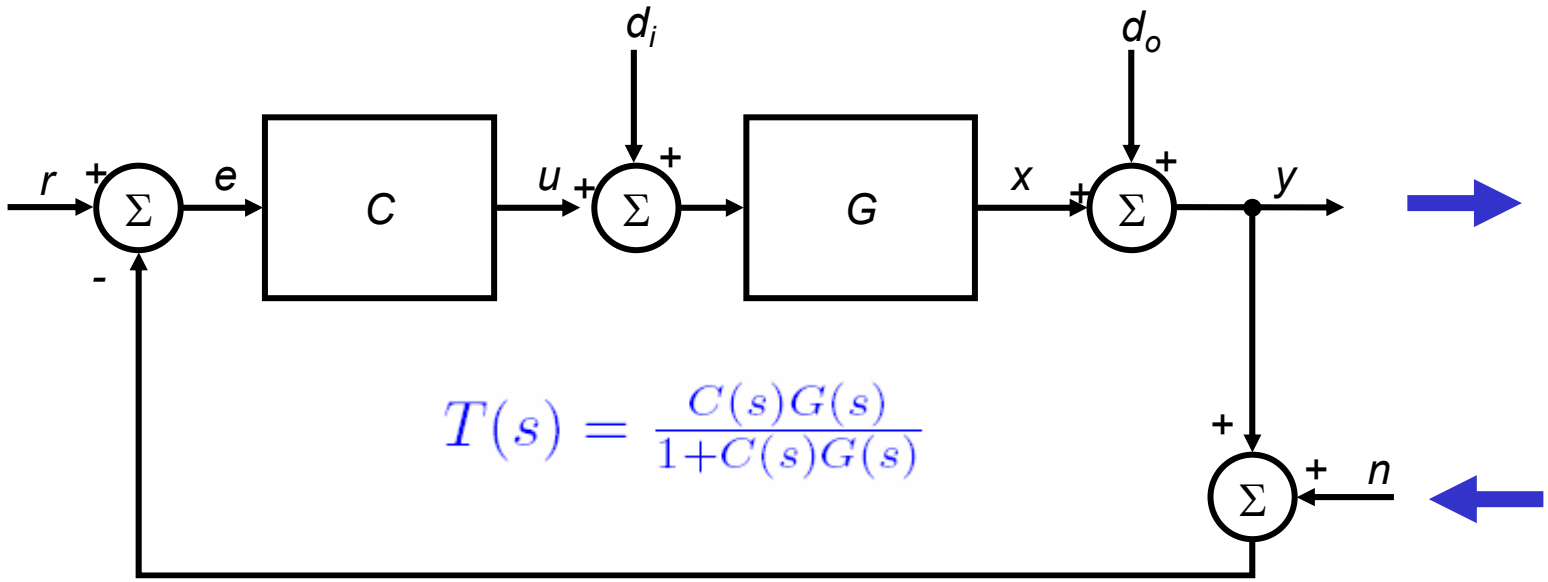
Error a la rampa

$$e_{\omega} = |S(j\omega)|$$

Error en frecuencia

Errores y funciones de Sensibilidad

Error frente a perturbaciones del sensor



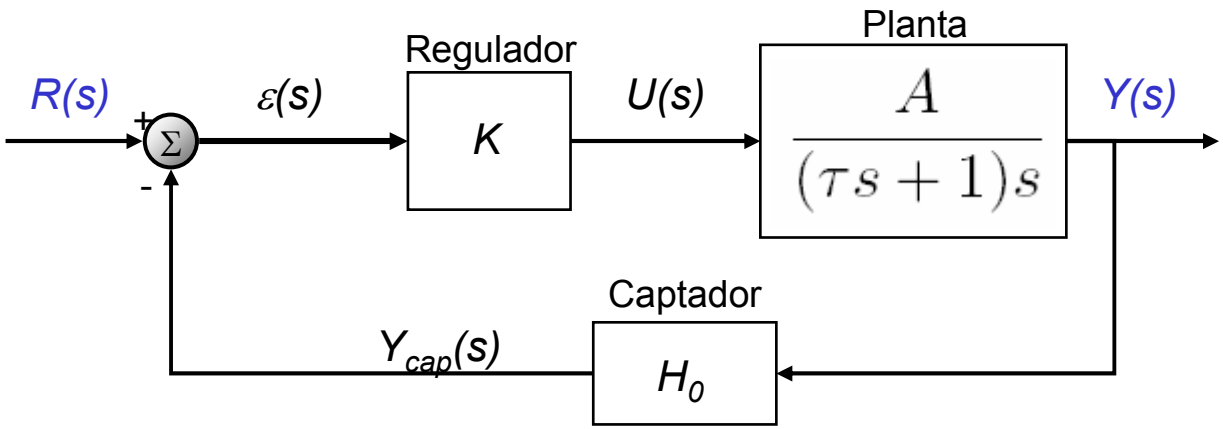
