



Diseño de Reguladores mediante LR

Tema 7



Índice

- Selección de la Ganancia K
- Efecto de ceros adicionales
- Diseño de reguladores PD
- Diseño de reguladores PI
- Problemática de los reguladores PI
- Ejemplo
- Procedimiento resumido de diseño



Selección de la Ganancia K

Diseñar para:

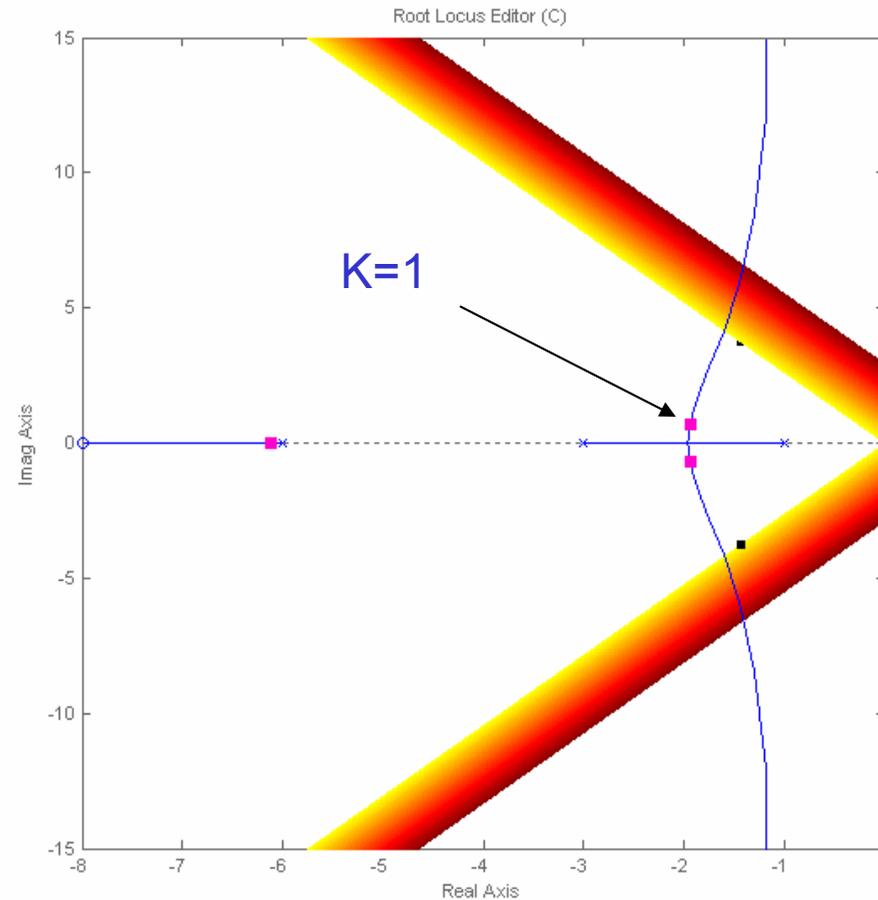
$$M_p < 30\%$$

$$e_p < 15\%$$

$$G(s) = \frac{s + 8}{(s + 3)(s + 1)}$$

$$H(s) = \frac{1}{s + 6}$$

$$G(s)H(s) = \frac{s + 8}{(s + 6)(s + 3)(s + 1)}$$





Selección de la Ganancia K

Diseñar para:

$$M_p < 30\%$$

$$e_p < 15\%$$

$$G(s) = \frac{s + 8}{(s + 3)(s + 1)}$$

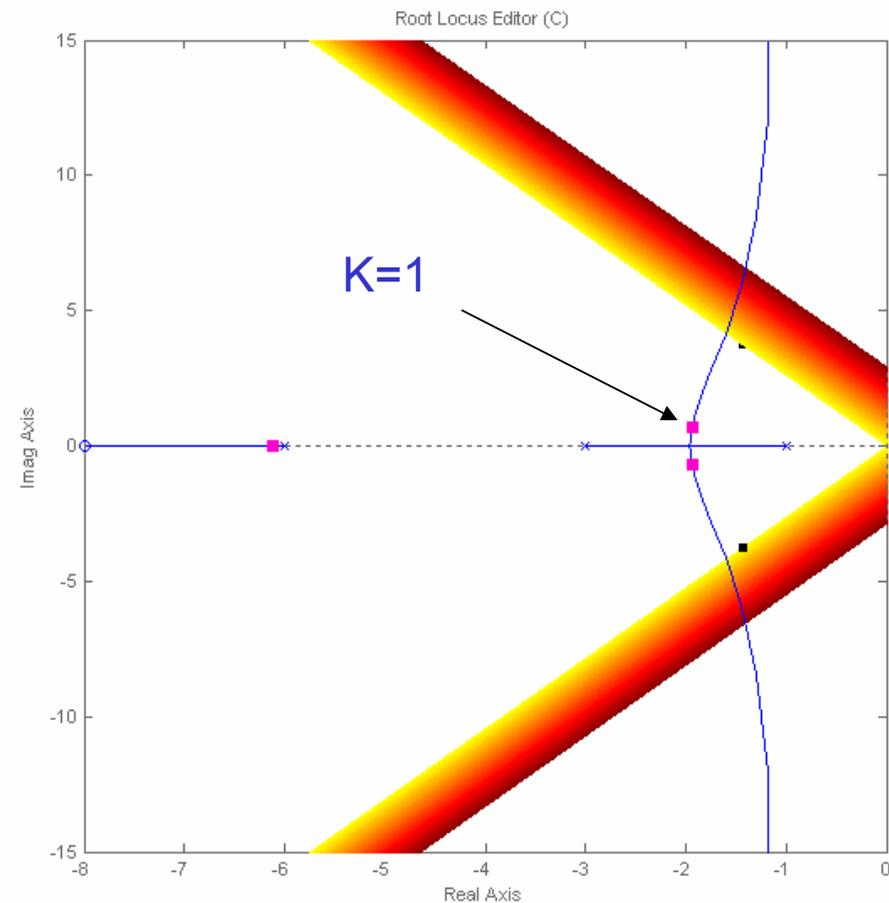
$$H(s) = \frac{1}{s + 6}$$

$$e_{rpp} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{s} \frac{1}{1 + C(s)G(s)H_0} = \frac{1}{1 + K_p}$$

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} C(s)G(s)H_0$$

$$K_p = 0.44$$

$$e_{rpp} = 69.2\% \gg 15\% \quad ; \text{ no sirve !}$$





Selección de la Ganancia K

Diseñar para:

$$M_p < 30\%$$

$$e_p < 15\%$$

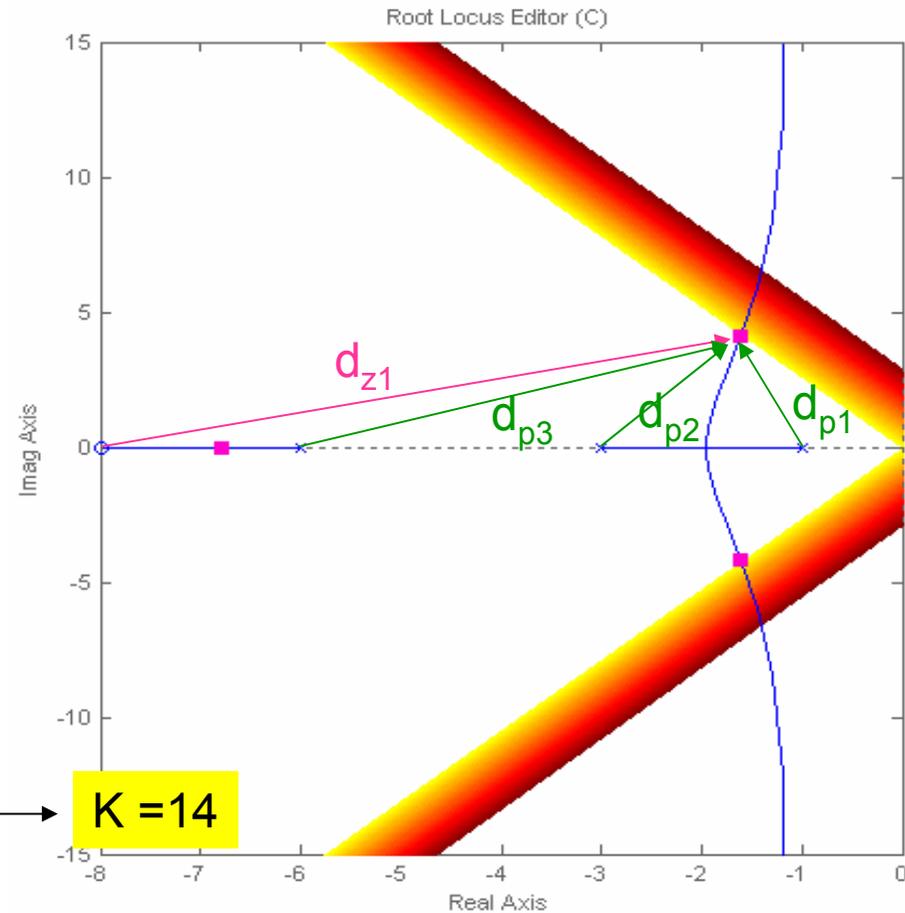
$$G(s) = \frac{s + 8}{(s + 3)(s + 1)}$$

$$H(s) = \frac{1}{s + 6}$$

Para obtener el error más bajo posible, buscamos el K más alto que nos permita conseguir las especificaciones en régimen permanente.

Aplicamos crit. del Módulo:

$$K = \frac{\prod_{i=1}^n d_{p_i}}{\prod_{j=1}^m d_{z_j}} \rightarrow \mathbf{K = 14}$$





Selección de la Ganancia K

Diseñar para:

$$M_p < 30\%$$

$$e_p < 15\%$$

$$G(s) = \frac{s + 8}{(s + 3)(s + 1)}$$

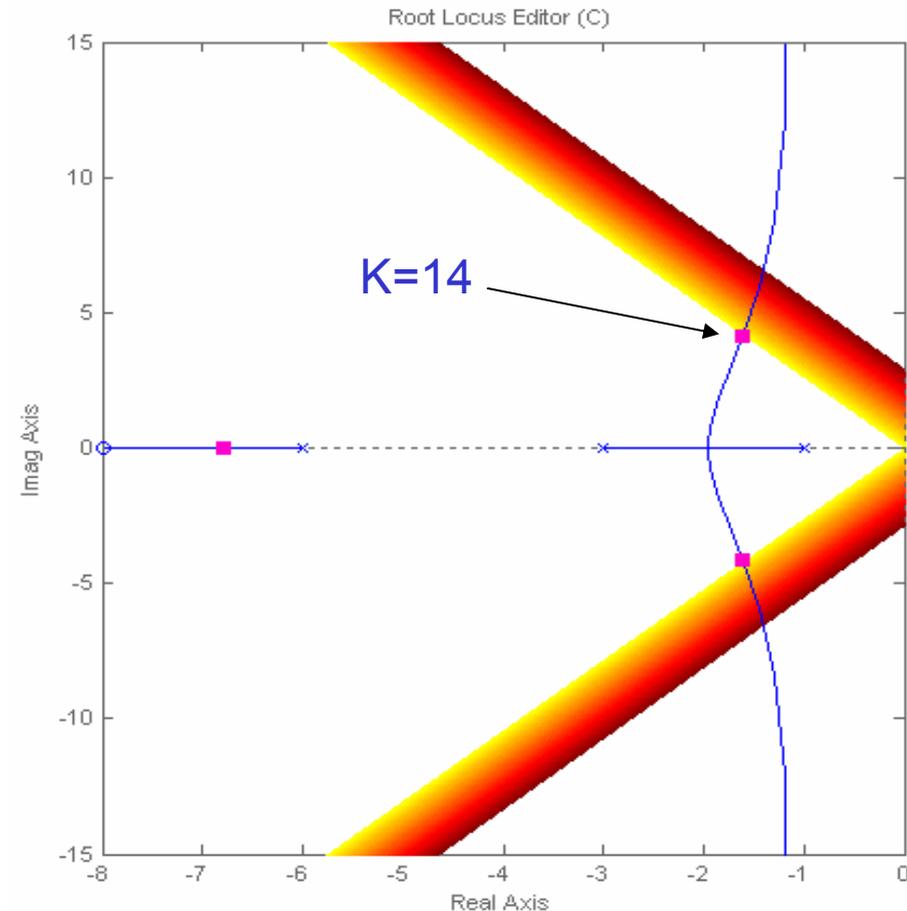
$$H(s) = \frac{1}{s + 6}$$

$$e_{rpp} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{s} \frac{1}{1 + C(s)G(s)H_0} = \frac{1}{1 + K_p}$$

