Sistemas Automáticos

Tema 6
Diseño de Reguladores mediante LR

Contenido

•

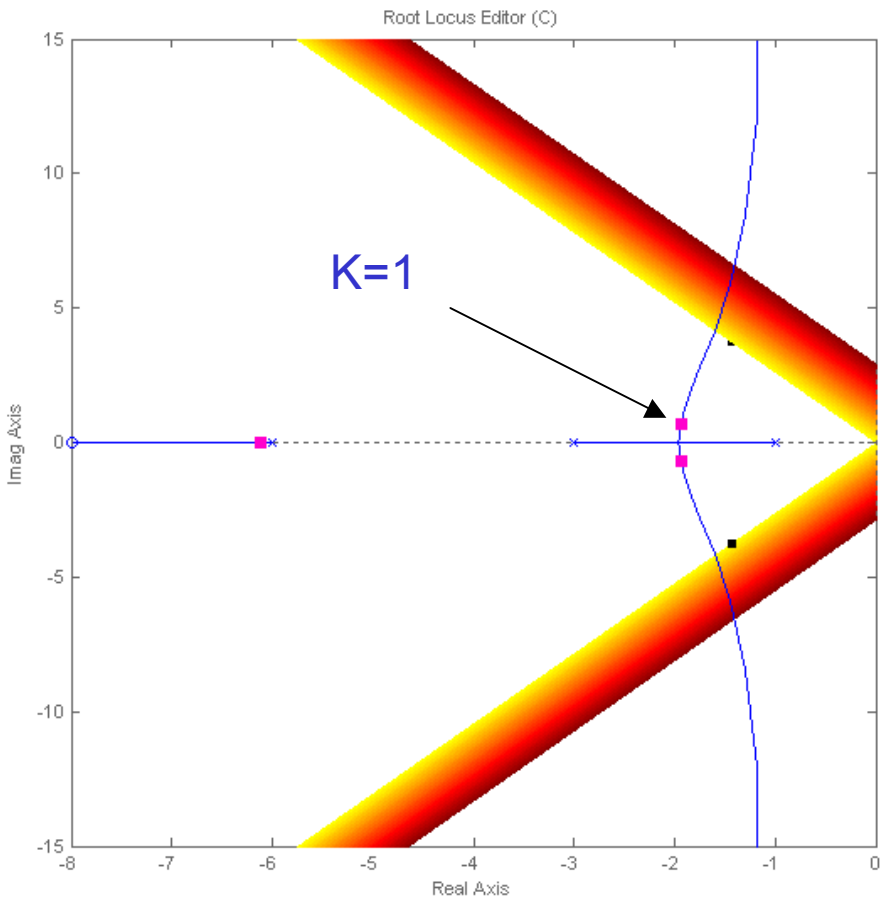
Selección de la Ganancia K

Diseñar para:
M_p<30%
e_p < 15%

$$G(s) = \frac{s+8}{(s+3)(s+1))}$$

$$H(s) = \frac{1}{s+6}$$

$$G(s)H(s) = \frac{s+8}{(s+6)(s+3)(s+1))}$$



Selección de la Ganancia K

Diseñar para:
M_p<30%
e_p < 15%

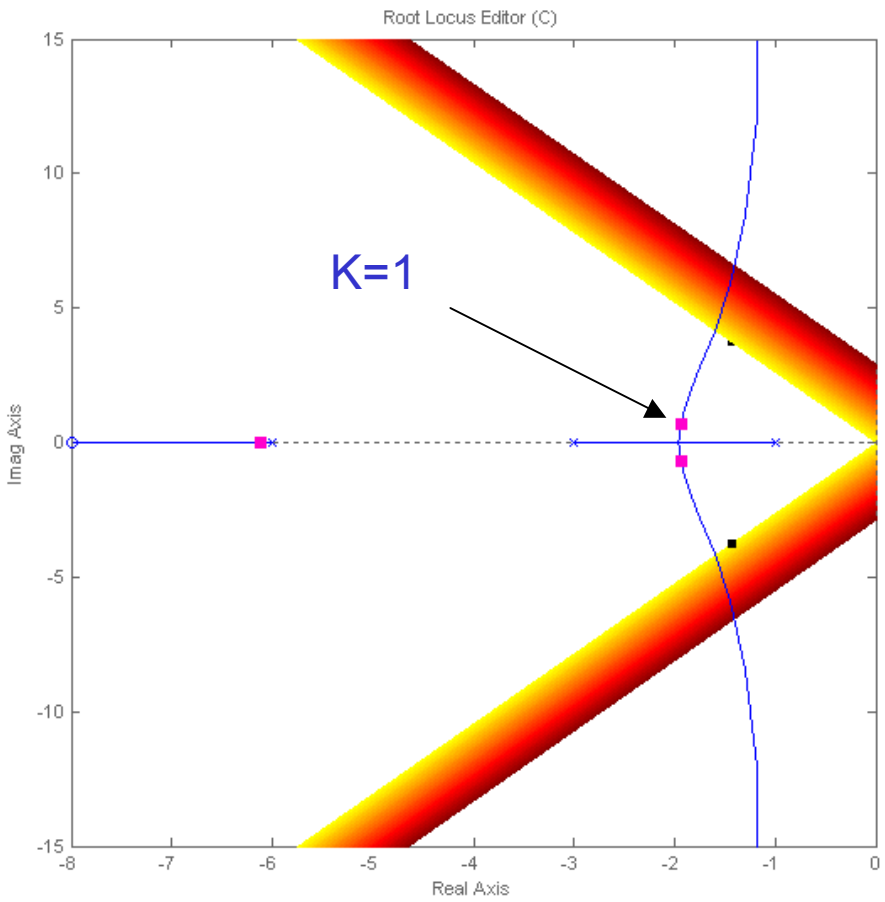
$$G(s) = \frac{s+8}{(s+3)(s+1))}$$

$$H(s) = \frac{1}{s+6}$$

$$e_{rpp} = \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{1+R(s)G(s)H_0} = \frac{1}{1+K_p}$$

$$K_p = \lim_{s\to 0} R(s)G(s)H_0$$

K_p = 0.44
e_{rpp} = 69.2% >> 15 % ¡ no sirve !



Selección de la Ganancia K

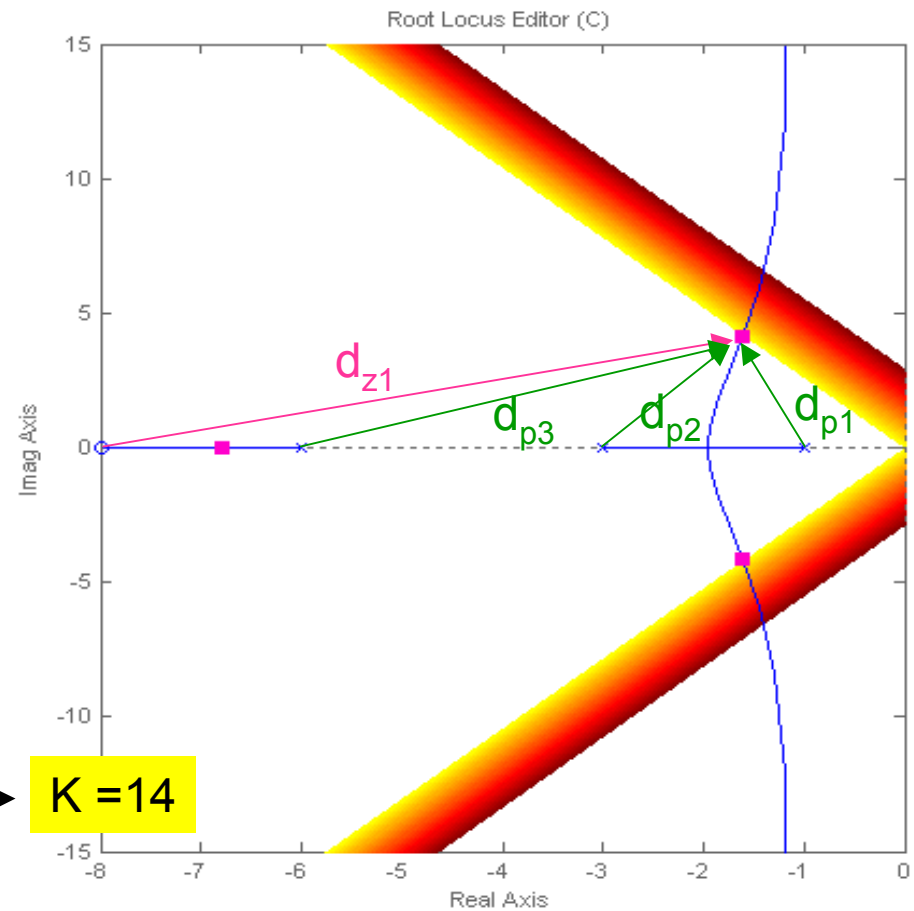
Diseñar para:
M_p<30%
e_p < 15%

$$G(s) = \frac{s+8}{(s+3)(s+1))}$$

$$H(s) = \frac{1}{s+6}$$

Para obtener el error más bajo posible, buscamos el K más alto que nos permita conseguir las especificaciones en régimen permanente.

Aplicamos crit. del Módulo: $K = \frac{\prod_{i=1}^{n} d_{p_i}}{\prod_{j=1}^{m} d_{z_j}}$ → K =14



Selección de la Ganancia K

Diseñar para:
M_p<30%
e_p < 15%

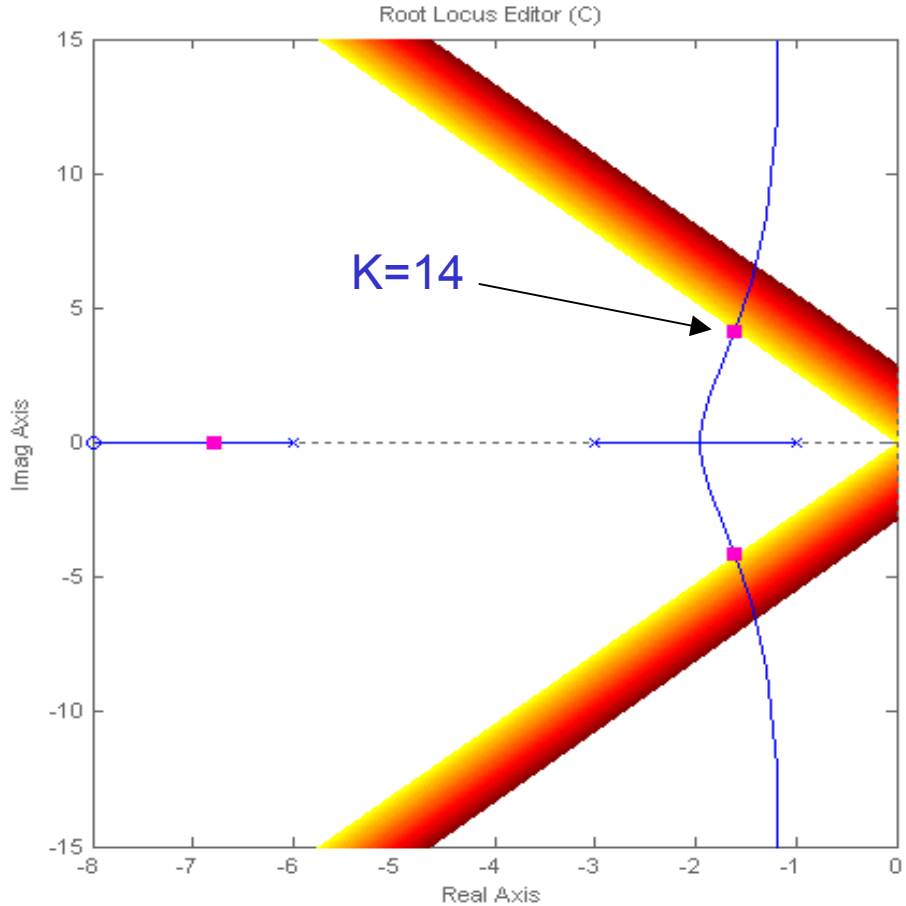
$$G(s) = \frac{s+8}{(s+3)(s+1))}$$

$$H(s) = \frac{1}{s+6}$$

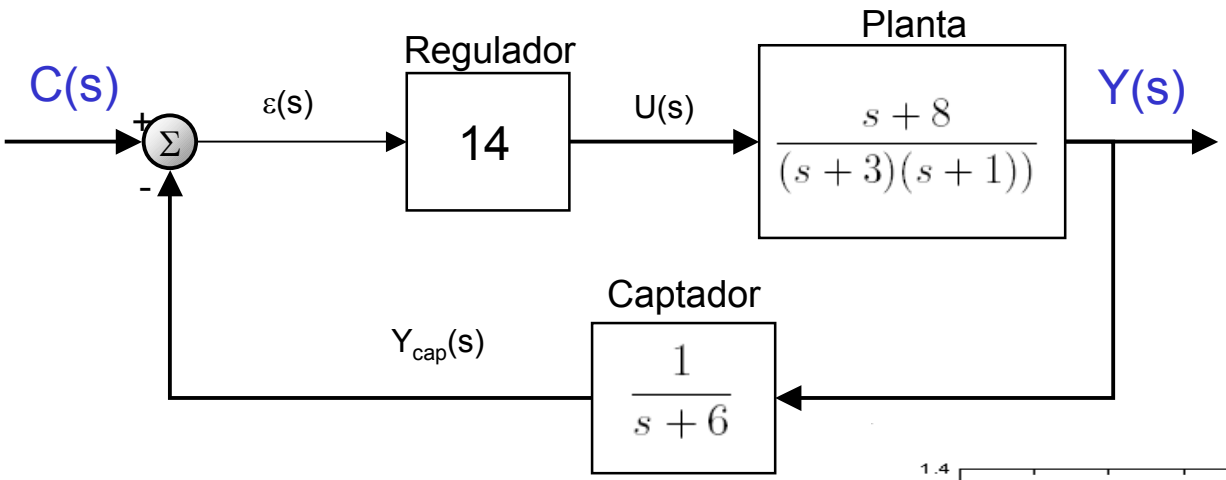
$$e_{rpp} = \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{1+R(s)G(s)H_0} = \frac{1}{1+K_p}$$

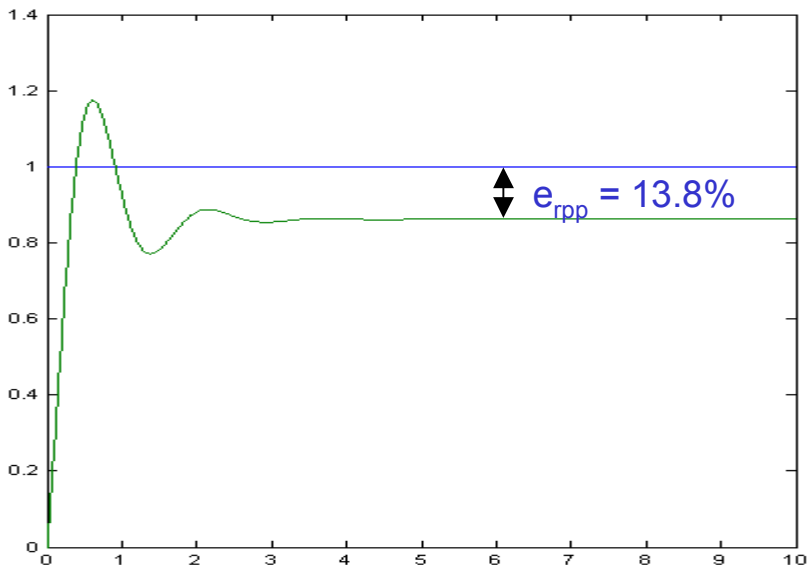
$$K_p = \lim_{s\to 0} R(s)G(s)H_0$$

K_p = 6.22
e_{rpp} = 13.85% < 15 % ¡¡ Nos vale !!