$$e_{rpp} = T(0)$$

Error de posición

$$e_{\omega} = |T(j\omega)|$$

Error en frecuencia

Ejemplo



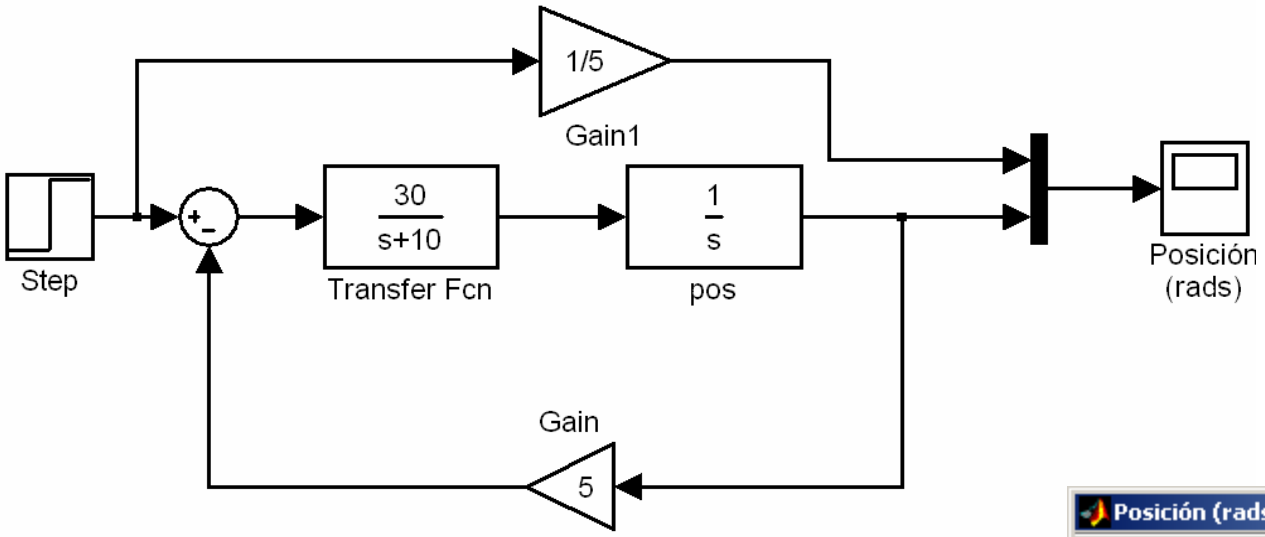
$$K_p = \lim_{s\to 0} K \cdot \frac{A}{(\tau s+1)s} \cdot H_0 = \infty$$