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} C(s)G(s)H_0$$

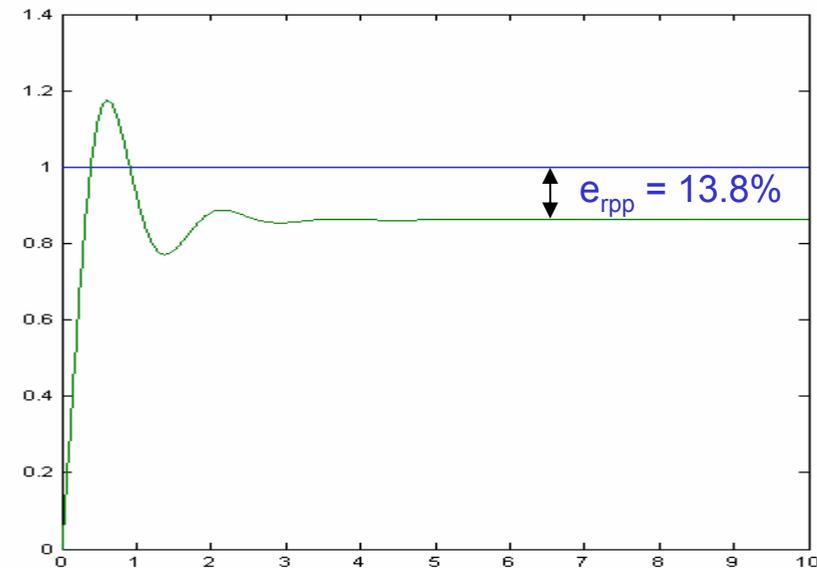
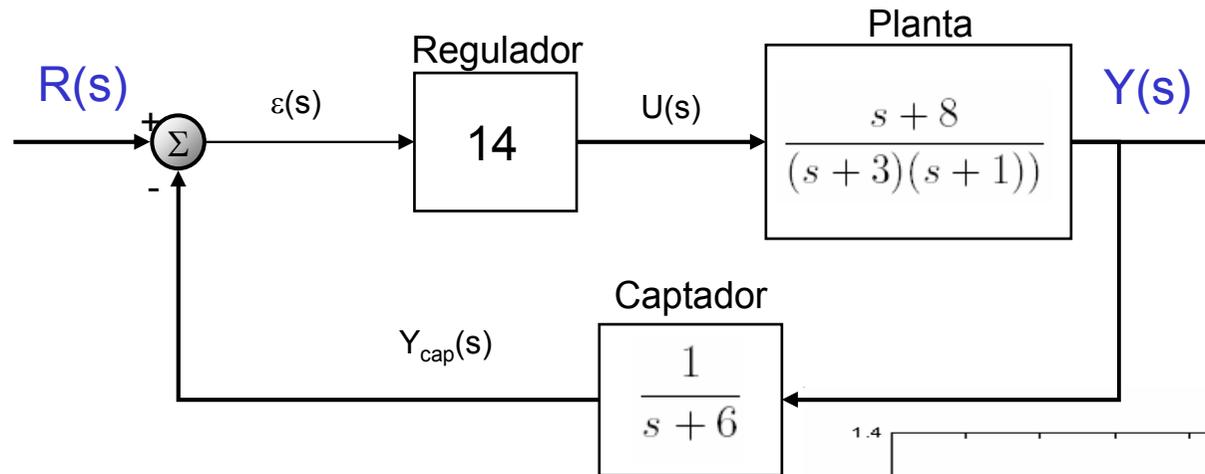
$$K_p = 6.22$$

$$e_{rpp} = 13.85\% < 15\% \quad \text{¡¡ Nos vale !!}$$





Selección de la Ganancia K





Selección de la Ganancia K

En este caso, pudimos verificar M_p y e_{rpp}
y, por tanto la acción P es suficiente

Si no podemos alcanzar la posición de los polos \longrightarrow modificar el LR \longrightarrow **Regulador PD**

Si conseguimos la posición de los polos pero no conseguimos e_{rpp} \longrightarrow T.q. incrementar el tipo o al menos la K_p \longrightarrow **Regulador PI**

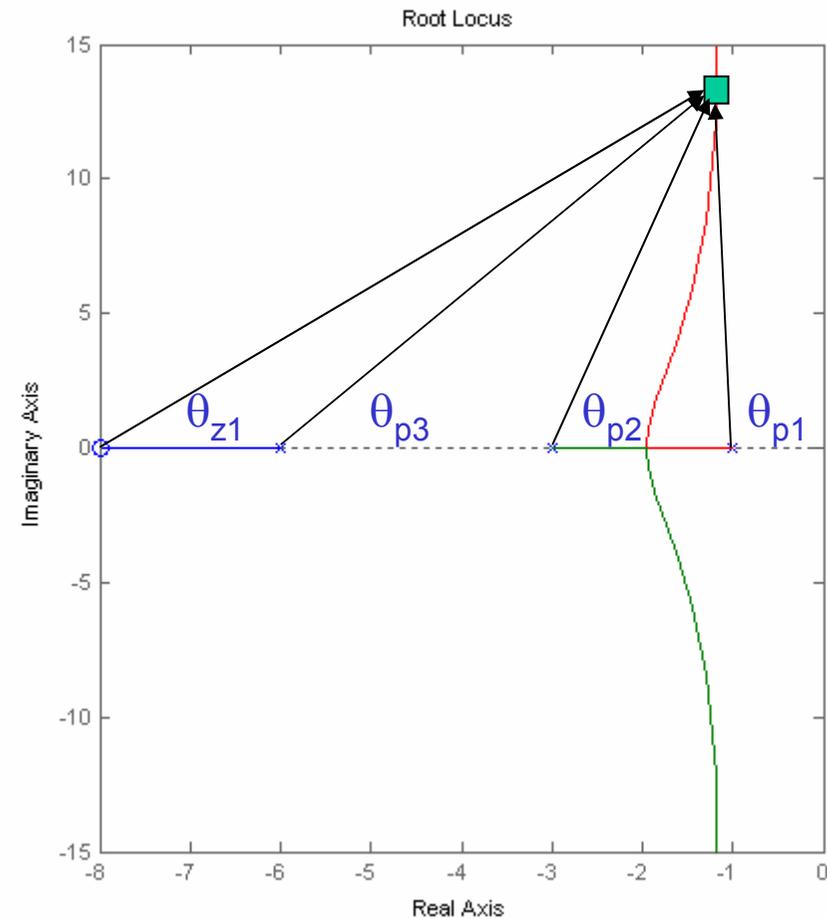


Efecto de ceros adicionales en el LR

El efecto de un cero adicional en el LR

El punto verde del LR verifica crit. arg:

$$(\theta_{p3} + \theta_{p3} + \theta_{p3}) - \theta_{z1} = 180^\circ$$



Efecto de ceros adicionales en el LR

El efecto de un cero adicional en el LR

Pero el punto rojo no...

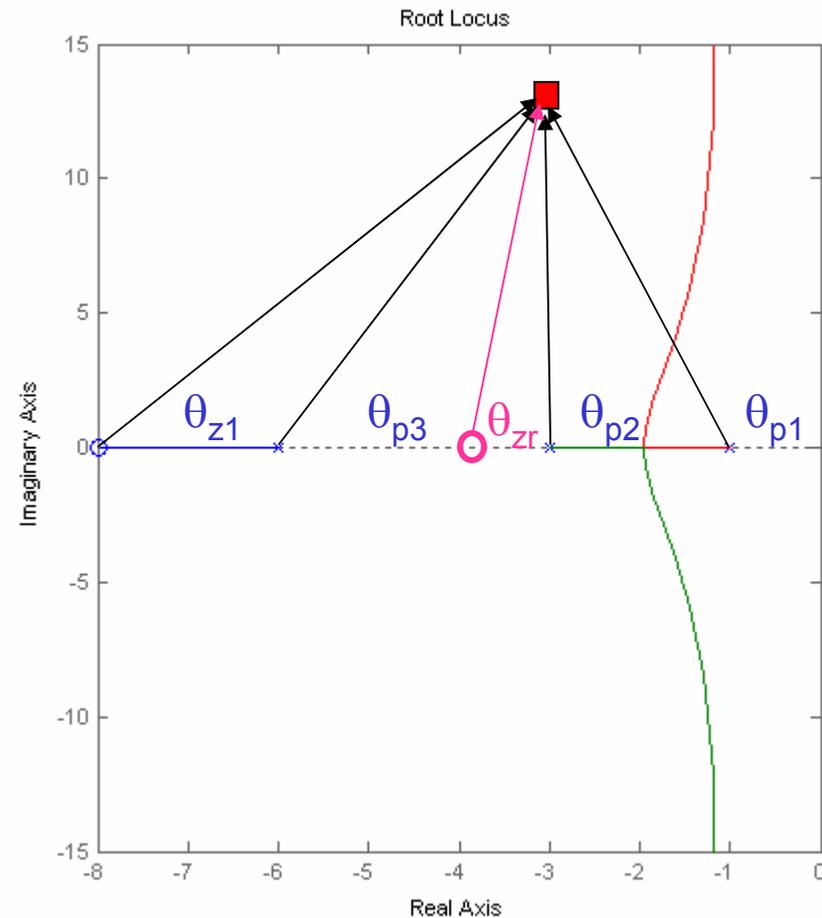
$$(\theta_{p3} + \theta_{p3} + \theta_{p3}) - \theta_{z1} \gg 180^\circ$$

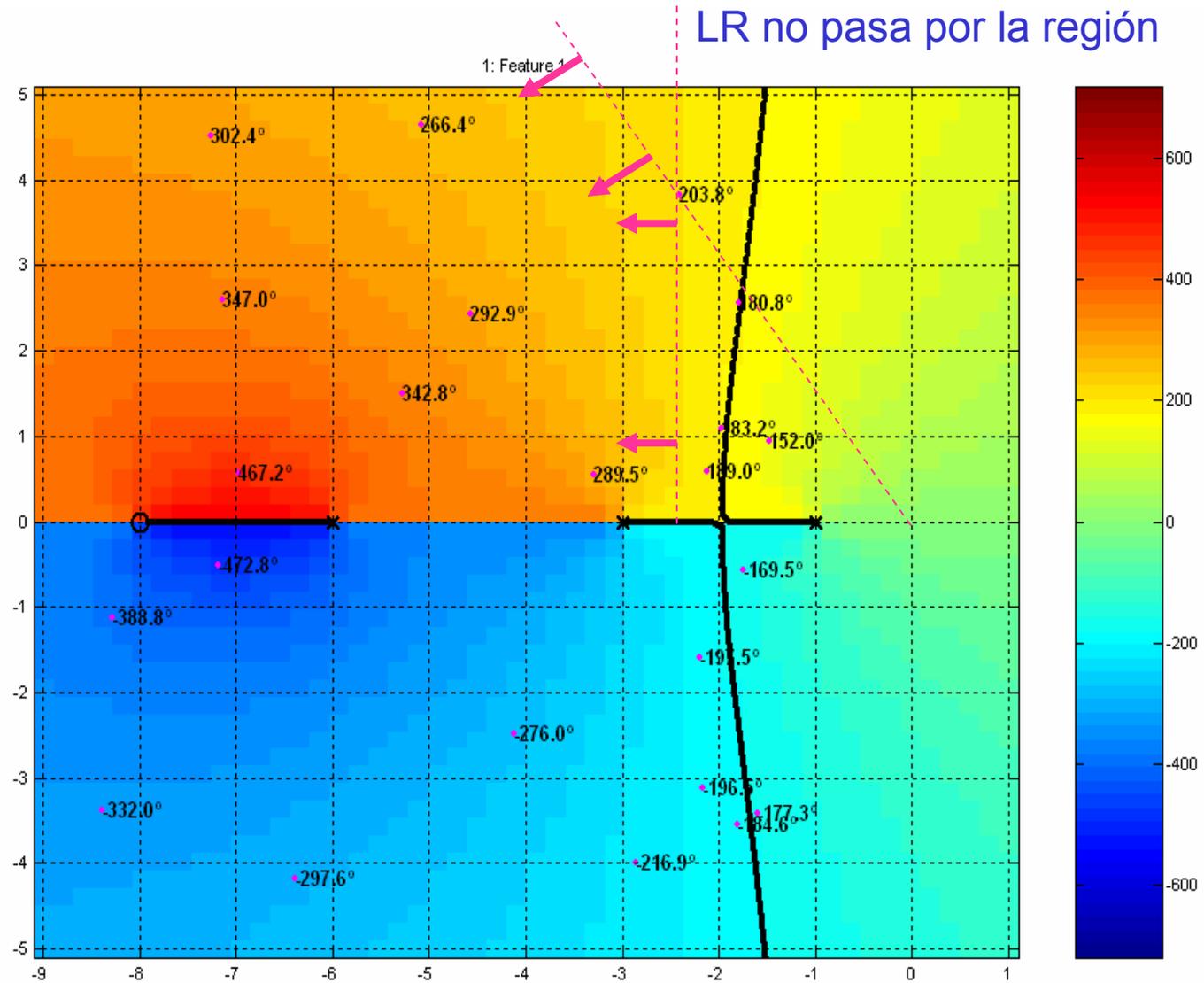
No es posible alcanzar esa raíz modificando solamente K