Selección de la Ganancia K





Selección de la Ganancia K

En este caso, pudimos verificar M_p y e_{rpp}
y, por tanto **<u>la acción P es suficiente</u>**

Si no podemos alcanzar la posición de los polos → modificar el LR → **Regulador PD**

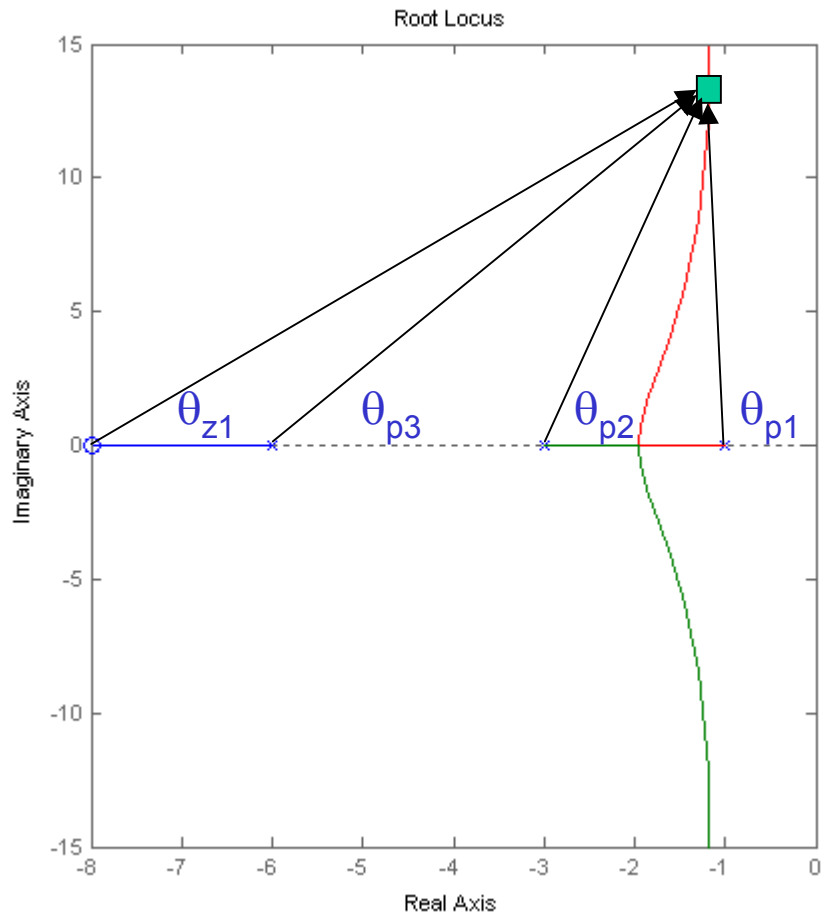
Si conseguimos la posición de los polos pero no conseguimos e_{rpp} → T.q. incrementar el tipo o al menos la Kp → **Regulador PI**

Efecto de ceros adicionales en el LR

El efecto de un cero adicional en el LR

El punto verde del LR verifica crit. arg:

$(\theta_{p3} + \theta_{p3} + \theta_{p3}) - \theta_{z1} = 180º$



Efecto de polos y ceros adicionales en el LR

El efecto de un cero adicional en el LR

Pero el punto rojo no…

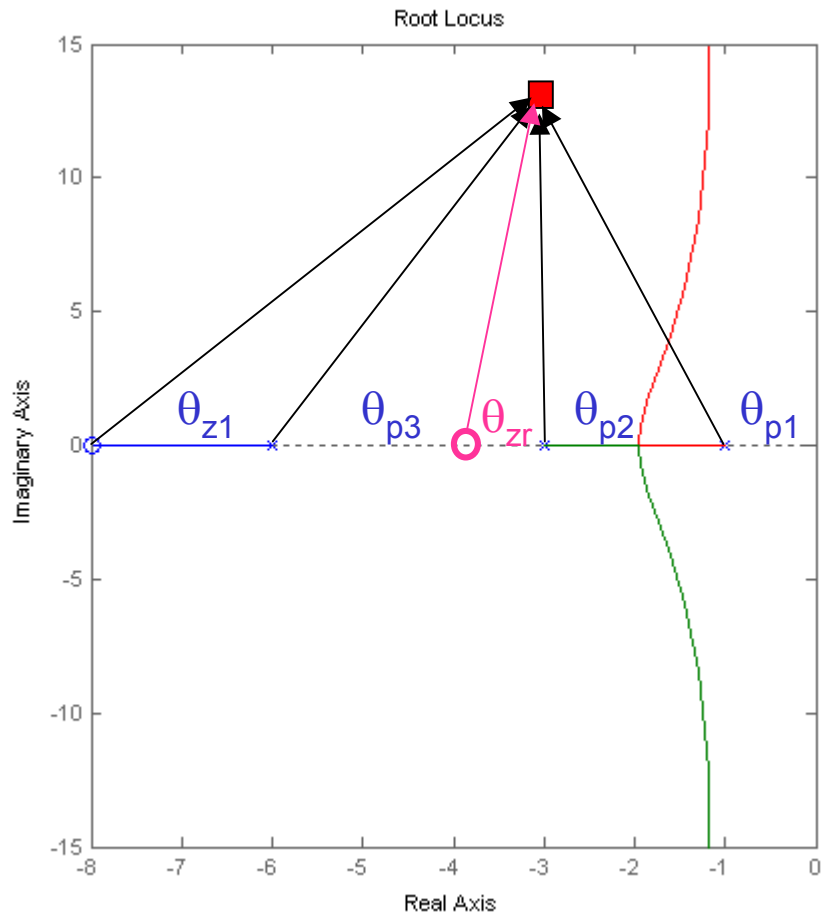
$(\theta_{p3} + \theta_{p3} + \theta_{p3}) - \theta_{z1}$ >>180º

No es posible alcazar esa raíz modificando solamente K

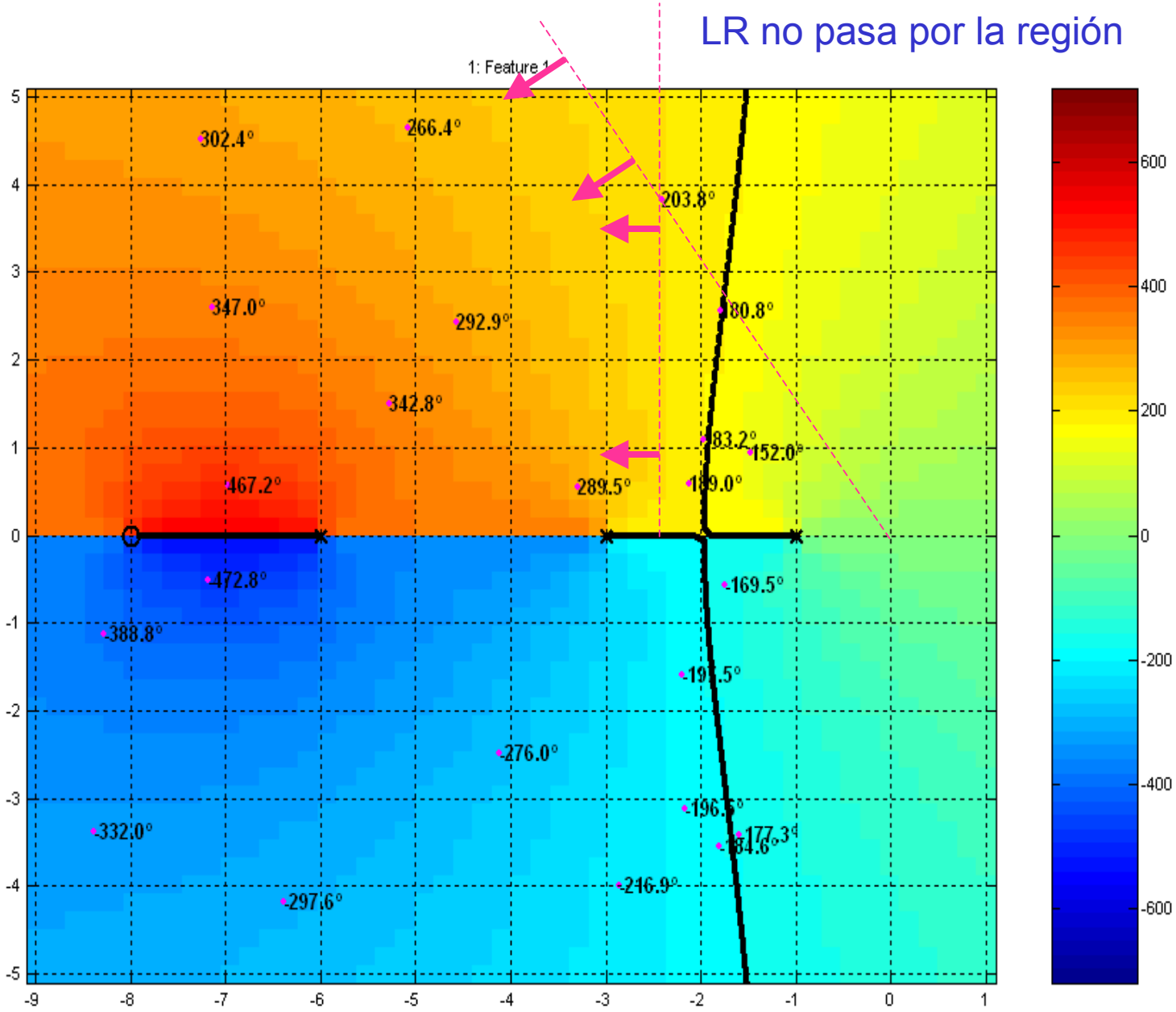
Pero sí se puede añadiendo un cero en el regulador

$(\theta_{p3} + \theta_{p3} + \theta_{p3}) - \theta_{z1} - \theta_{zr}$ =180º

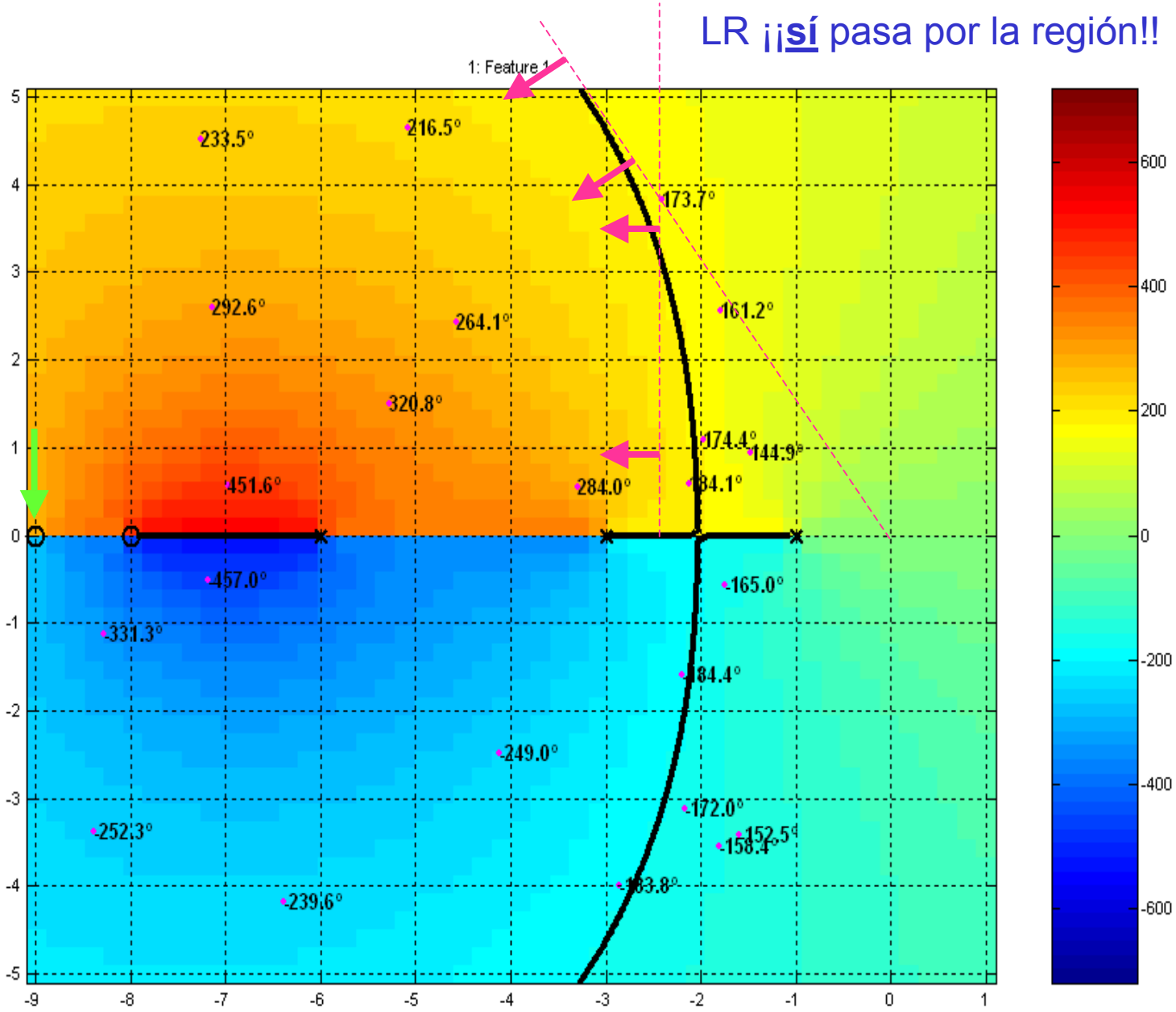
El elemento θ_{zr} permite "restar" el ángulo que sobre para regresar 180º