$$K_v = \lim_{s\to 0} s \cdot K \frac{A}{(\tau s+1)s} \cdot H_0 = KAH_0$$

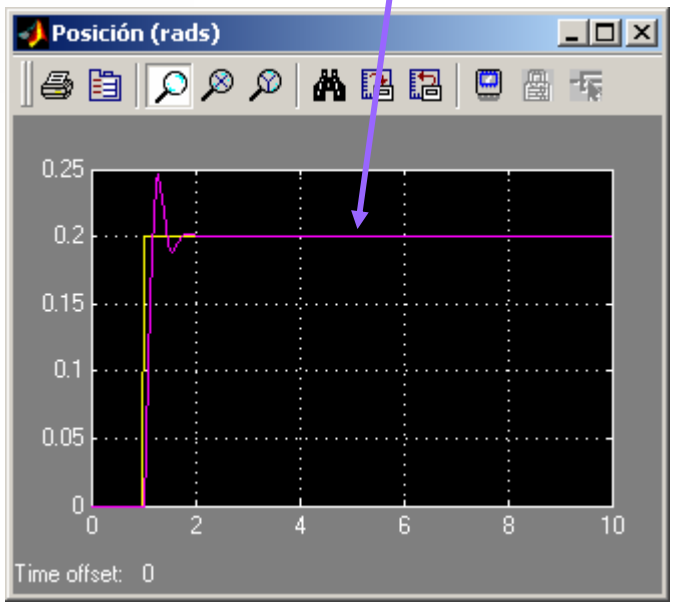
$$\longrightarrow \quad e_{rpv} = \frac{1}{K_v} = \frac{1}{KAH_0} \quad \longrightarrow$$ Sistema de Tipo 1

- El sistema sigue con error cero referencias de tipo escalón (en ausencia de perturbaciones)
- El sistema comete un error constante para referencias tipo rampa
- Sin embargo, el sistema es tipo 0 frente a perturbaciones de carga pues comete error ante perturbaciones de tipo escalón a la entrada del proceso.

Ejemplo: Respuesta al escalón



Error de posición nulo en reg. perm.



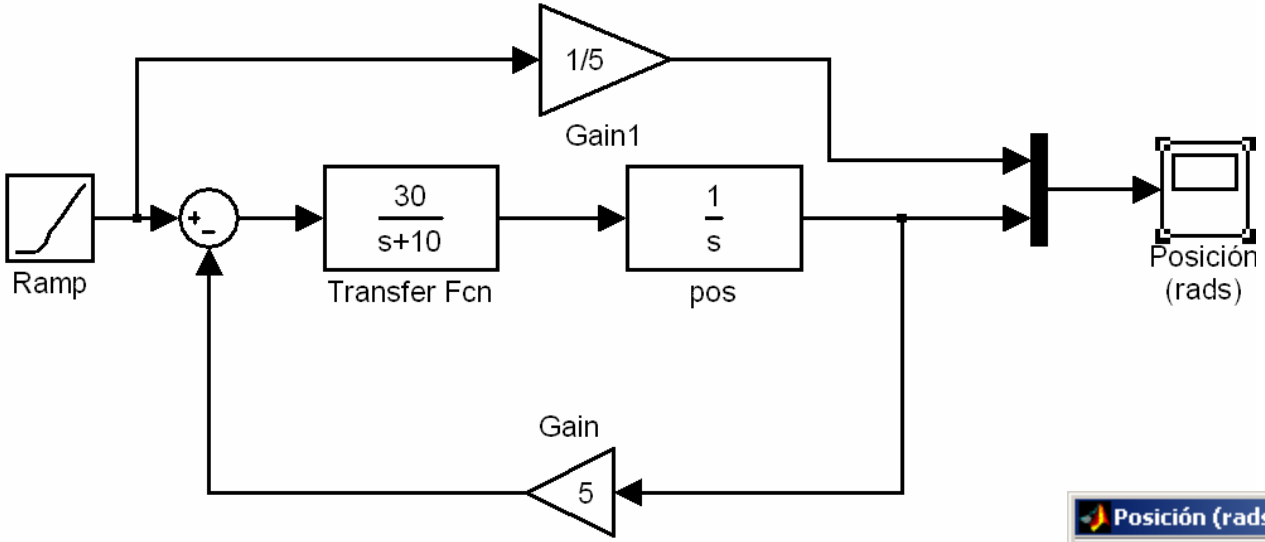
Parámetros:

A = 3,

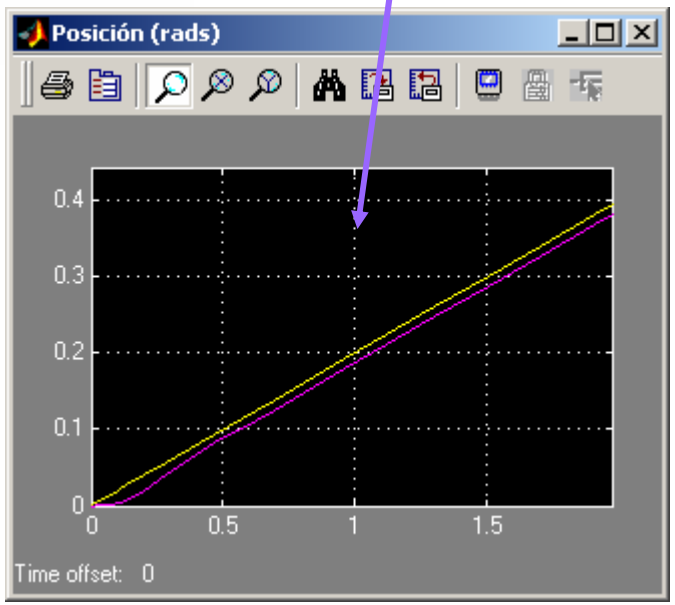
K = 1

$H(s) = H_0 = 5$

Ejemplo: Respuesta a la rampa



Error de velocidad constante en reg. permanente



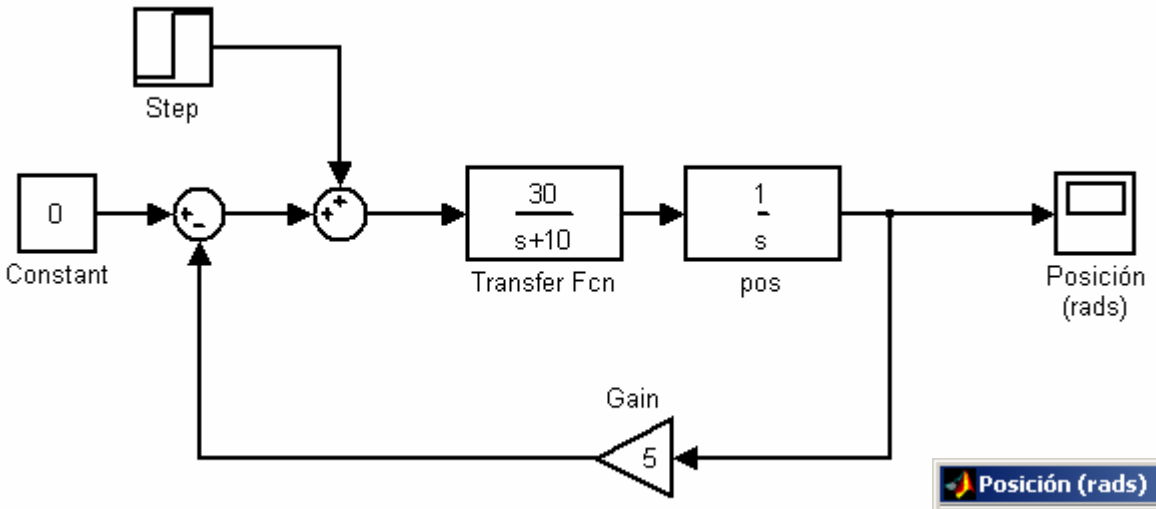
Parámetros:

A = 3,

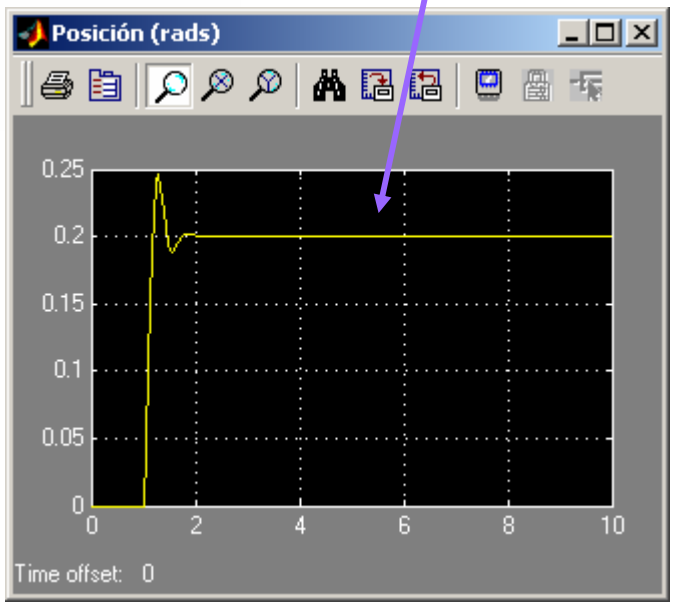
K = 1

$H(s) = H_0 = 5$

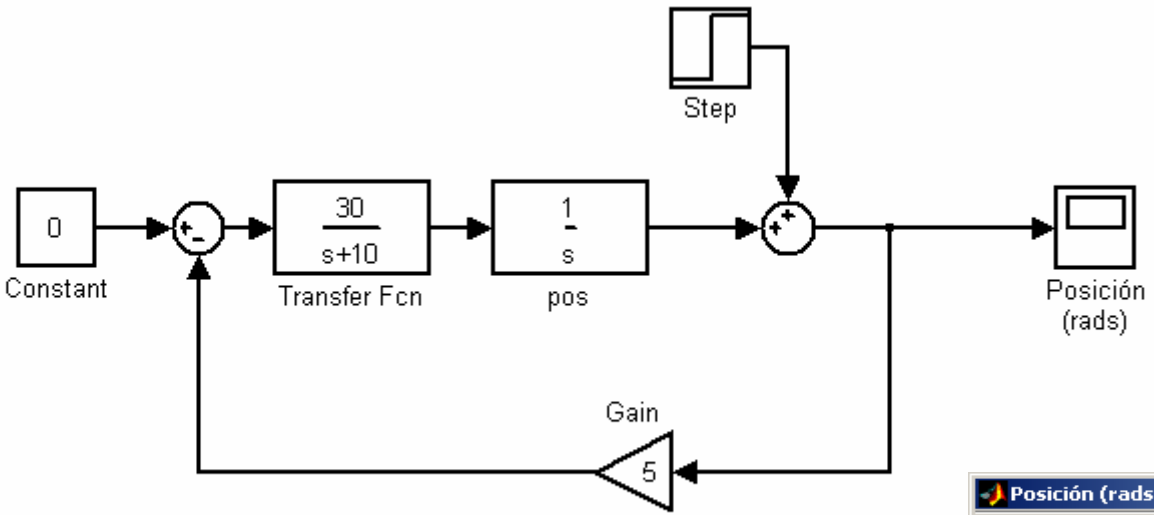
Ejemplo: Perturbación_1 escalón



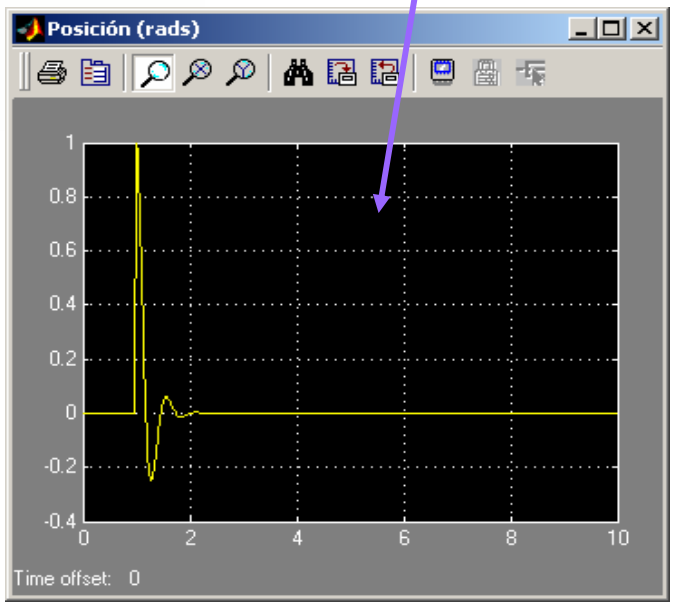
Tipo 0