Pero sí se puede añadiendo un cero en el regulador

$$(\theta_{p3} + \theta_{p3} + \theta_{p3}) - \theta_{z1} - \theta_{zr} = 180^\circ$$

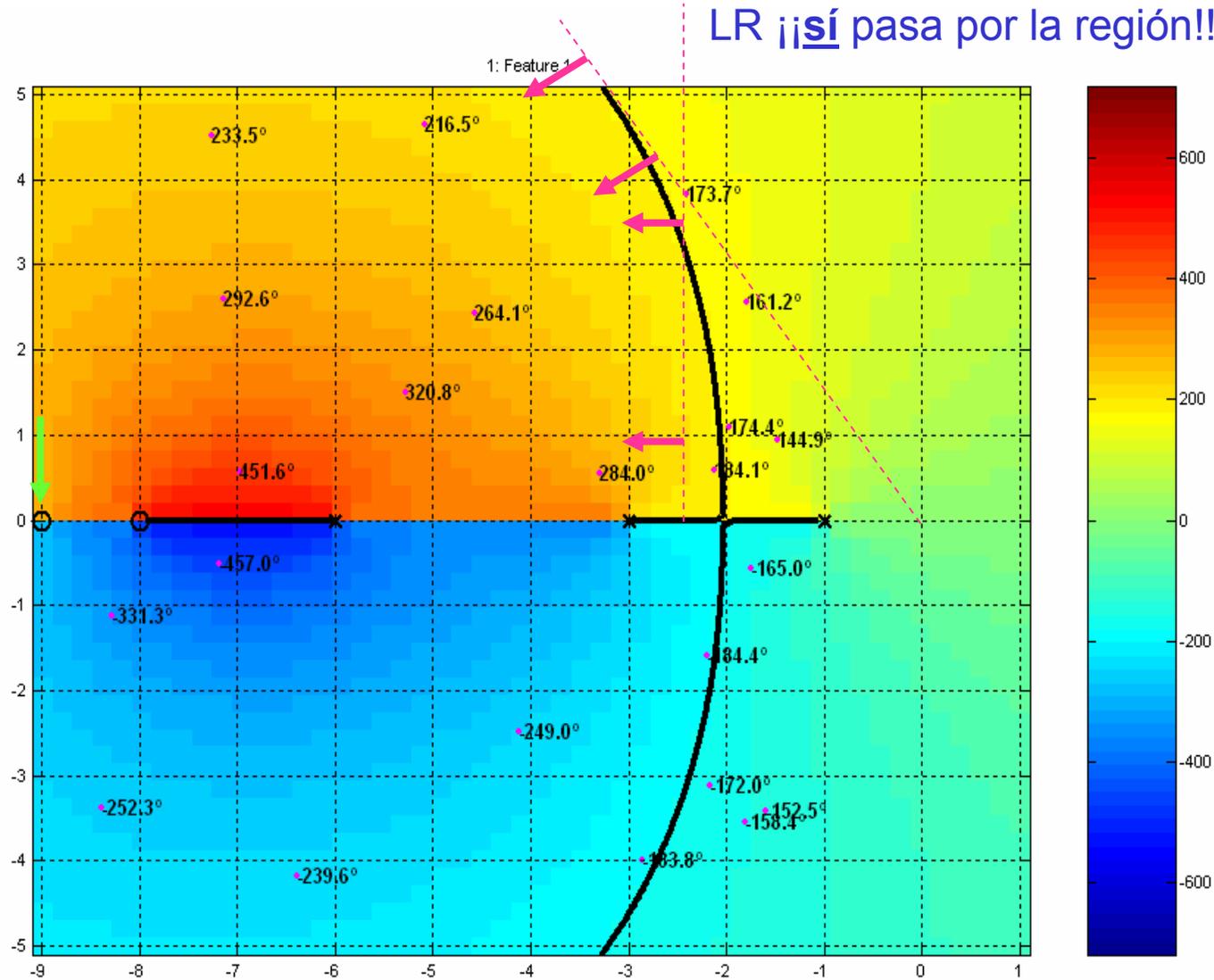
El elemento θ_{zr} permite “restar” el ángulo que sobre para regresar 180°





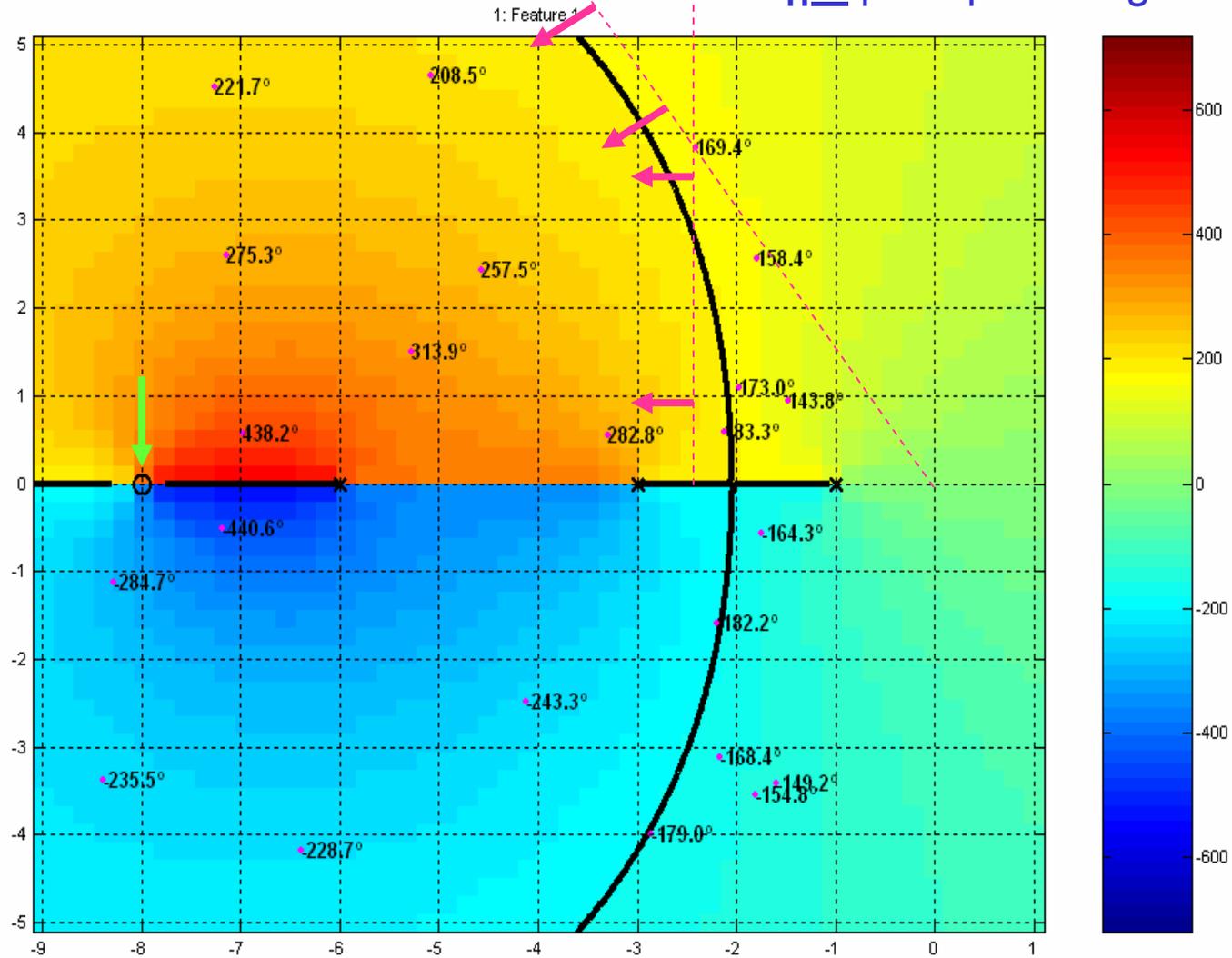


LR ¡¡sí pasa por la región!!



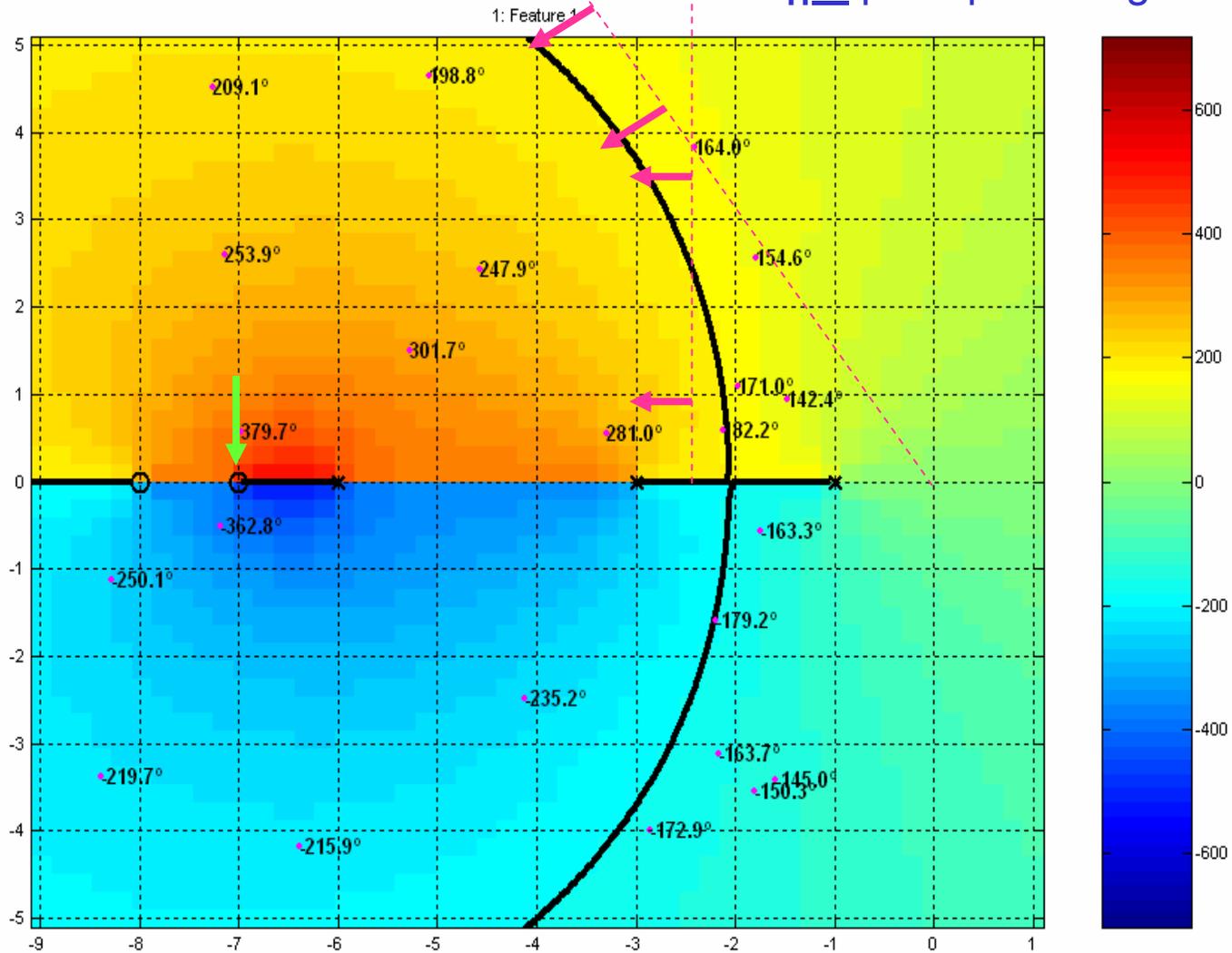


LR ¡¡sí pasa por la región!!