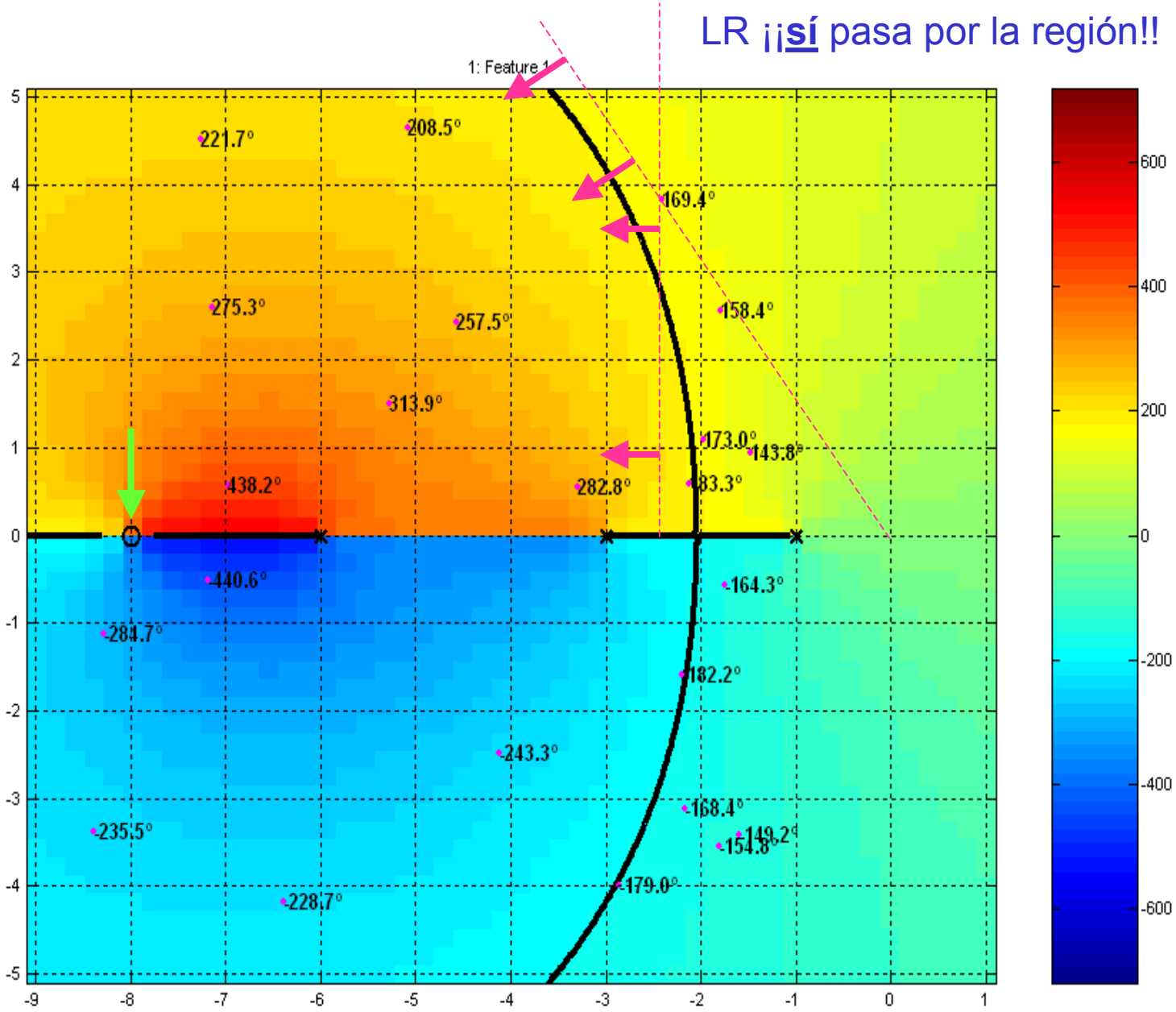
LR no pasa por la región



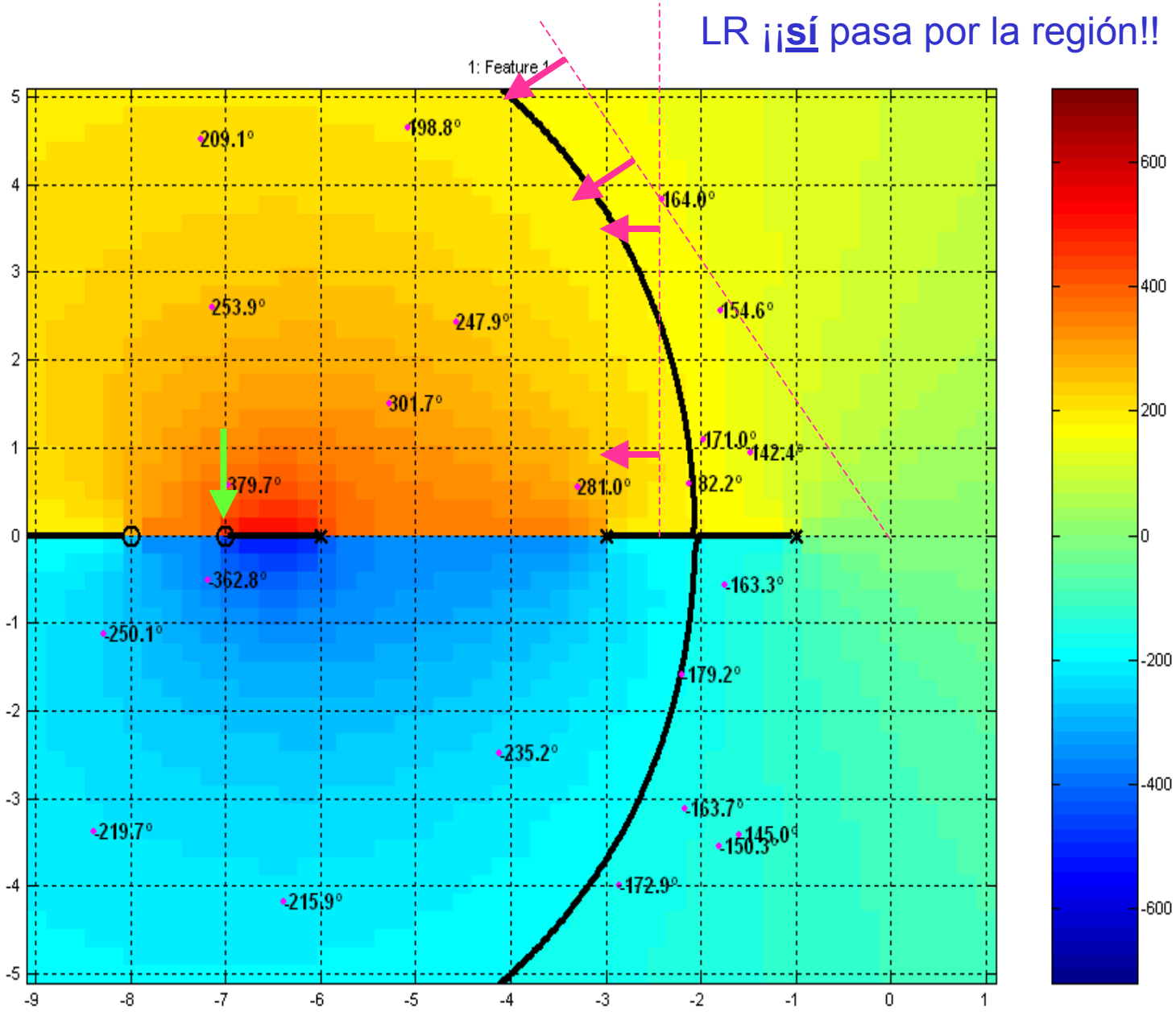
LR ¡¡**sí** pasa por la región!!



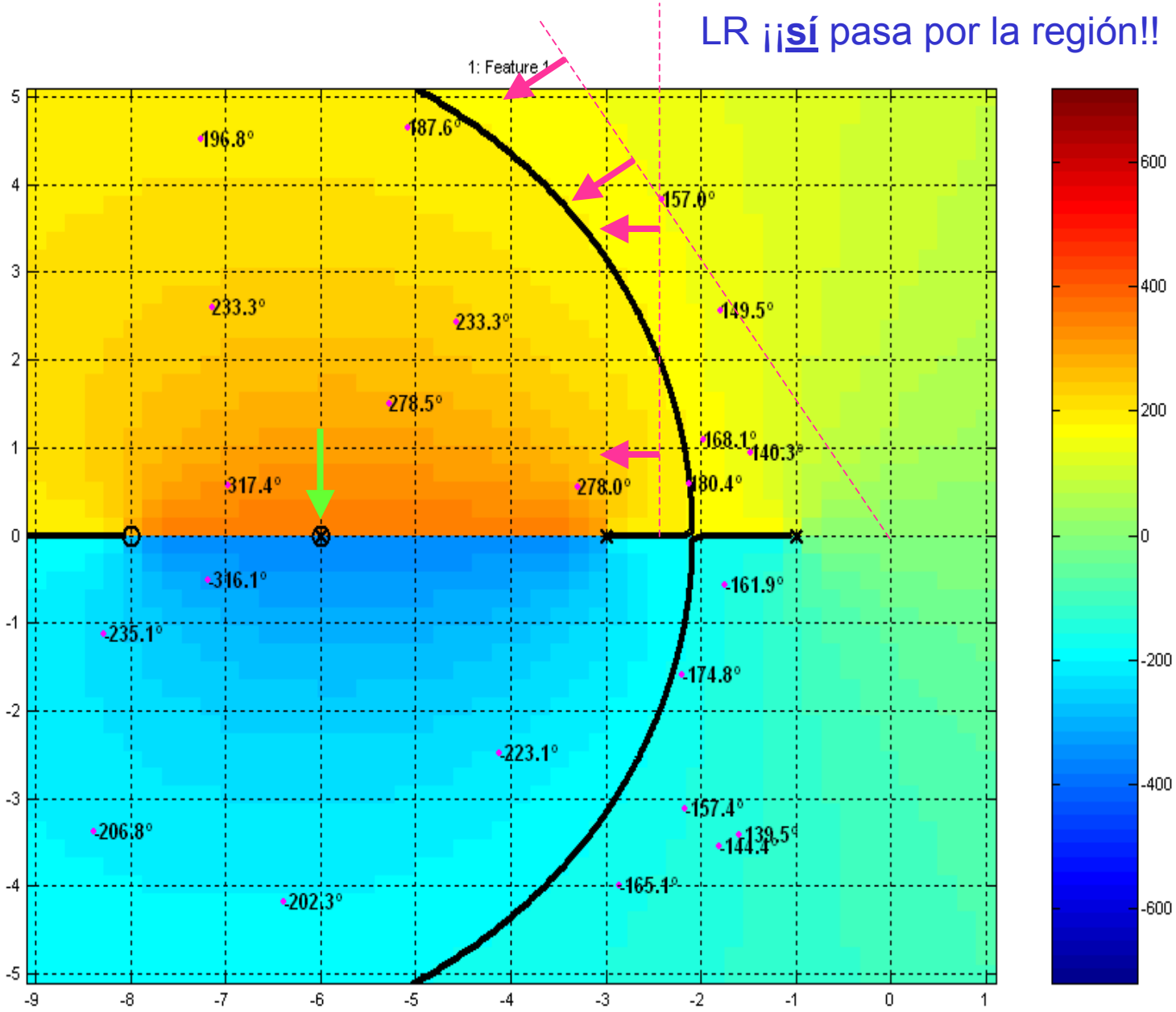
LR ¡¡**sí** pasa por la región!!