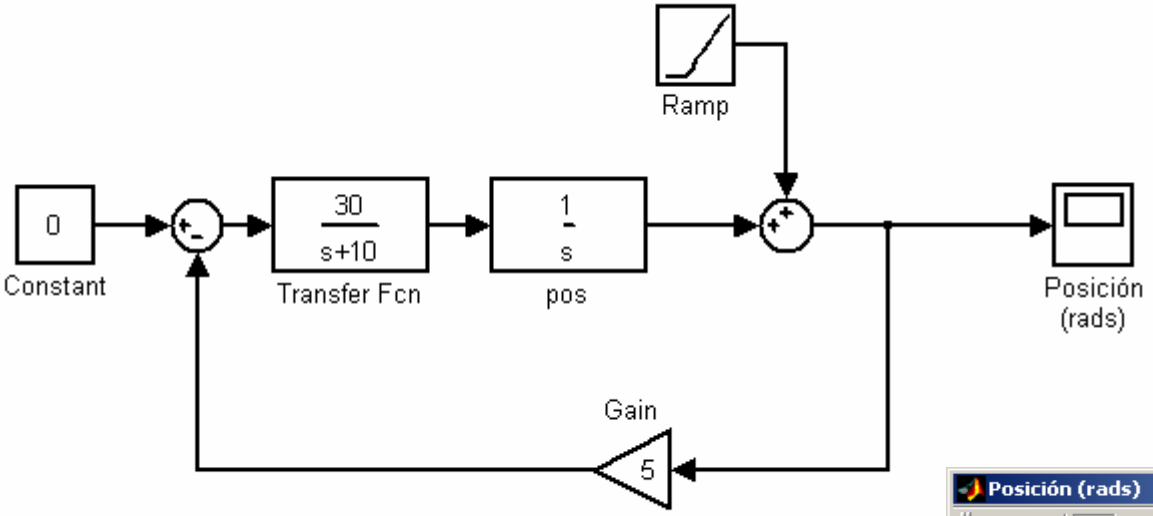
Ejemplo: Perturbación_2 escalón



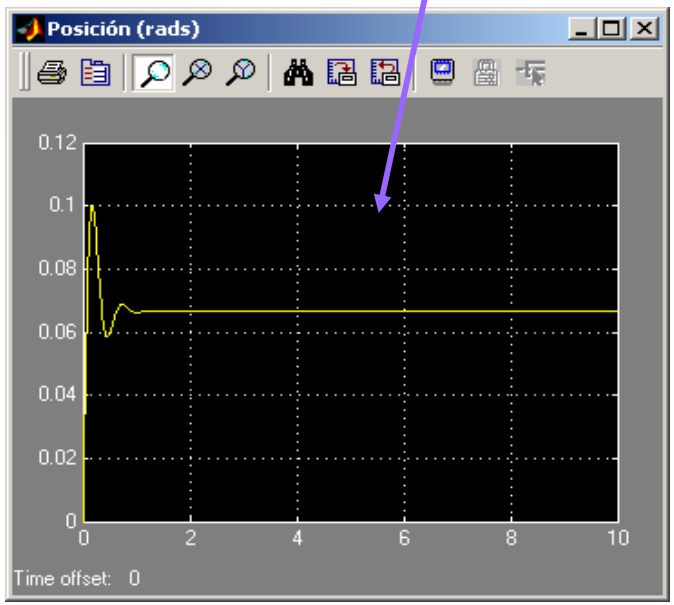
En este punto, es capaz de anular la perturbación en régimen permanente