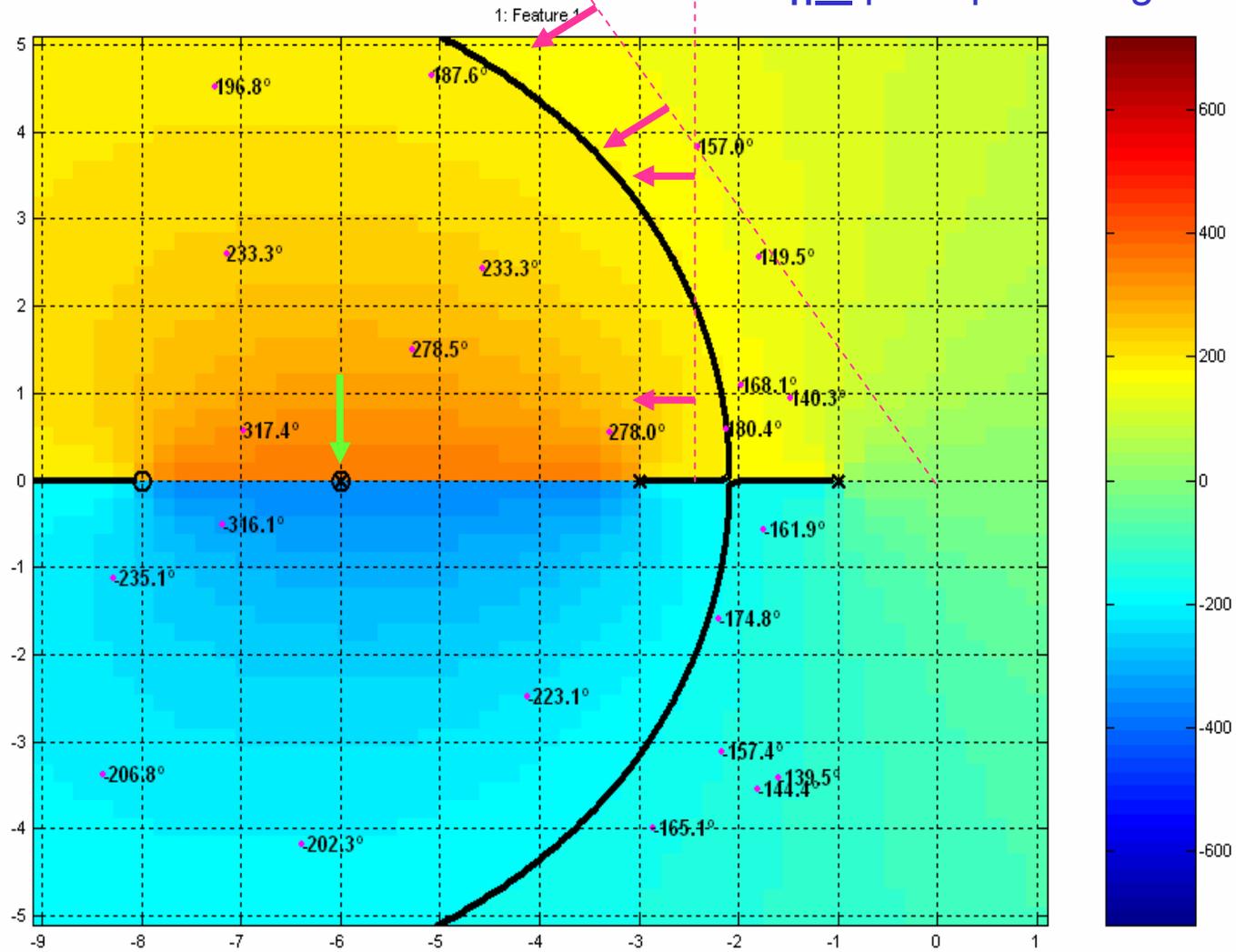


LR ¡¡sí pasa por la región!!



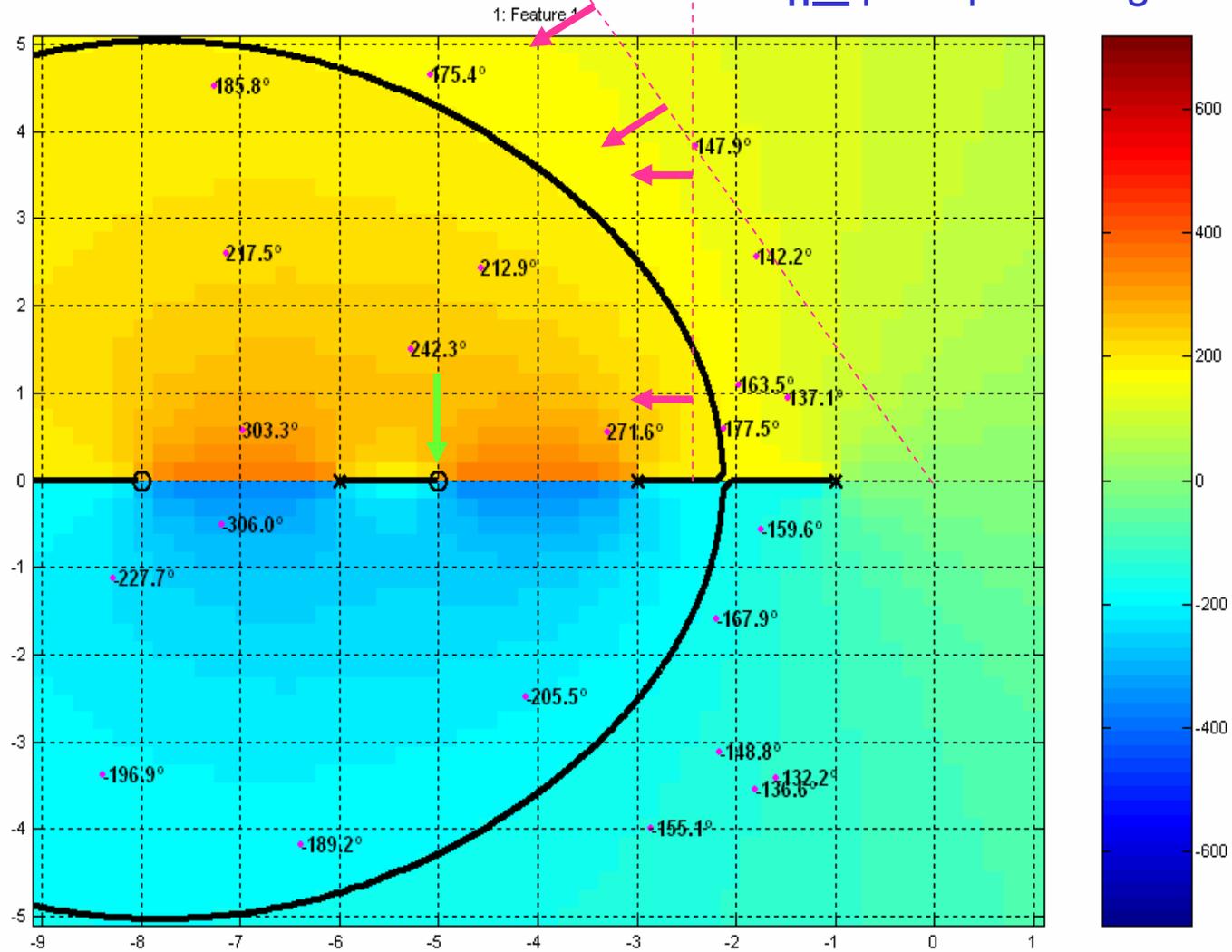


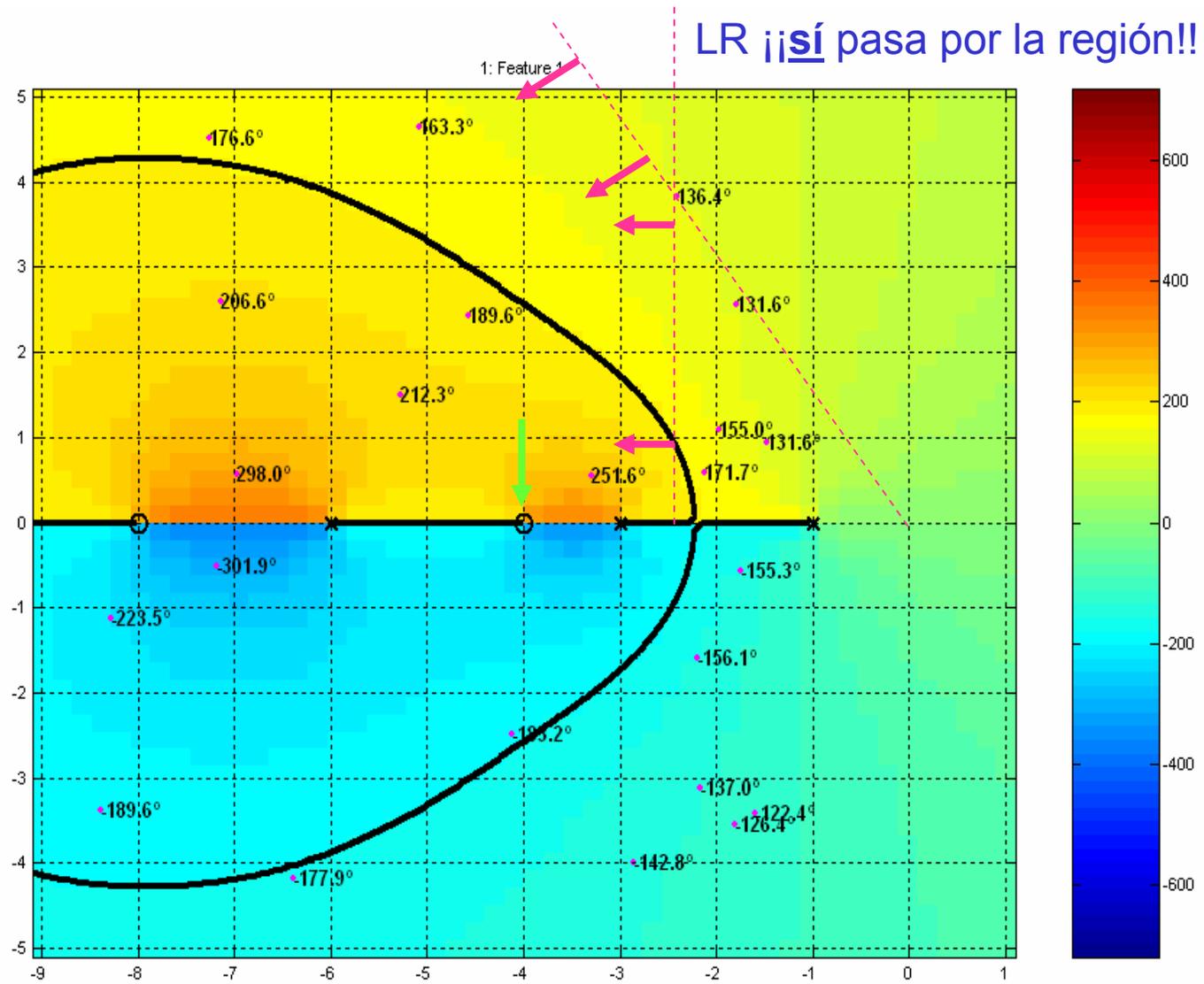
LR ¡¡sí pasa por la región!!