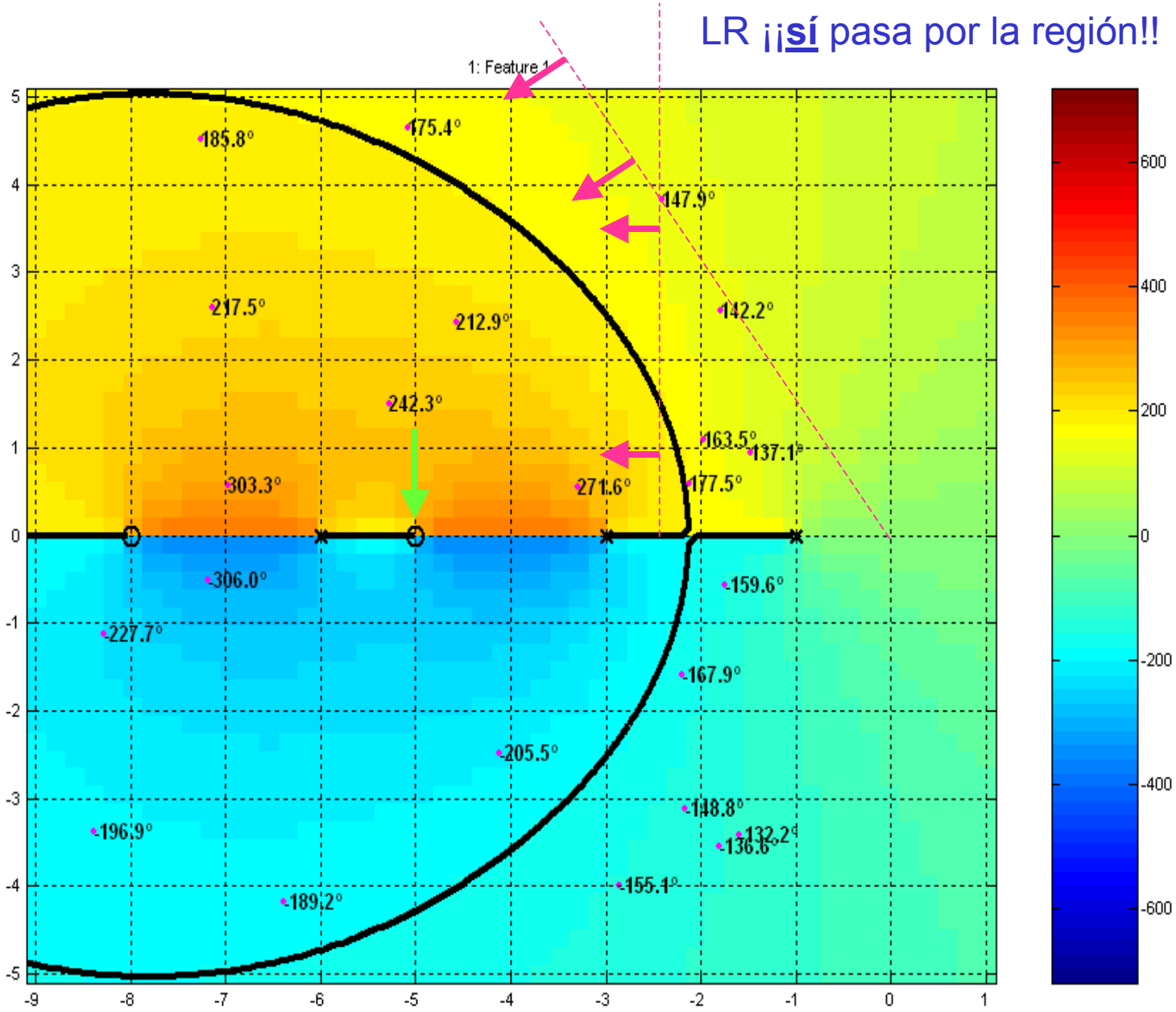
LR ¡¡**sí** pasa por la región!!



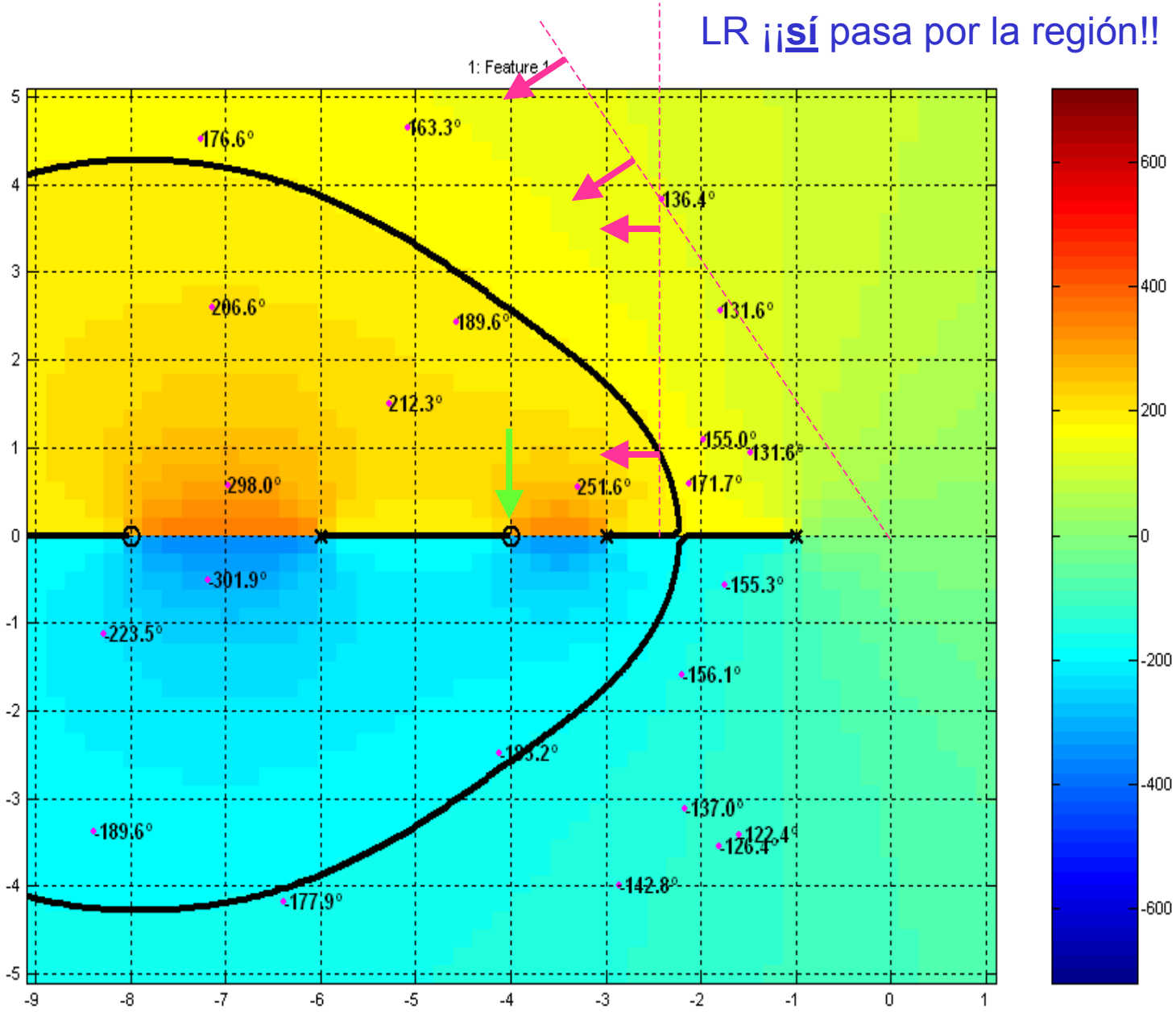
LR ¡¡**sí** pasa por la región!!



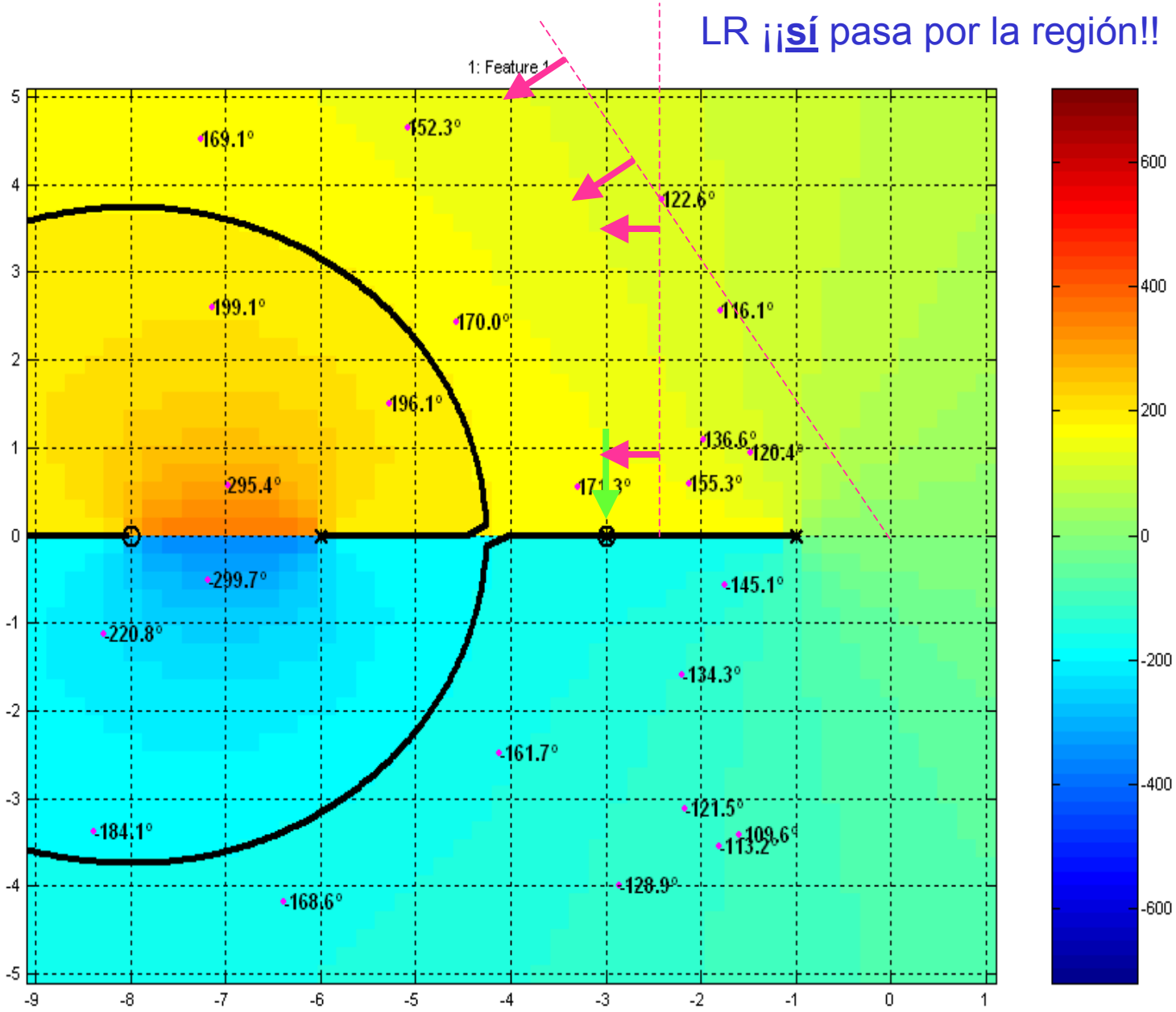
LR ¡¡**sí** pasa por la región!!



LR ¡¡**sí** pasa por la región!!



LR ¡¡**sí** pasa por la región!!



Diseño de reguladores PD

1 Hallar el ángulo θ_{zr} con el eje real que debe tener el cero para que el polo deseado cumpla el crit. argumento:

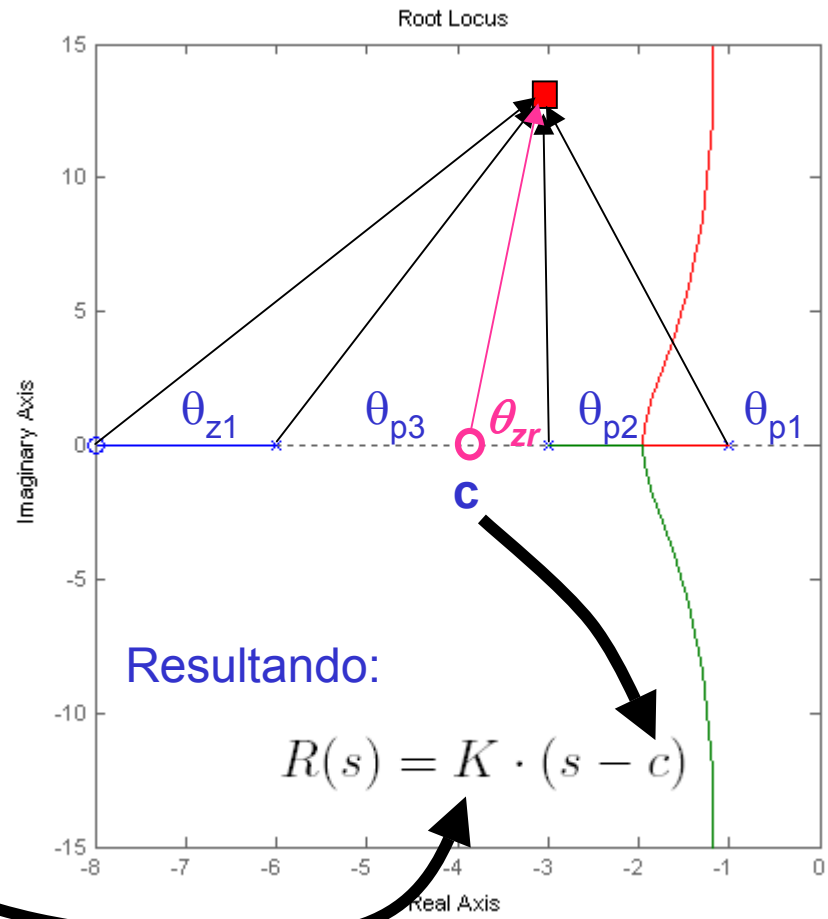
$$(\theta_{p3} + \theta_{p3} + \theta_{p3}) - \theta_{z1} = \text{ANG} >> 180^{o}$$

$$\text{ANG} - \theta_{zr} = 180^{o} \longrightarrow \theta_{zr}$$

2 Hallar la posición del cero trazando una línea desde el polo deseado formando un ángulo θ_{zr} con el eje real

3 Se calcula el valor de K para el polo deseado aplicando el crit. del argumento

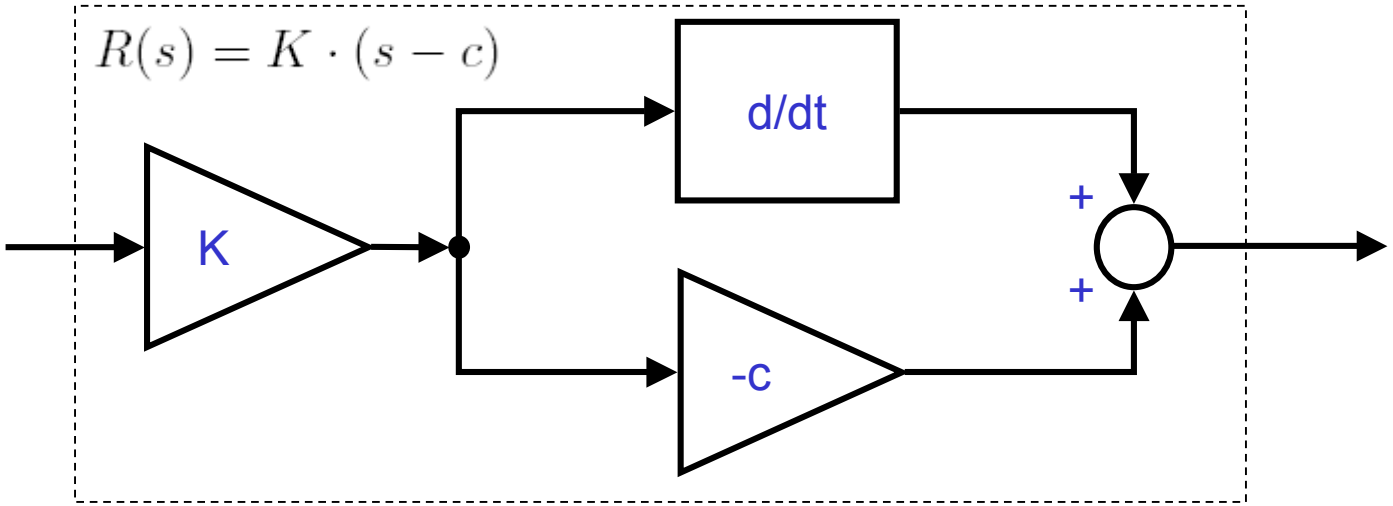
$$K = \frac{d_{p1}.d_{p2}.d_{p3}}{d_{z1}.d_c}$$