Ejemplo: Perturbación_2 rampa

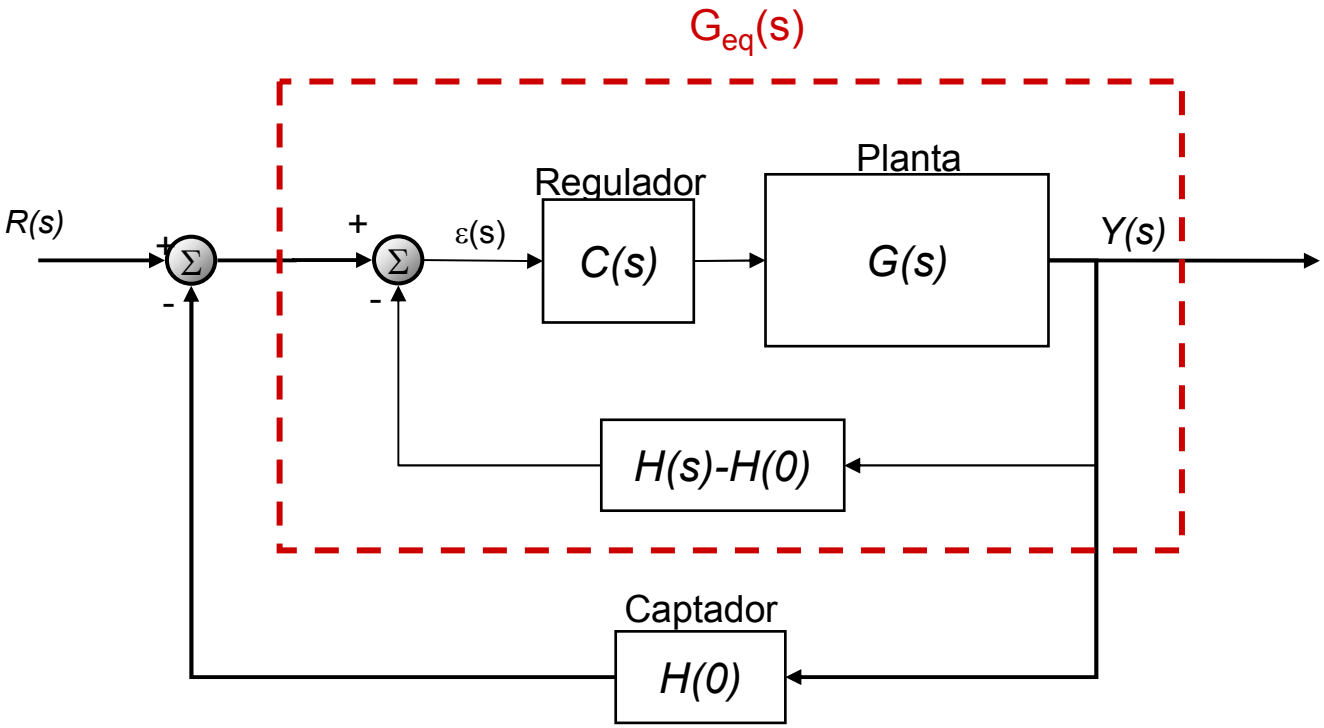


Error de velocidad cte. >> Tipo 1



Error en Régimen Permanente

Captador no instantáneo



$$e_{rpp} = \lim_{s\to 0} \frac{1}{1+H_0G_{eq}(s)} = \frac{1}{1+K_p}$$

$$e_{rpv} = \lim_{s\to 0} \frac{1}{sH_0G_{eq}(s)} = \frac{1}{K_v}$$

$$e_{rpa} = \lim_{s\to 0} \frac{1}{s^2H_0G_{eq}(s)} = \frac{1}{K_a}$$

donde,

$$K_p = \lim_{s\to 0} H_0G_{eq}(s)$$

$$K_v = \lim_{s\to 0} sH_0G_{eq}(s)$$

$$K_a = \lim_{s\to 0} s^2H_0G_{eq}(s)$$