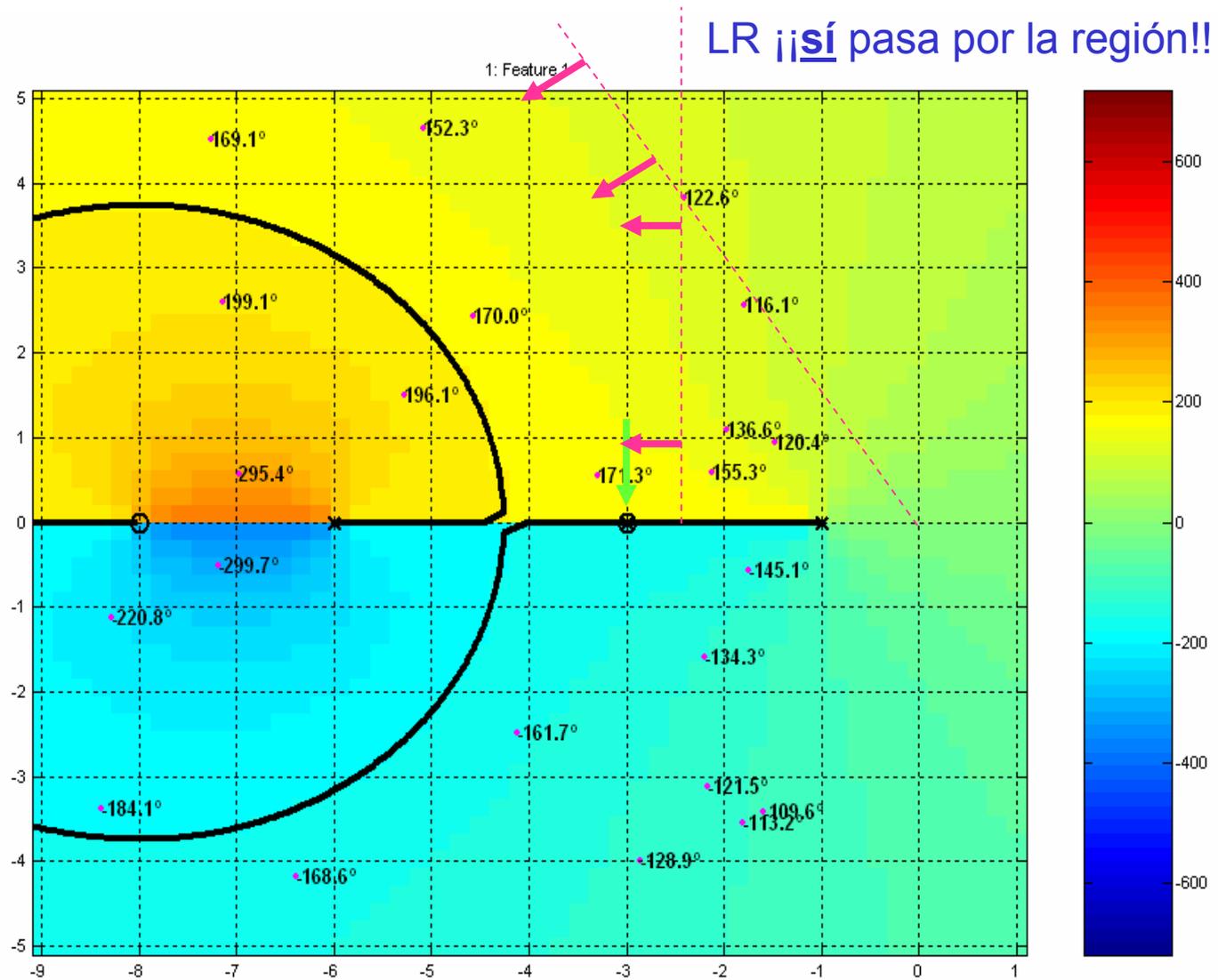




LR ¡¡sí pasa por la región!!







Diseño de reguladores PD

- 1 Hallar el ángulo θ_{zr} con el eje real que debe tener el cero para que el polo deseado cumpla el crit. argumento:

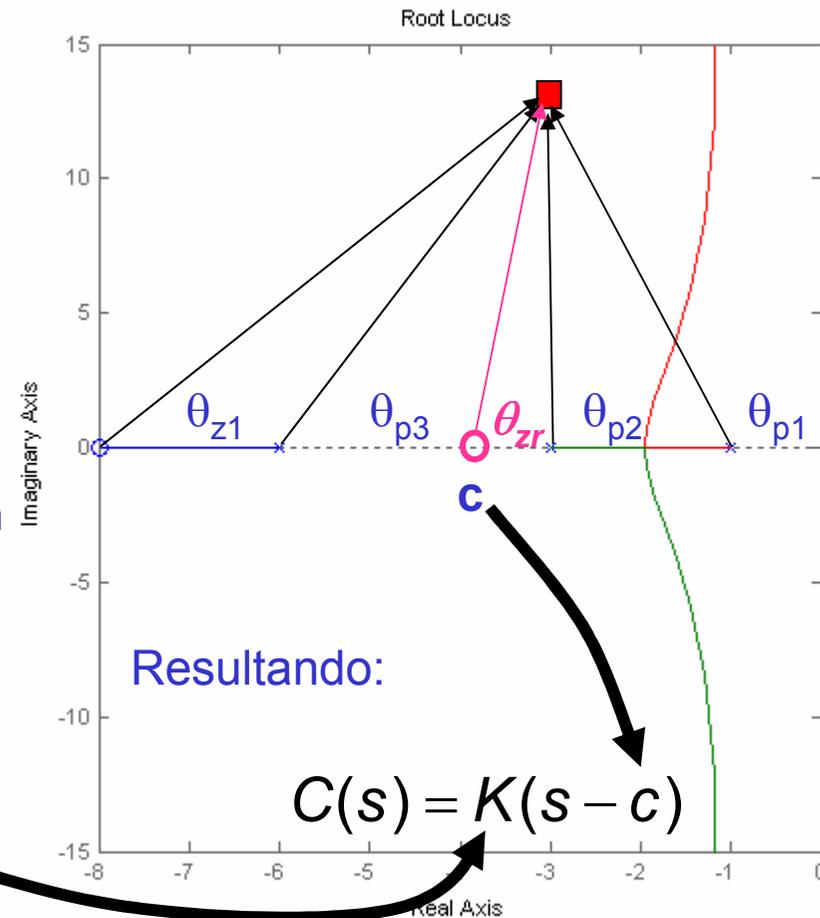
$$(\theta_{p3} + \theta_{p2} + \theta_{p1}) - \theta_{z1} = \text{ANG} \gg 180^\circ$$

$$\text{ANG} - \theta_{zr} = 180^\circ \longrightarrow \theta_{zr}$$

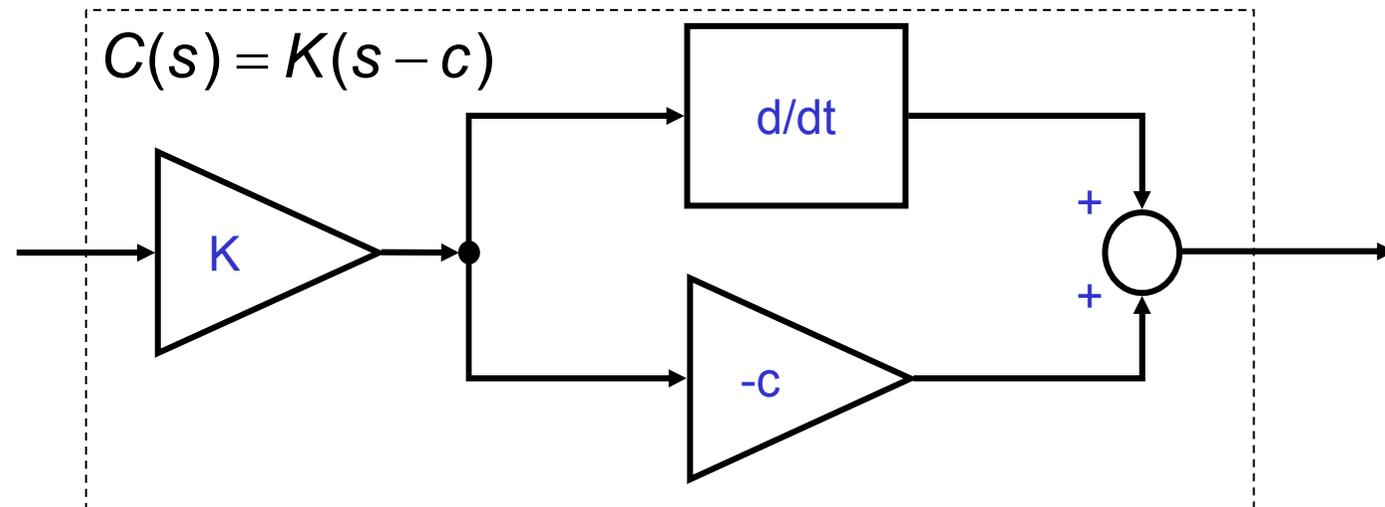
- 2 Hallar la posición del cero trazando una línea desde el polo deseado formando un ángulo θ_{zr} con el eje real

- 3 Se calcula el valor de K para el polo deseado aplicando el crit. del argumento

$$K = \frac{d_{p1} \cdot d_{p2} \cdot d_{p3}}{d_{z1} \cdot d_c}$$



Diseño de reguladores PD



Problemas:

- No es realizable
- Amplificaría enormemente ruido de alta frecuencia

Diseño de reguladores PD

$$C(s) = K \frac{s - c}{s - p} \quad |p| \gg |c|$$

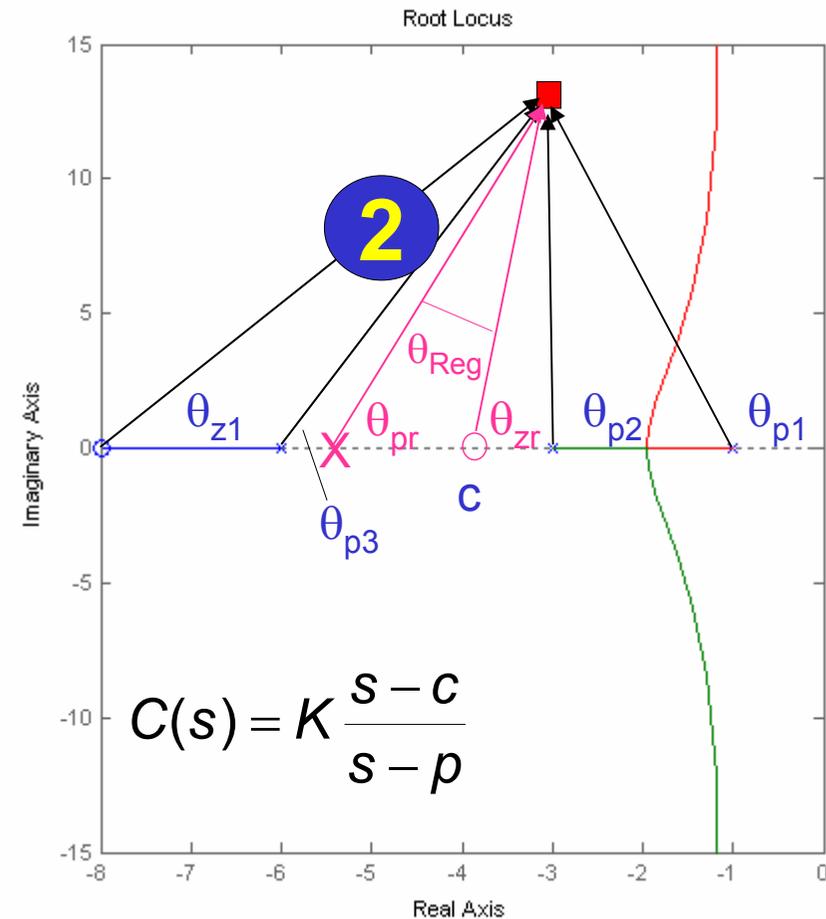
- 1 Hallar el ángulo **ANG** con el eje real que debe tener el cero para que el polo deseado cumpla el crit. argumento:

$$(\theta_{p3} + \theta_{p2} + \theta_{p1}) - \theta_{z1} = \text{ANG} \gg 180^\circ$$

$$\text{ANG} - (\theta_{zr} - \theta_{pr}) = 180^\circ \longrightarrow \theta_{zr}, \theta_i$$