Resultando:

$$R(s) = K \cdot (s - c)$$

Diseño de reguladores PD



Problemas:

- No es realizable
- Amplificaría enormemente ruido de alta frecuencia

Diseño de reguladores PD

$$R(s) = K \cdot \frac{s-c}{s-p}, \qquad |p| >> |c|$$

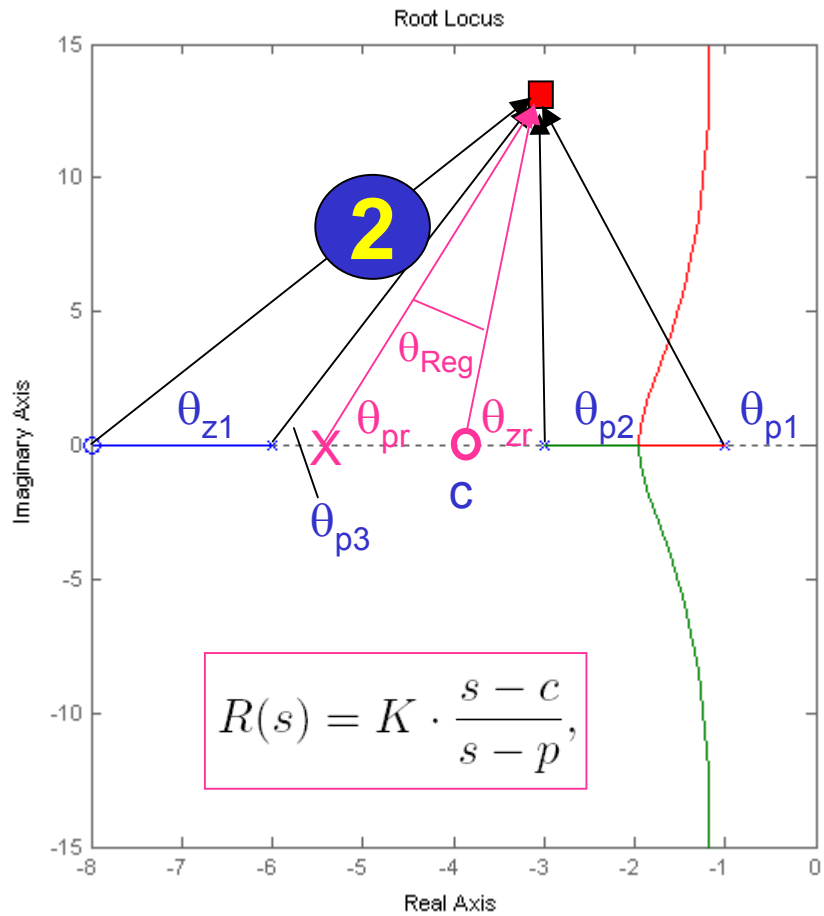
1 Hallar el ángulo **ANG** con el eje real que debe tener el cero para que el polo deseado cumpla el crit. argumento:

$(\theta_{p3} + \theta_{p3} + \theta_{p3}) - \theta_{z1}$ = ANG >>180º

ANG $-(\theta_{zr} - \theta_{pr})$=180º → θ_{zr} , θ_{pr}

3 Se calcula el valor de K para el polo deseado aplicando el crit. del argumento

$$K = \frac{d_{p1}.d_{p2}.d_{p3}.d_p}{d_{z1}.d_c}$$



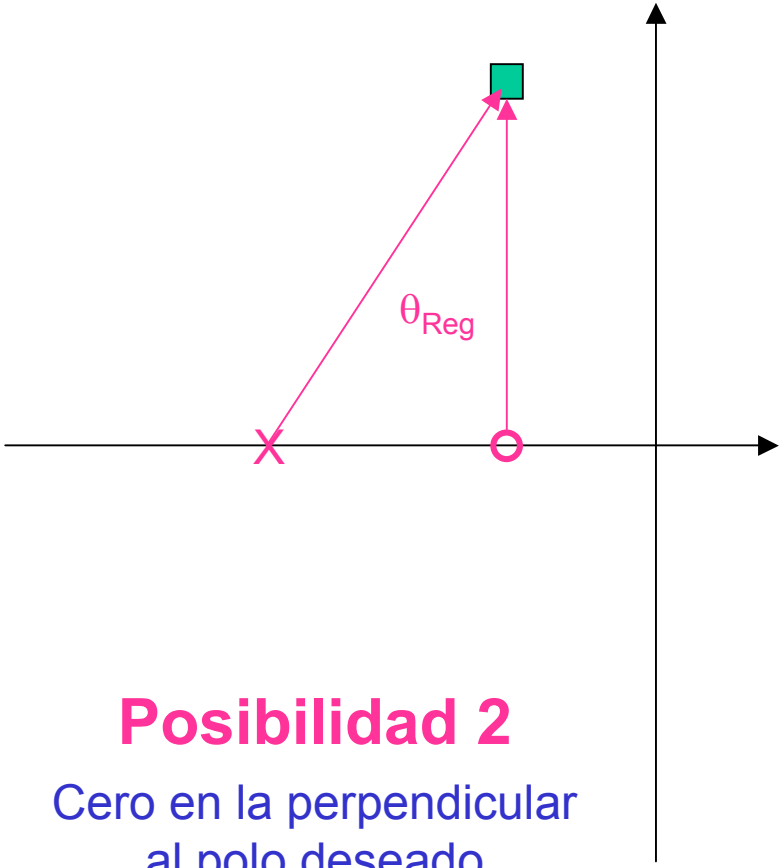
Diseño de reguladores PD

Posibilidad 1

Es posible diseñar empleando un cero puro y añadir un polo en un lugar que no afecte a una distancia de 3 a 20 veces la del polo

En general, la elección del polo plantea un compromiso entre:

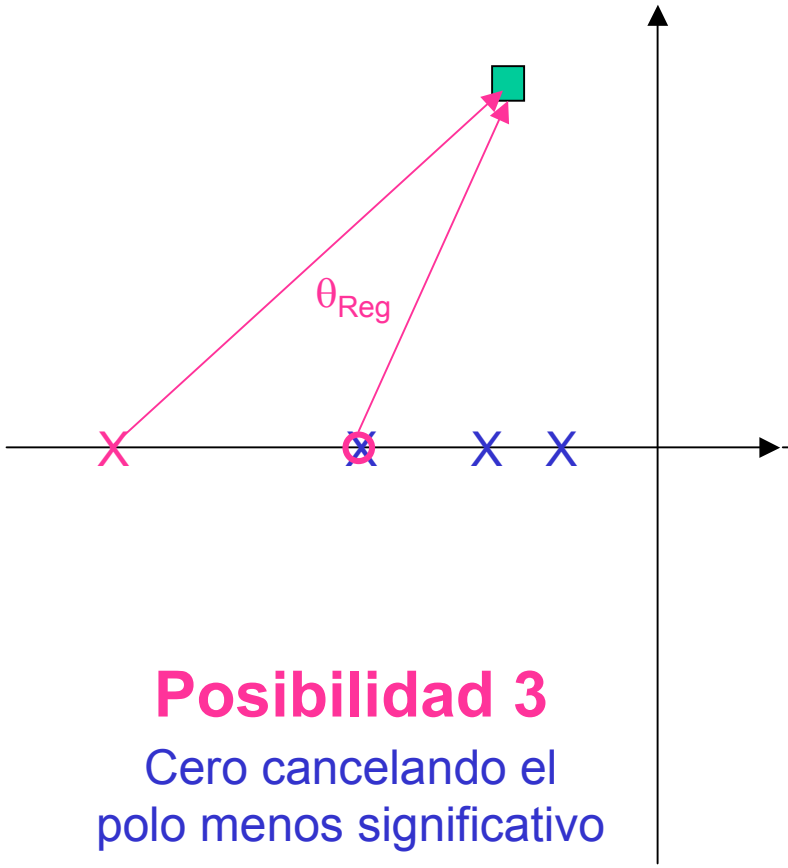
a) Supresión de ruido
b) Efectividad de la compensación



Posibilidad 2

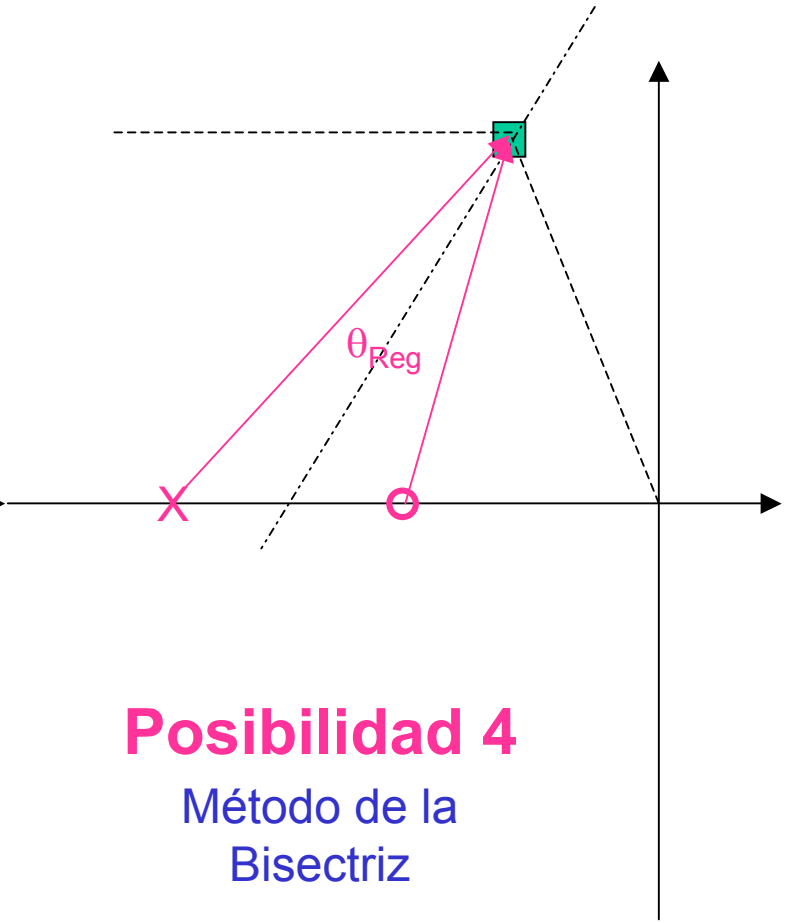
Cero en la perpendicular al polo deseado

Diseño de reguladores PD



Posibilidad 3

Cero cancelando el polo menos significativo



Posibilidad 4

Método de la Bisectriz

Diseño de reguladores PI

Cuando la respuesta transitoria es satisfactoria

Puede ocurrir que el permanente no sea satisfactorio (e_{rpp}, e_{rpv}, …)

$$K_p = \lim_{s \to 0} R(s)G(s)H_0$$
$$K_v = \lim_{s \to 0} sR(s)G(s)H_0$$

Incrementar K_p, K_v, … → Inc. ganancia estática de GH

Incrementar el *tipo* del sistema → Meter integradores

Solución:

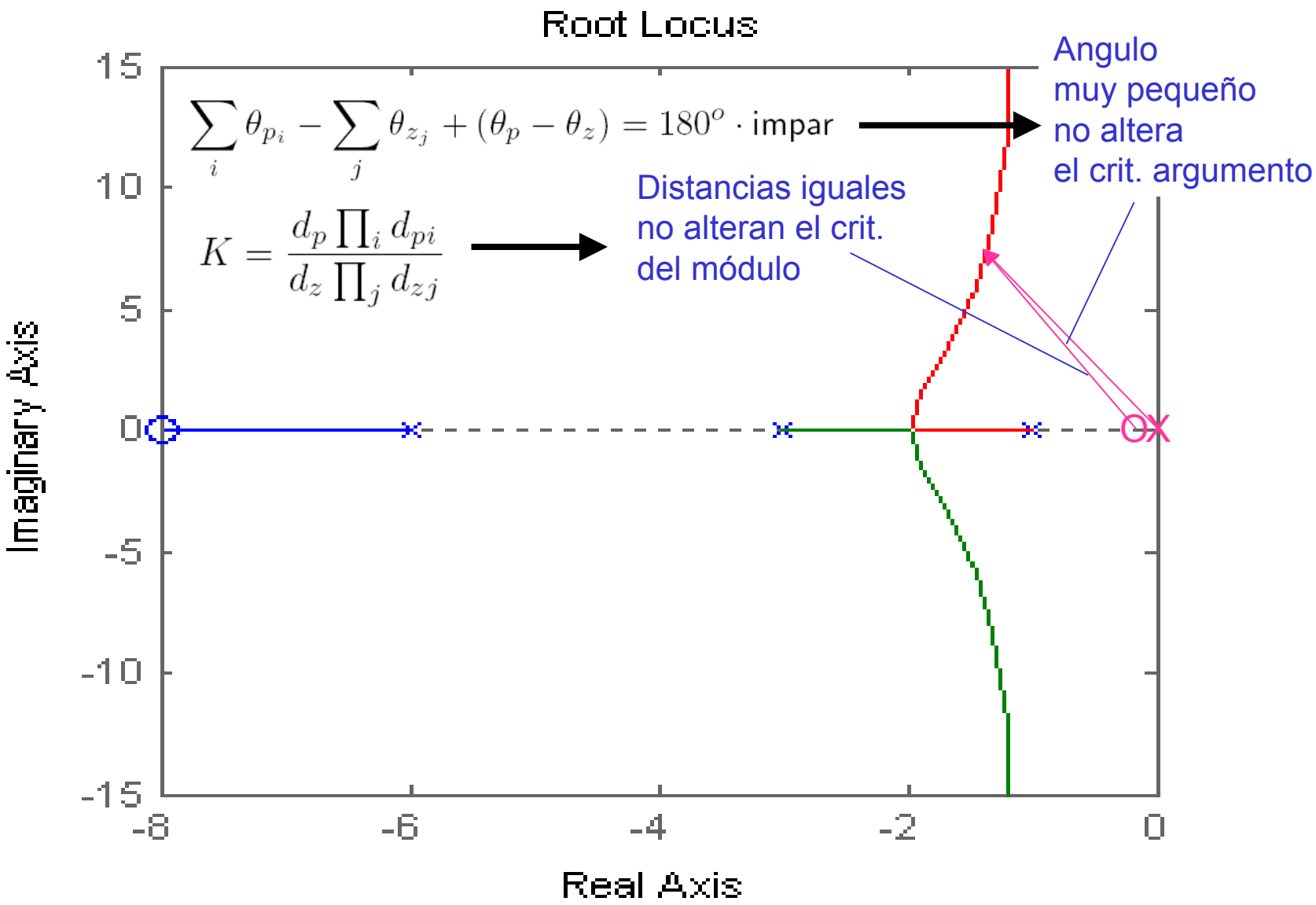
$$\boxed{R(s) = \frac{s+z}{s+p}, \qquad z > p}$$

z = pequeño

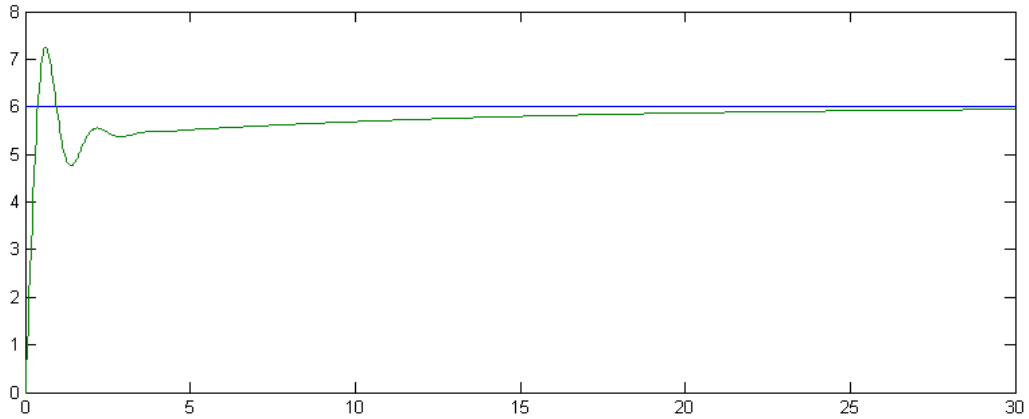
p = pequeño

z~p, no modifica la dinámica

$z/p \approx 3 \sim 10$ → Multiplica las K's por este factor

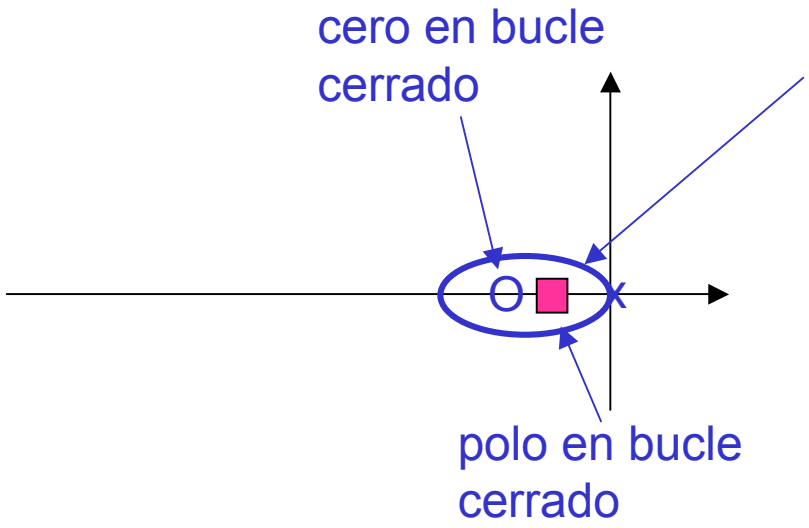

Root Locus
Imaginary Axis
Real Axis
15
10
5
0
-5
-10
-15
-8
-6
-4
-2
0
$\sum_i \theta_{p_i} - \sum_j \theta_{z_j} + (\theta_p - \theta_z) = 180^o \cdot \text{impar}$
$K = \frac{d_p \prod_i d_{pi}}{d_z \prod_j d_{zj}}$
Distancias iguales
no alteran el crit.
del módulo
Angulo
muy pequeño
no altera
el crit. argumento

Problemática de los reguladores PI



Aparece un par polo-cero en bucle cerrado con dinámica muy lenta:

- Pequeña magnitud
- ¡¡¡ Transitorio lento !!!

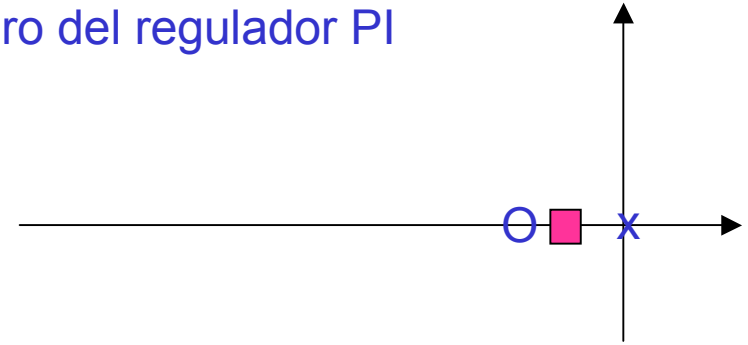


Afecta negativamente a los tiempos de establecimiento

Problemática de los reguladores PI

Solución de compromiso

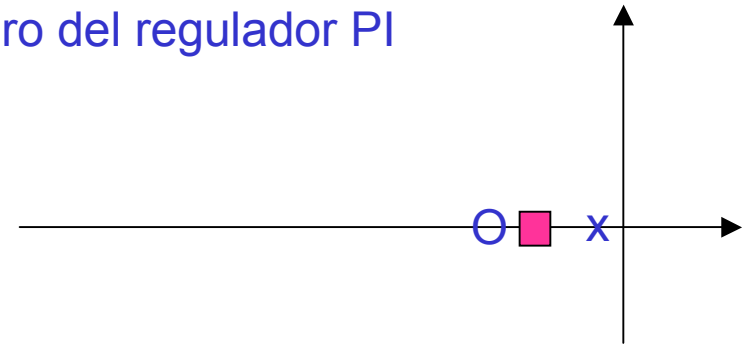
Mover hacia la izquierda el par polo-cero del regulador PI



Problemática de los reguladores PI

Solución de compromiso

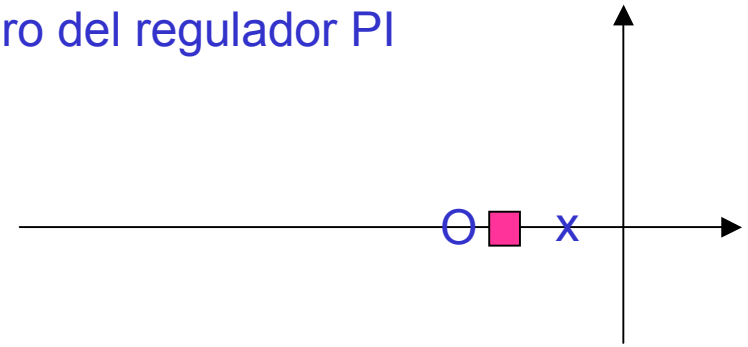
Mover hacia la izquierda el par polo-cero del regulador PI



Problemática de los reguladores PI

Solución de compromiso

Mover hacia la izquierda el par polo-cero del regulador PI

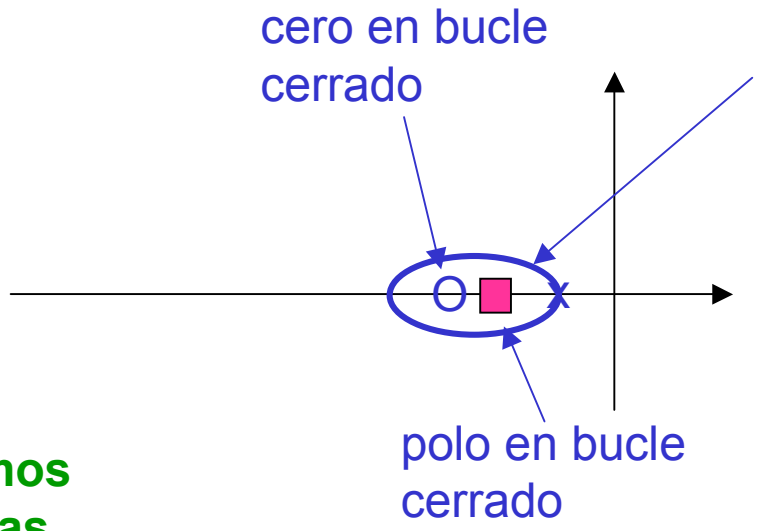


Problemática de los reguladores PI

Solución de compromiso

Ahora el par polo cero aparece más a la izquierda.

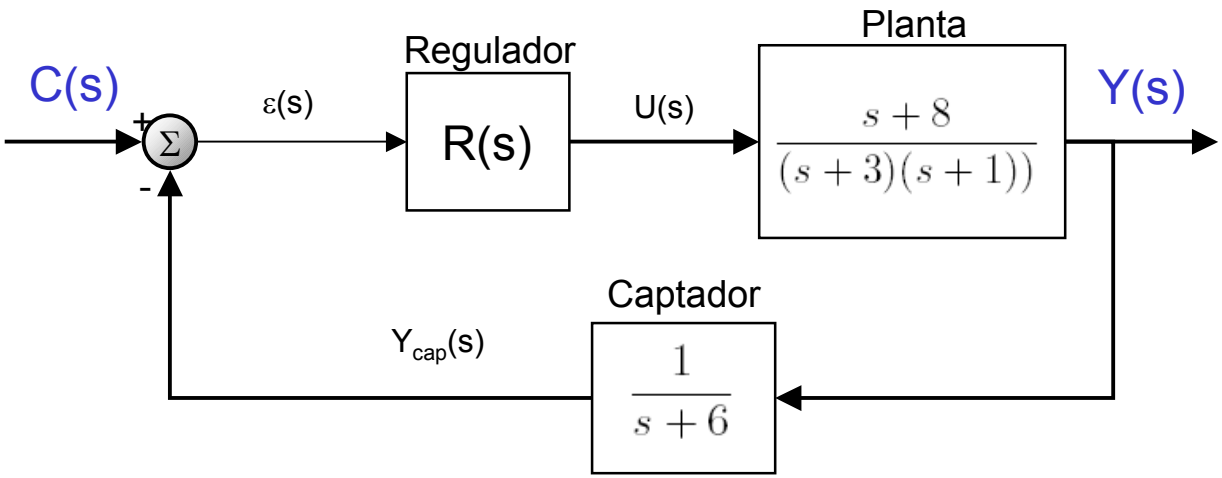
Su transitorio es más rápido y decae primero



Como precio a pagar, el error ya no se cancela, aunque se disminuye respecto a la situación original

Conseguimos aumentar las constantes Kp, Kv, etc. en un factor z/p
… a menudo esto es suficiente