- 3 Se calcula el valor de K para el polo deseado aplicando el crit. del argumento

$$K = \frac{d_{p1} \cdot d_{p2} \cdot d_{p3} \cdot d_p}{d_{z1} \cdot d_c}$$





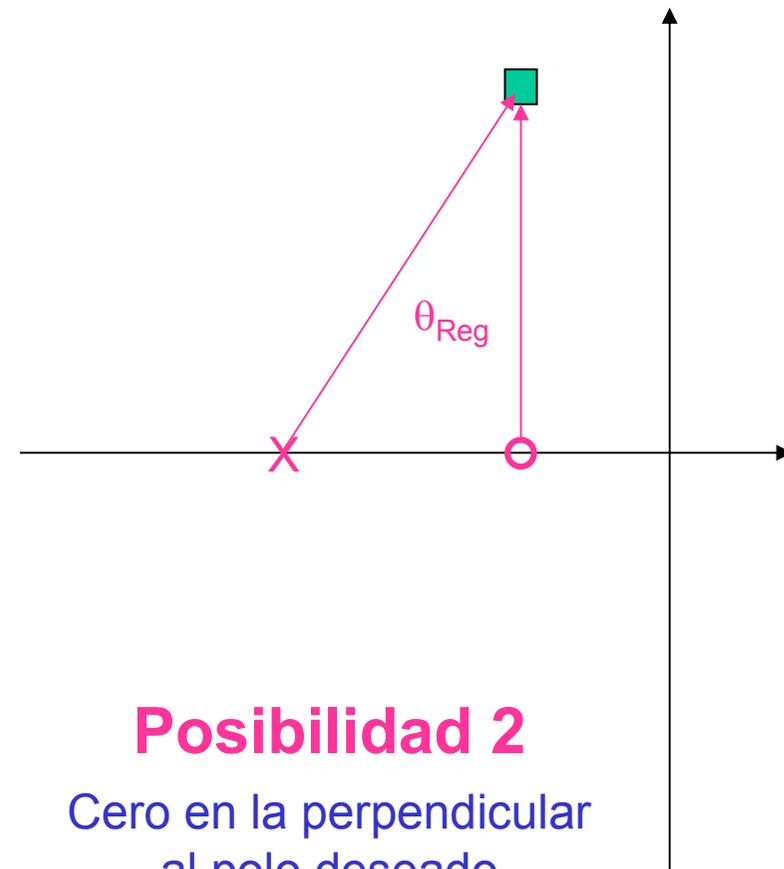
Diseño de reguladores PD

Posibilidad 1

Es posible diseñar empleando un cero puro y añadir un polo en un lugar que no afecte a una distancia de 3 a 20 veces la del polo

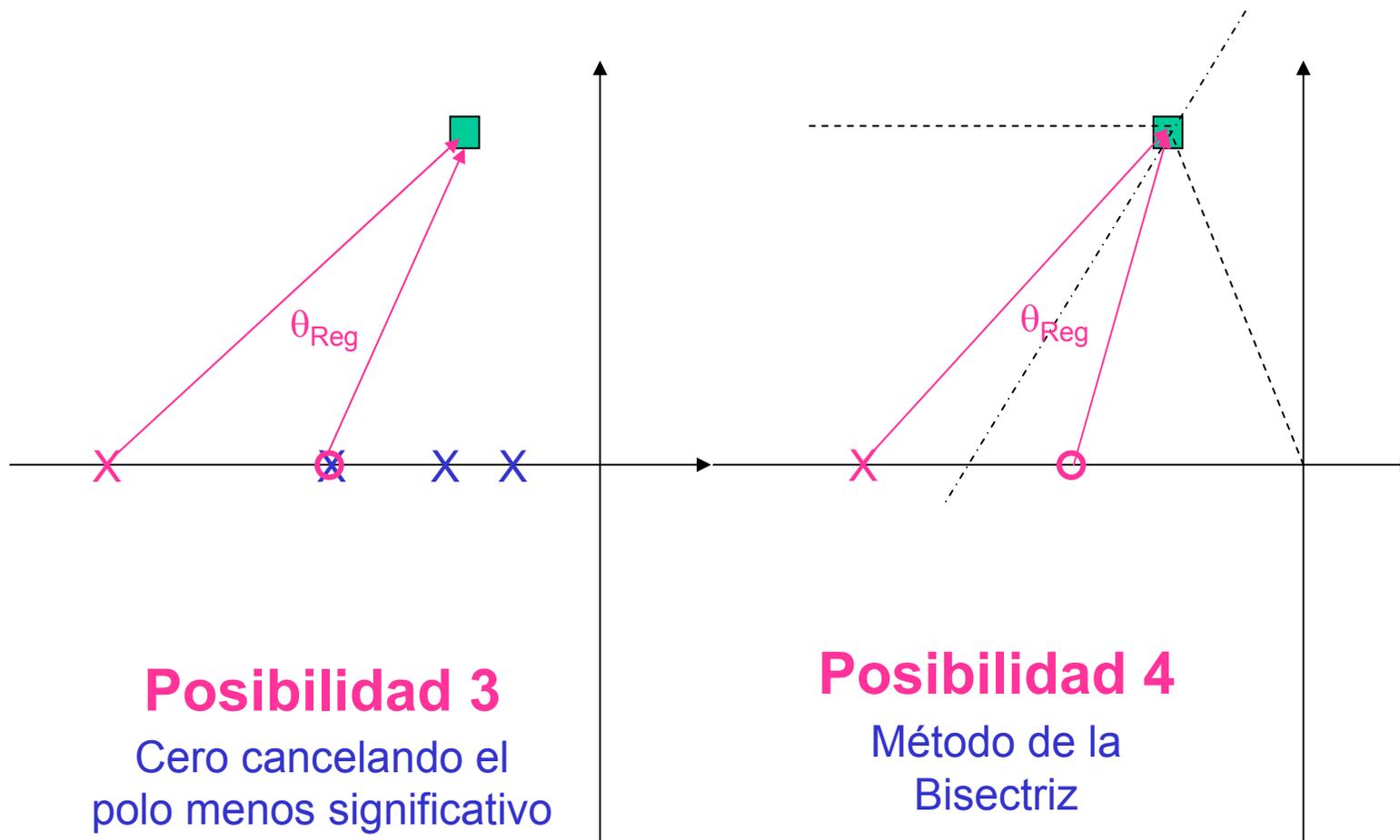
En general, la elección del polo plantea un compromiso entre:

- a) Supresión de ruido
- b) Efectividad de la compensación





Diseño de reguladores PD





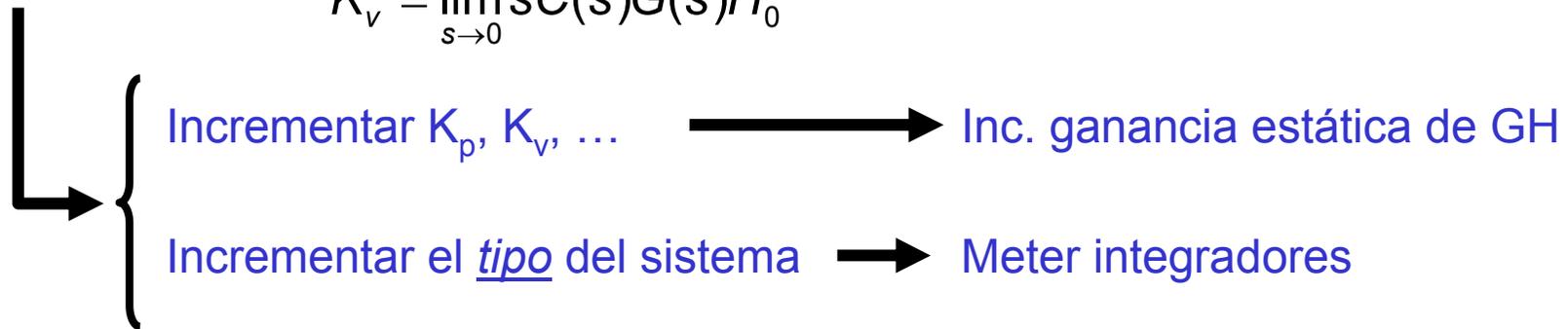
Diseño de reguladores PI

Cuando la respuesta transitoria es satisfactoria

Puede ocurrir que el permanente no sea satisfactorio (e_{rpp} , e_{rpv} , ...)

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} C(s)G(s)H_0$$

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sC(s)G(s)H_0$$



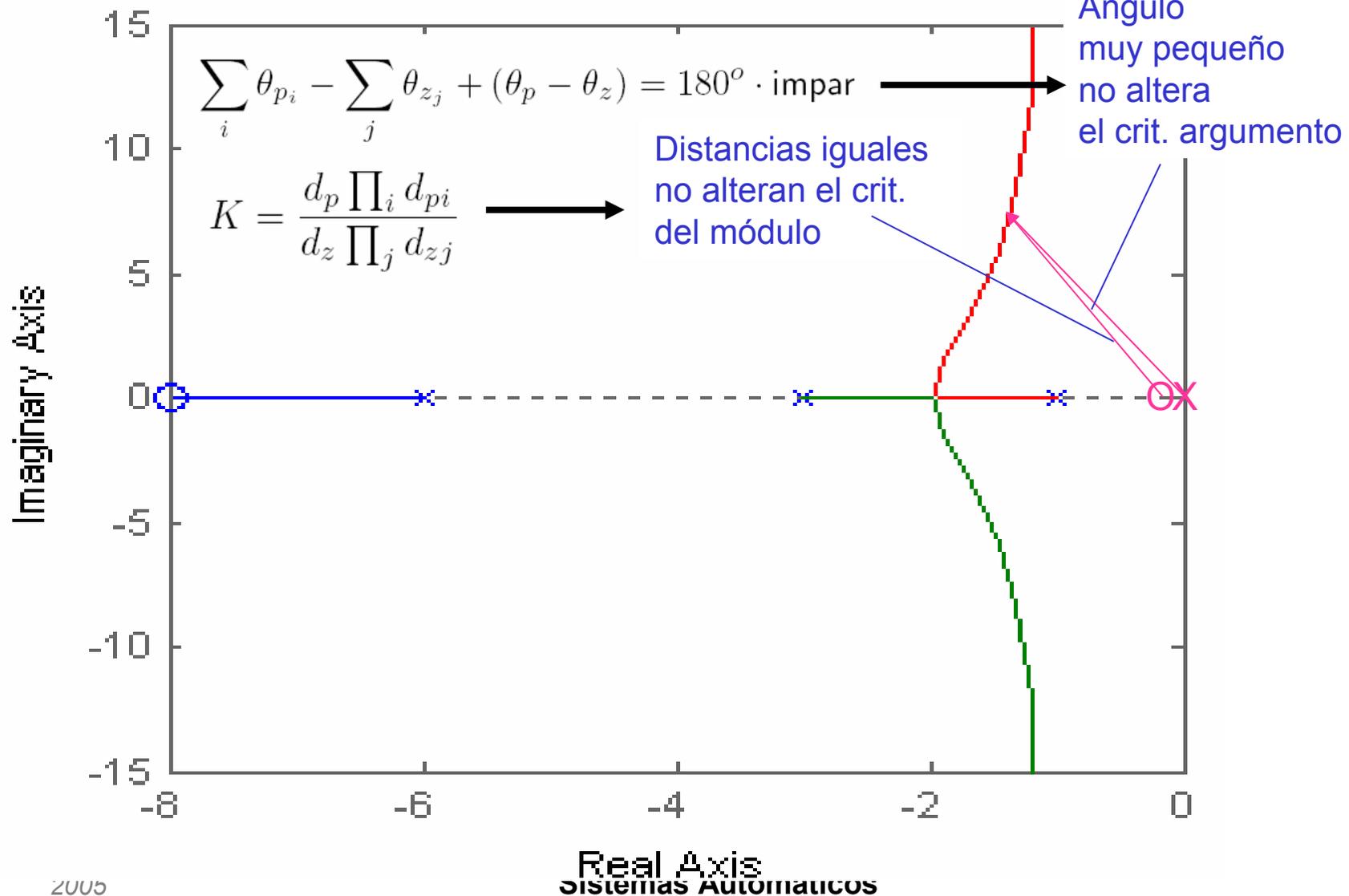
Solución:

$$C(s) = \frac{s + z}{s + p}, \quad z > p$$

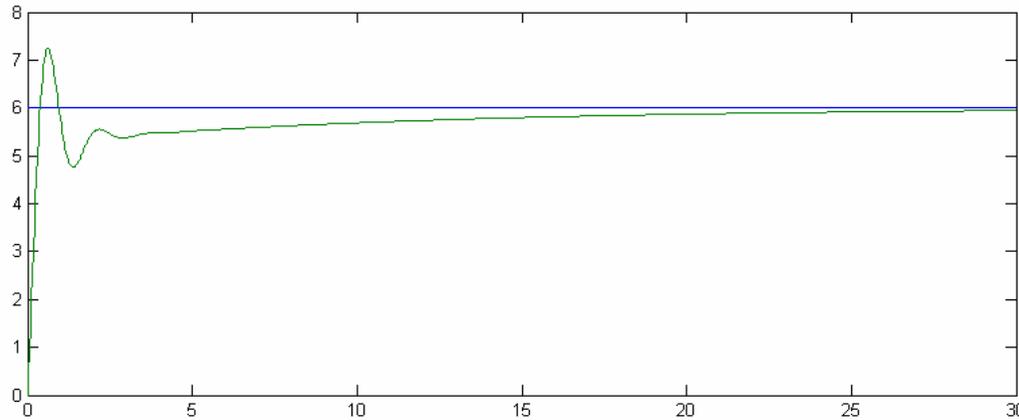
$z =$ pequeño \longrightarrow $z \sim p$, no modifica la dinámica
 $p =$ pequeño \longrightarrow $z \sim p$, no modifica la dinámica
 $z/p \approx 3 \sim 10 \longrightarrow$ Multiplica las K's por este factor



Root Locus

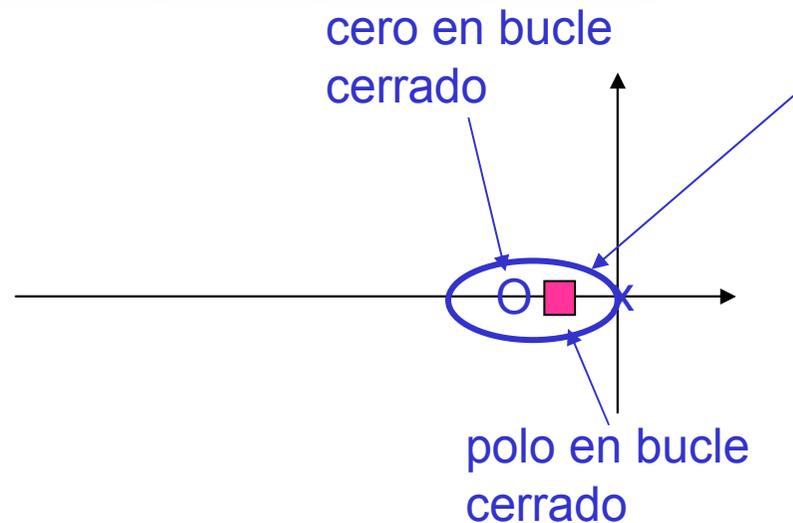


Problemática de los reguladores PI



Aparece un par polo-cero en bucle cerrado con dinámica muy lenta:

- Pequeña magnitud
- ¡¡¡ Transitorio lento !!!