Ejemplo

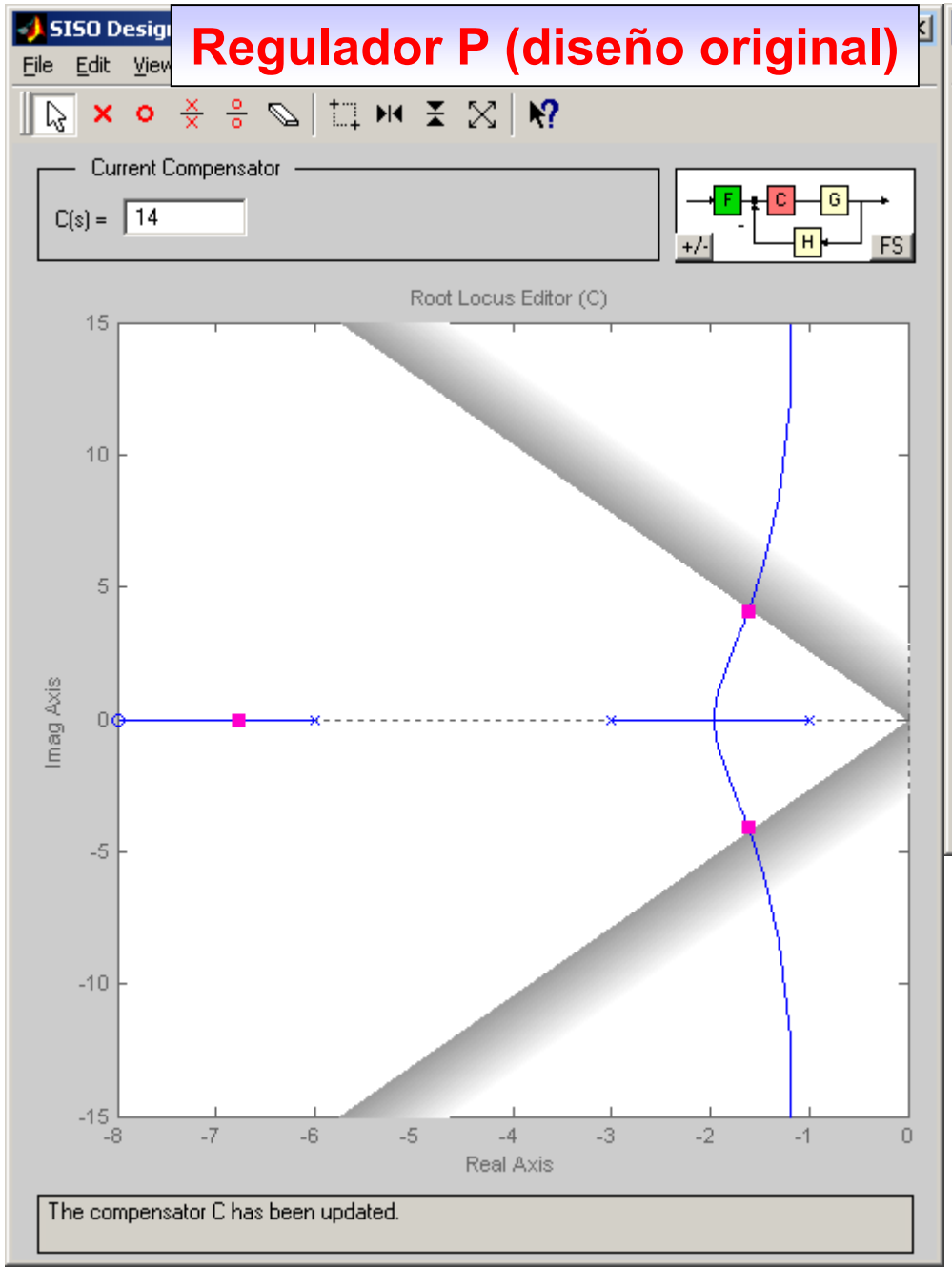


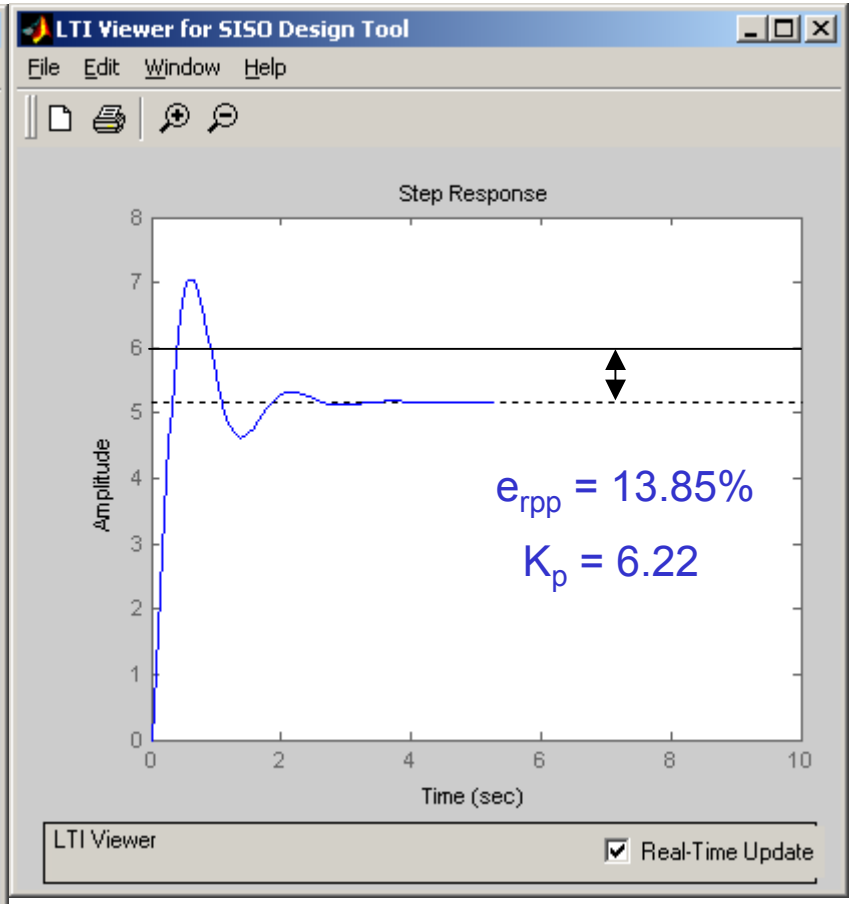
Diseñar para:

M_p<30%

e_p < 5% ← Esta especificación no podemos cumplirla usando sólo un regulador P porque no hay margen para aumentar K

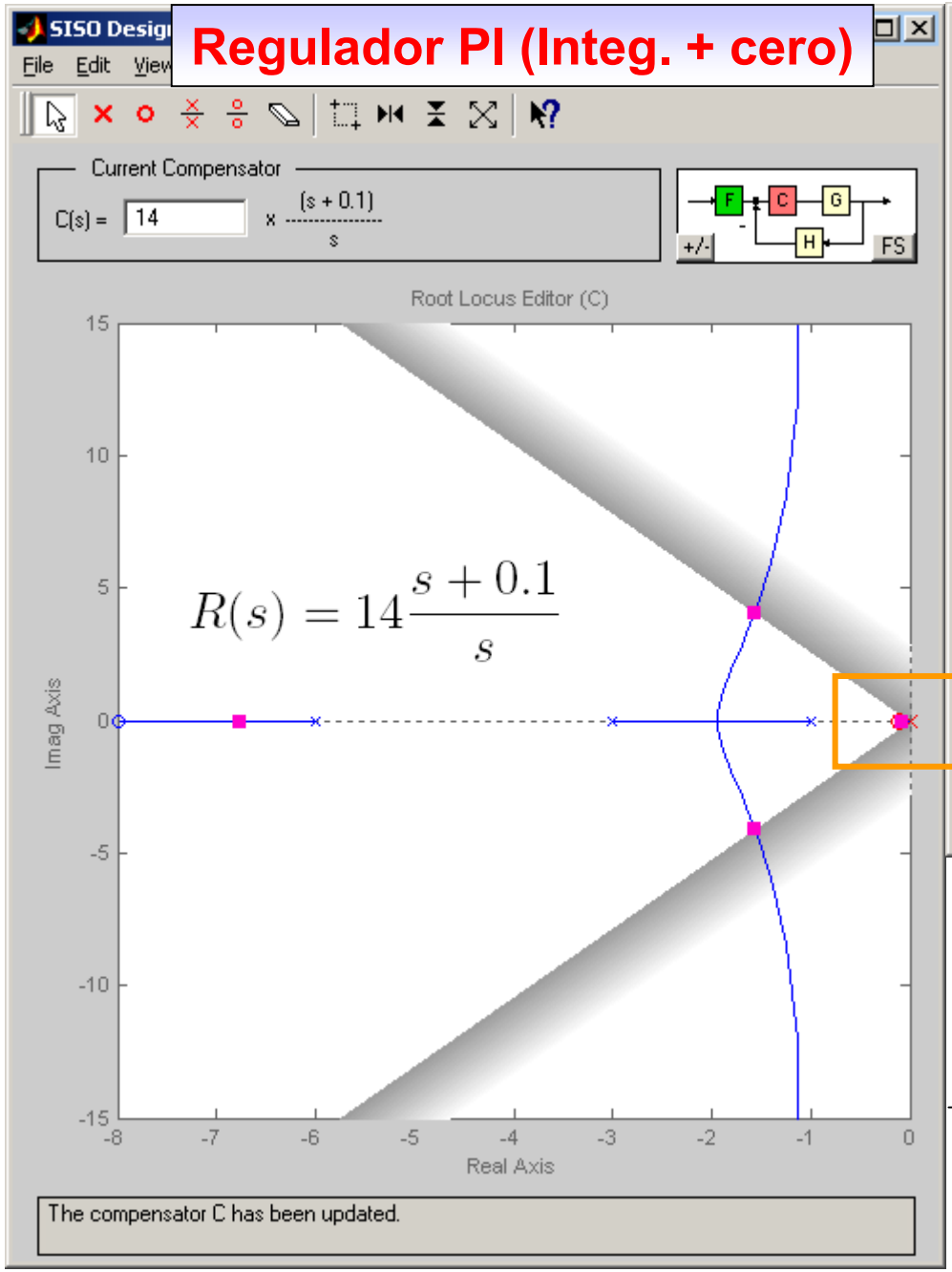
Regulador P (diseño original)

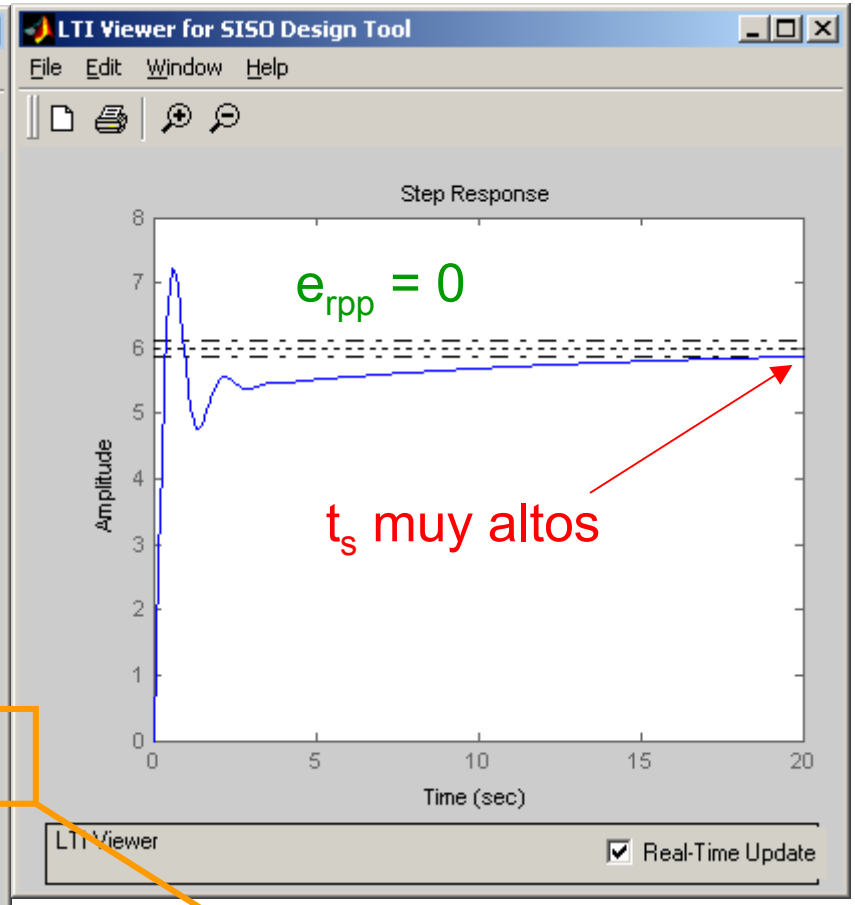


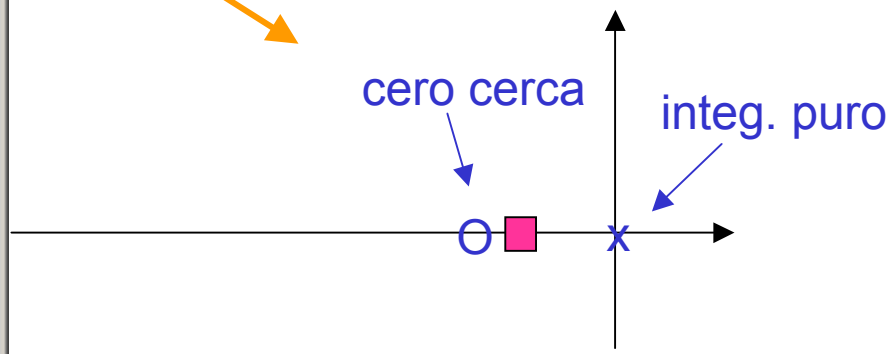


Hay que incrementar la K sin alterar LR

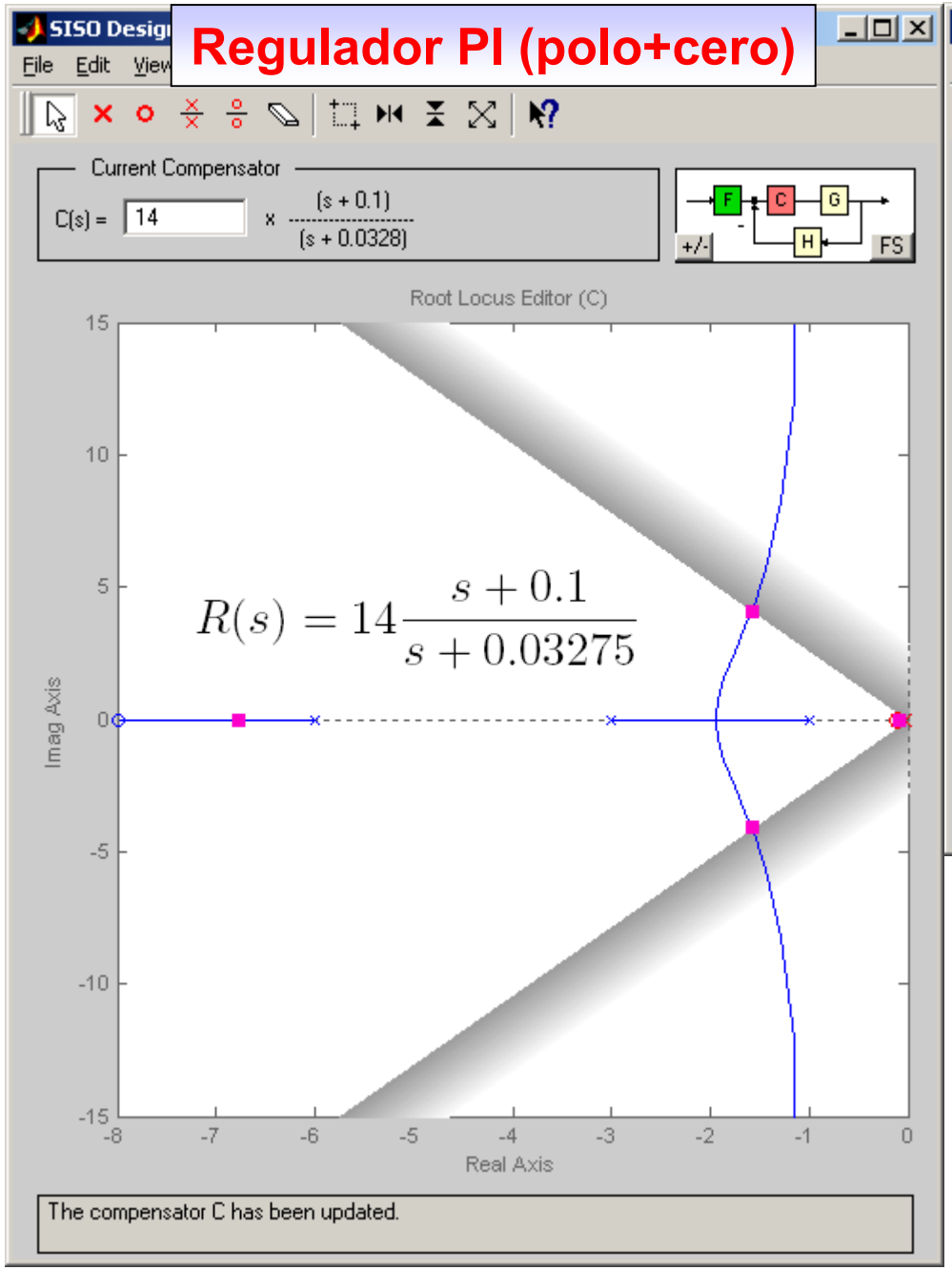
Regulador PI (Integ. + cero)