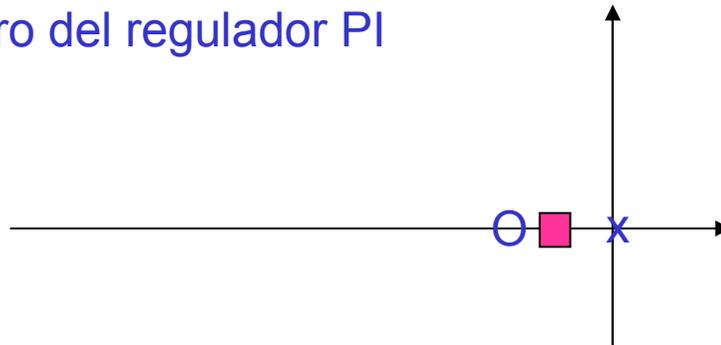
Afecta negativamente a los tiempos de establecimiento



Problemática de los reguladores PI

Solución de compromiso

Mover hacia la izquierda el par polo-cero del regulador PI

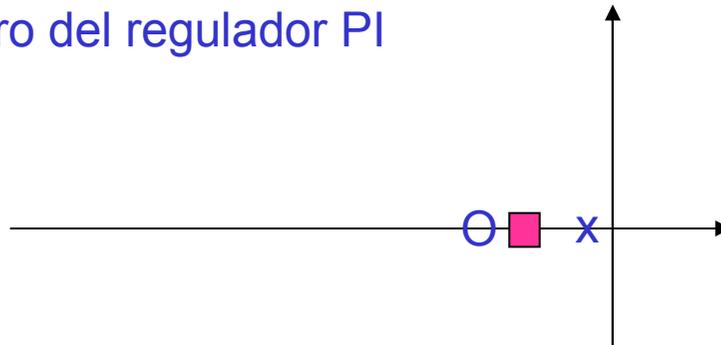




Problemática de los reguladores PI

Solución de compromiso

Mover hacia la izquierda el par polo-cero del regulador PI

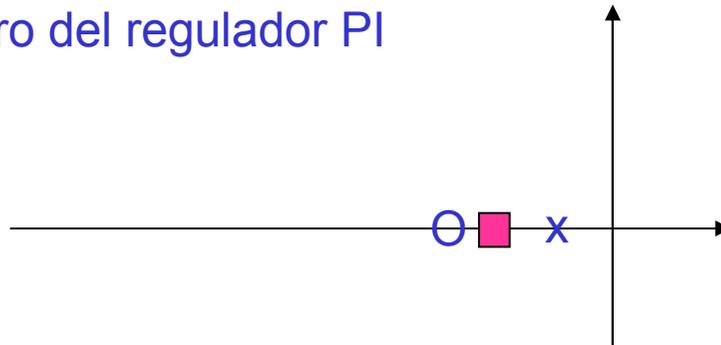




Problemática de los reguladores PI

Solución de compromiso

Mover hacia la izquierda el par polo-cero del regulador PI



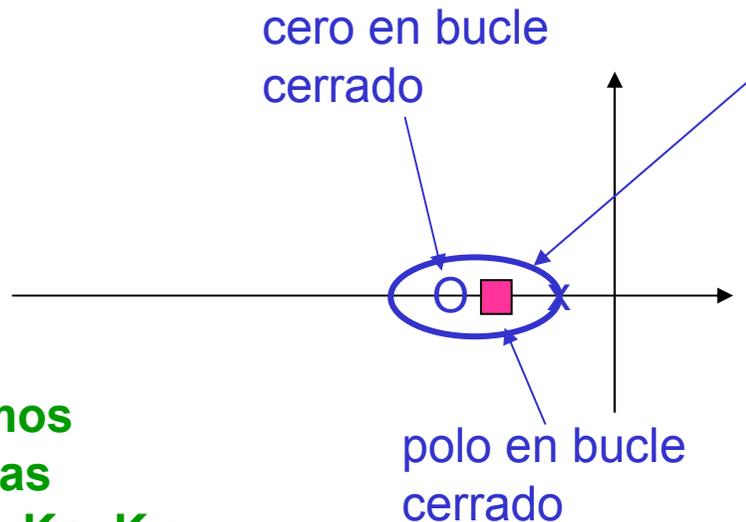


Problemática de los reguladores PI

Solución de compromiso

Ahora el par polo cero aparece más a la izquierda.

Su transitorio es más rápido y decae primero

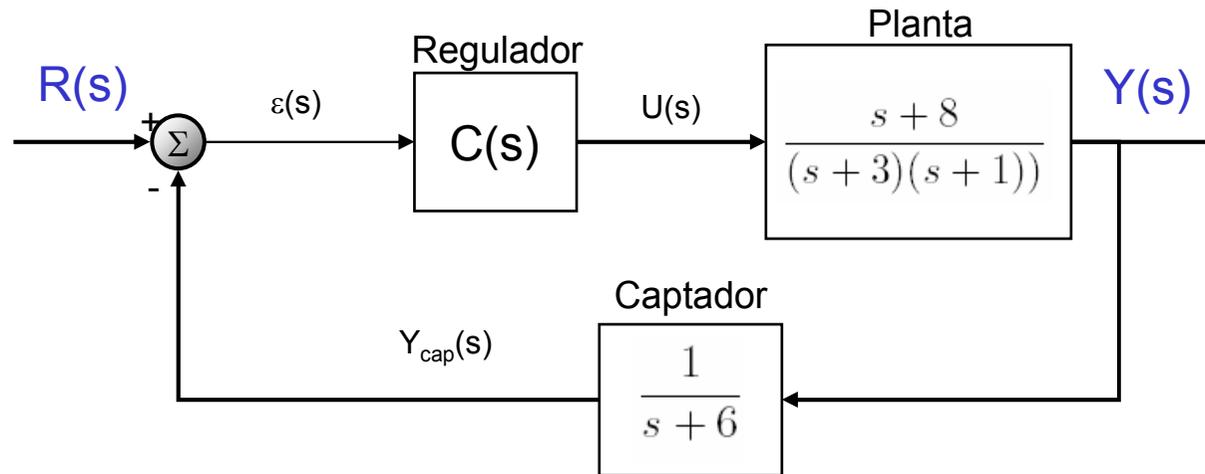


Conseguimos aumentar las constantes K_p , K_v , etc. en un factor z/p ... a menudo esto es suficiente

Como precio a pagar, el error ya no se cancela, aunque se disminuye respecto a la situación original



Ejemplo



Diseñar para:

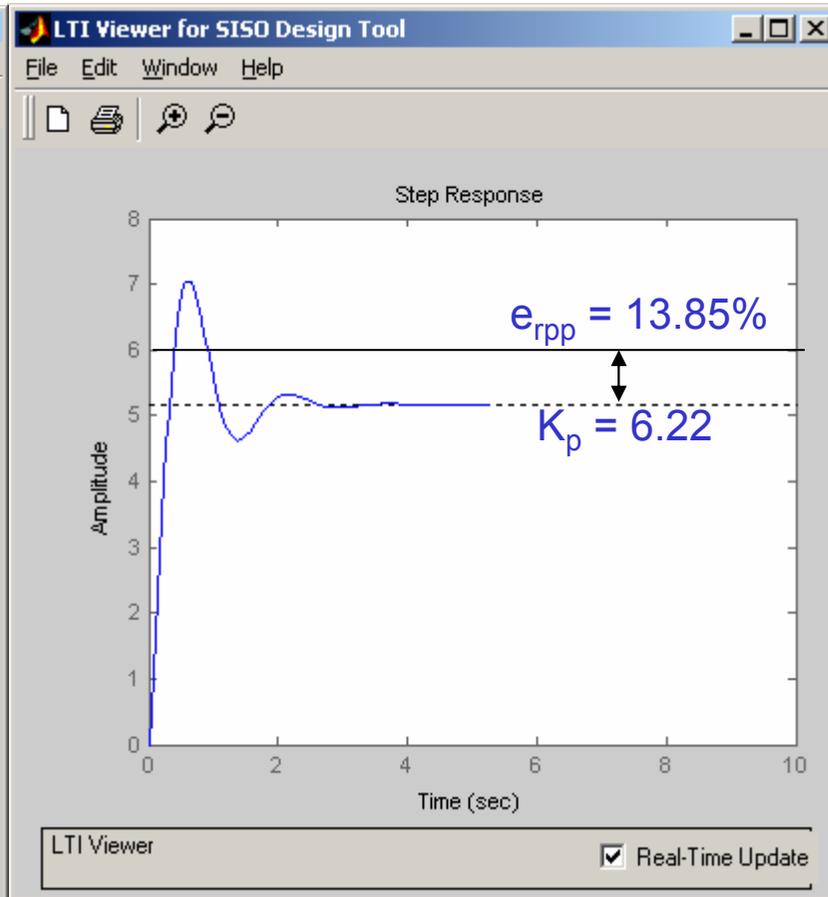
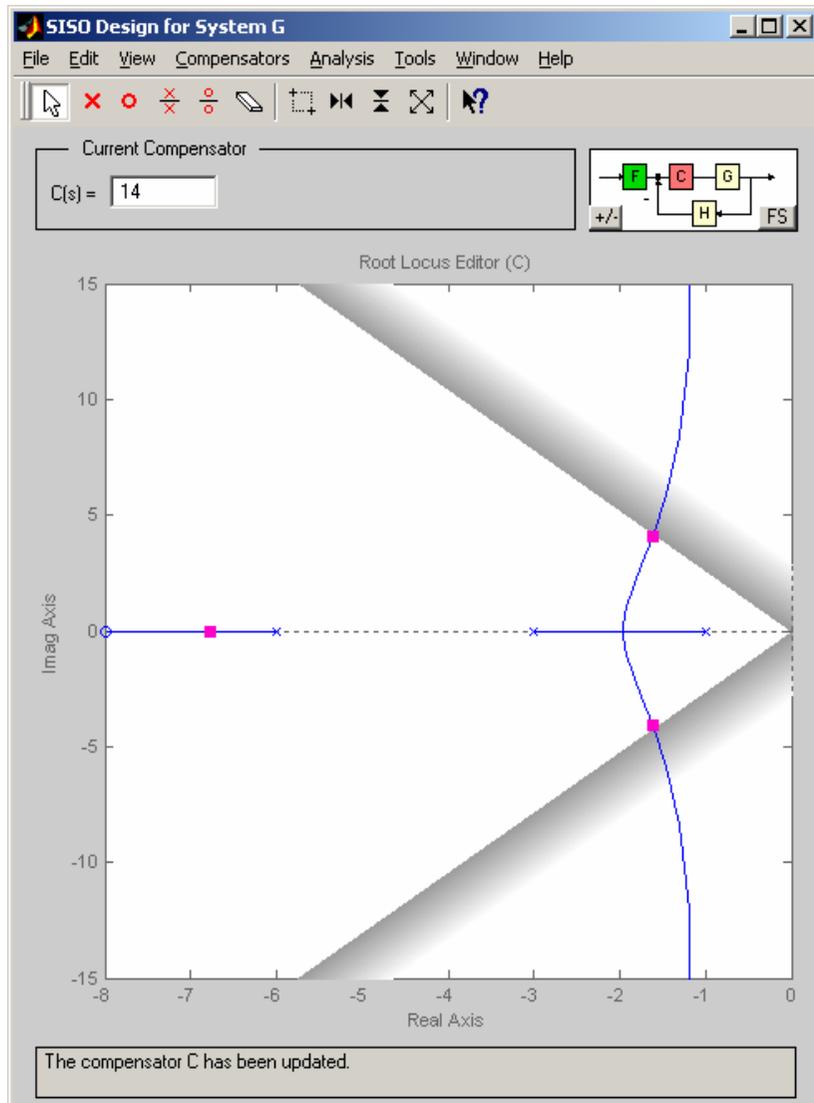
$$M_p < 30\%$$

$$e_p < 5\%$$

← Esta especificación no podemos cumplirla usando sólo un regulador P porque no hay margen para aumentar K