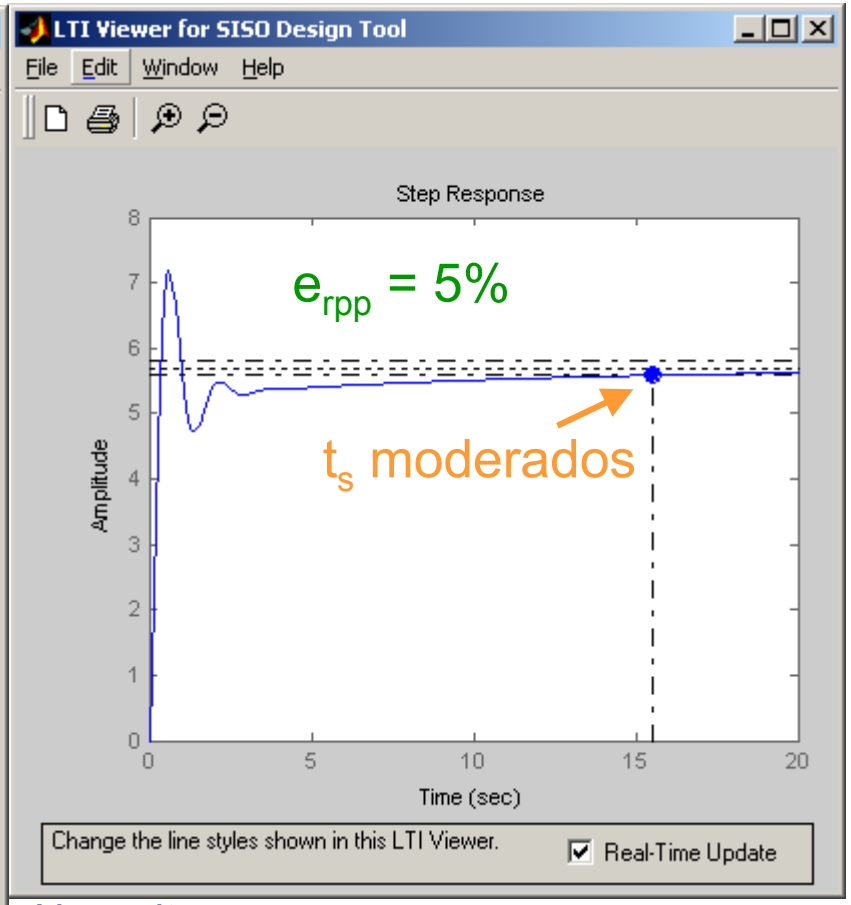






Regulador PI (polo+cero)





Necesitamos:

$e_{rpp} = 0.05 = 1/(1+K_p) \longrightarrow K_p >= 19$

Hay que multiplicar Kp por un factor

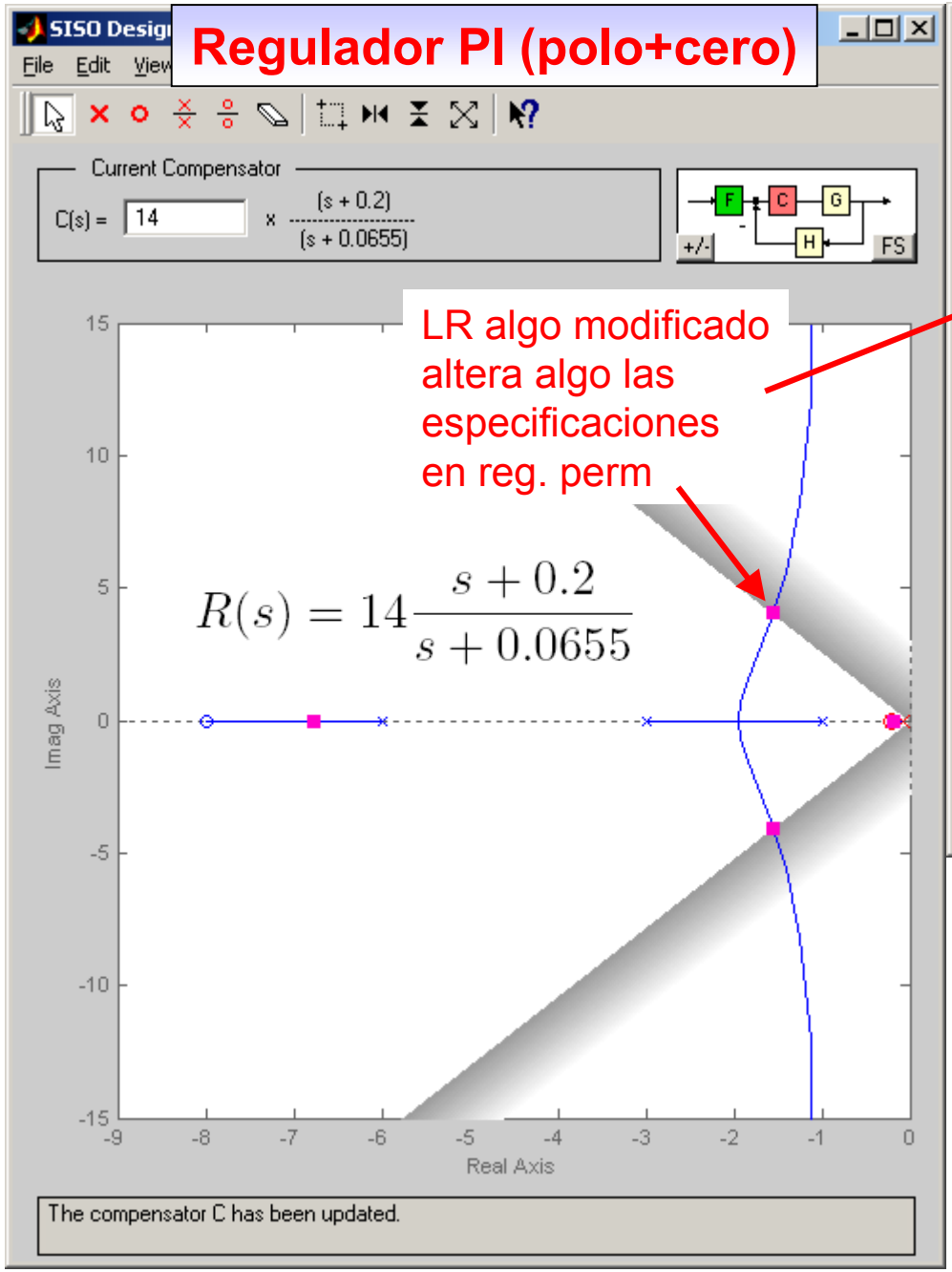
19/6.22 = 3.0536

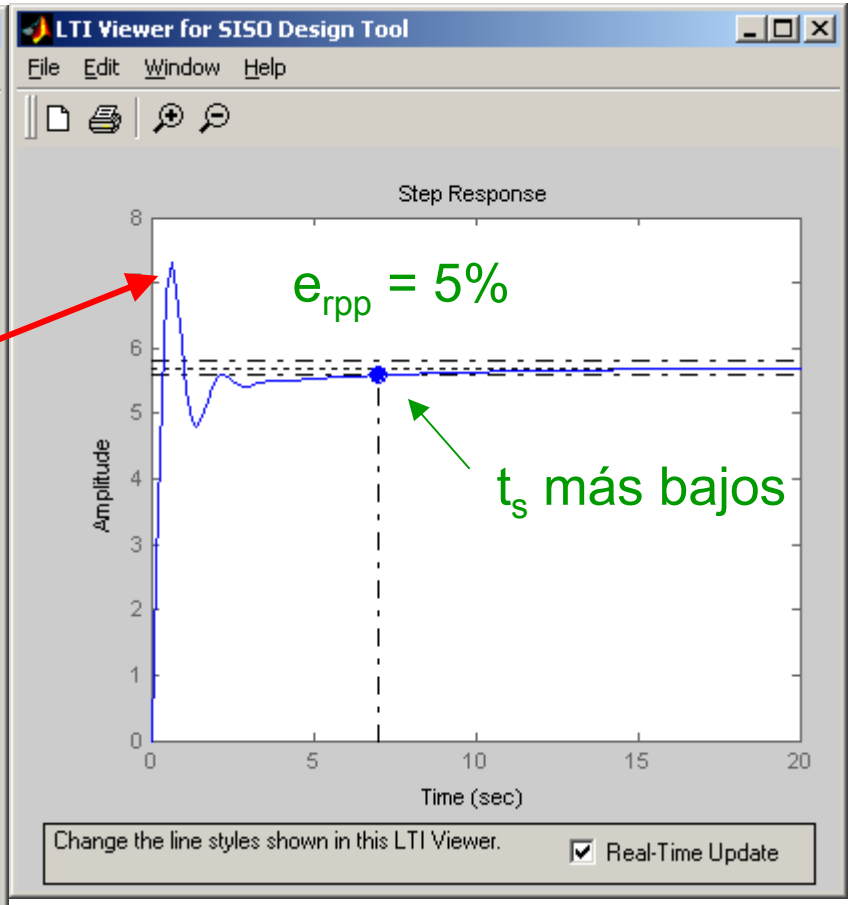
Ej:

c = 0.1

p = 0.1/3.0536=0.03275

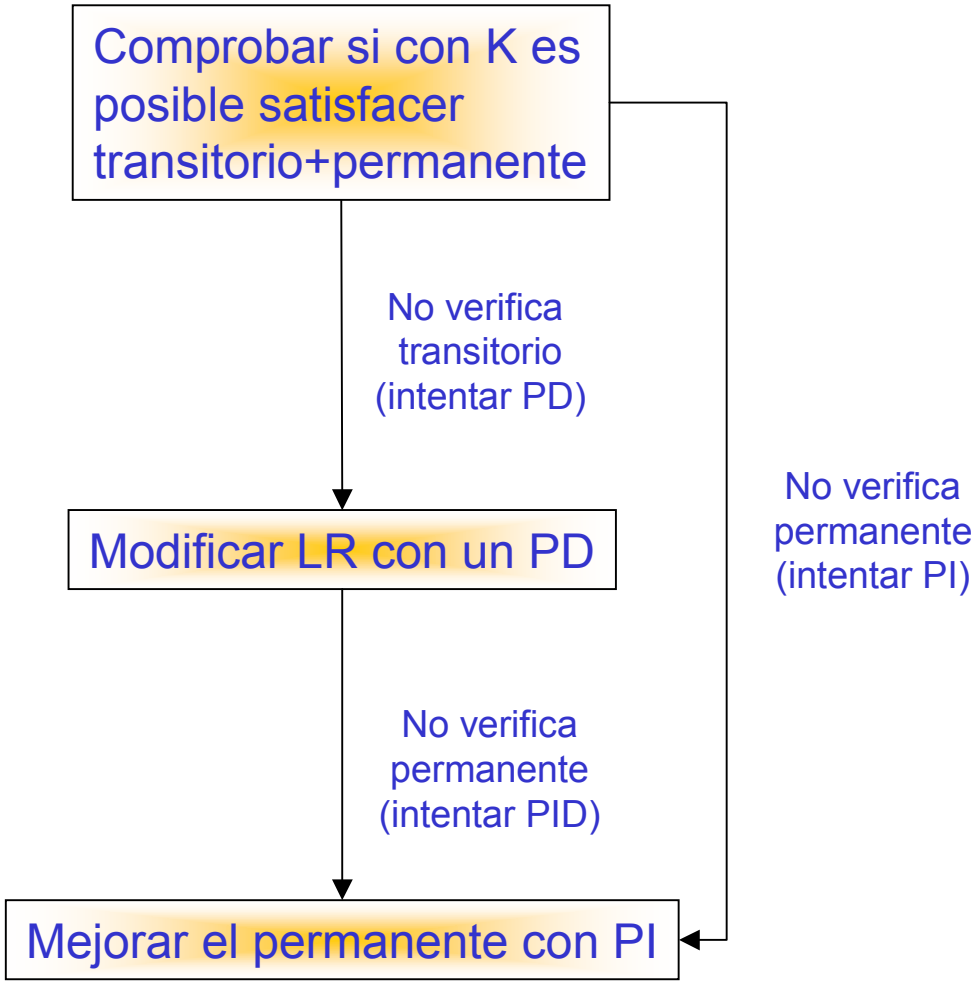
Regulador PI (polo+cero)





Idem para:

c = 0.2

p = 0.2/3.0536=0.0655

Procedimiento resumido de diseño