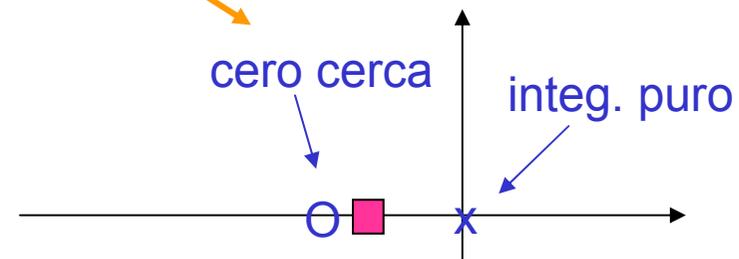
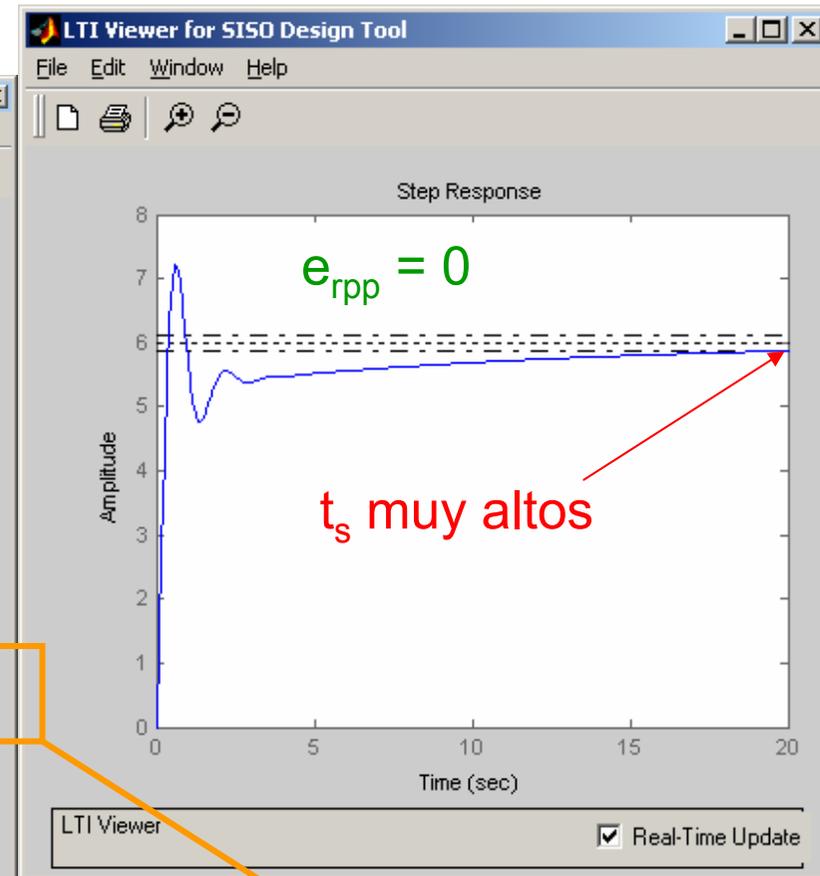
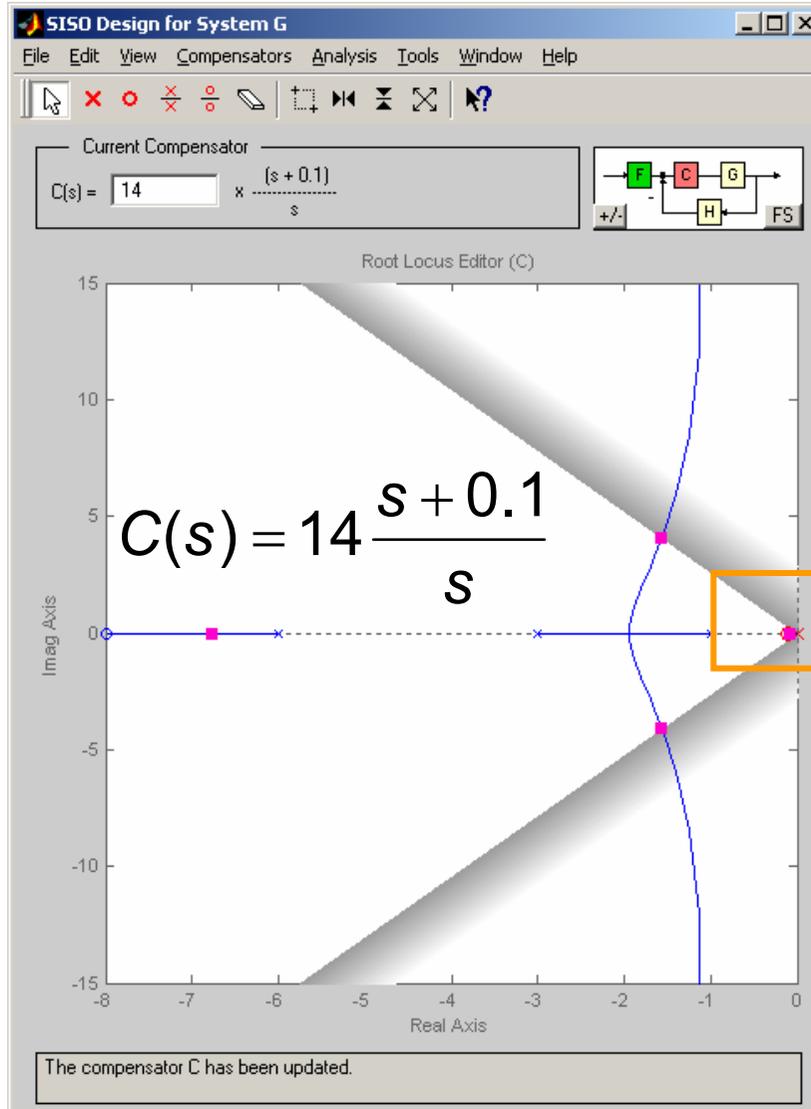


Regulador P (diseño original)



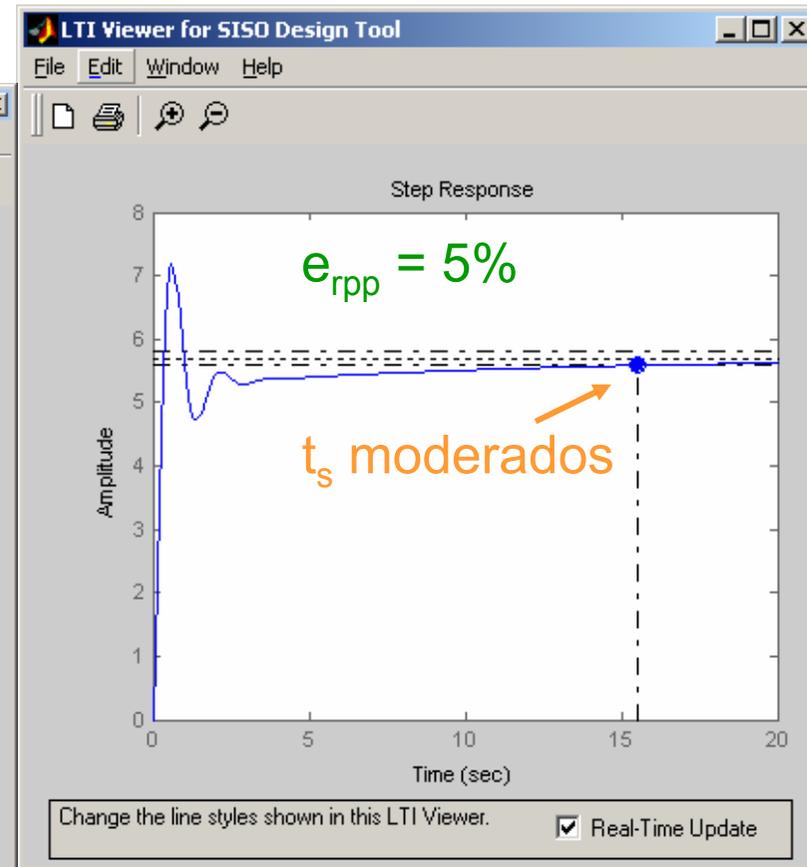
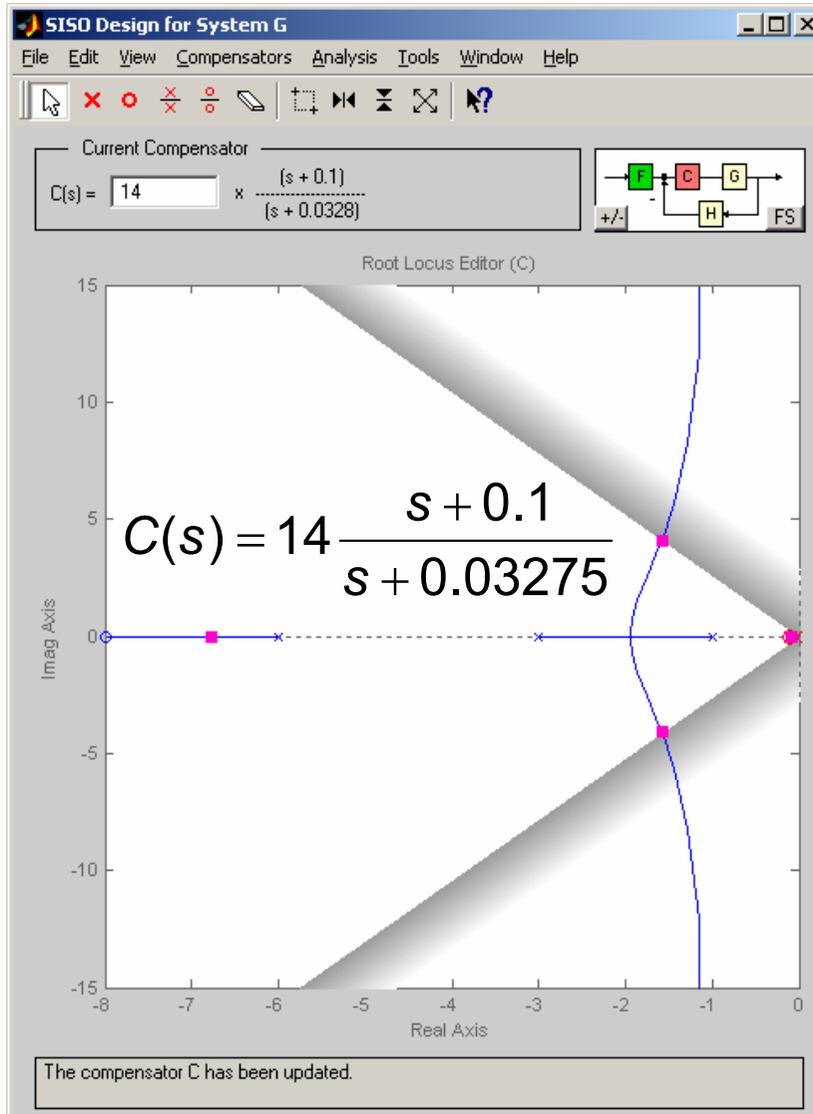
Hay que incrementar la K sin alterar LR

Regulador PI (Integ. + cero)





Regulador PI (polo+cero)



Necesitamos:

$$e_{rpp} = 0.05 = 1/(1+K_p) \longrightarrow K_p \geq 19$$

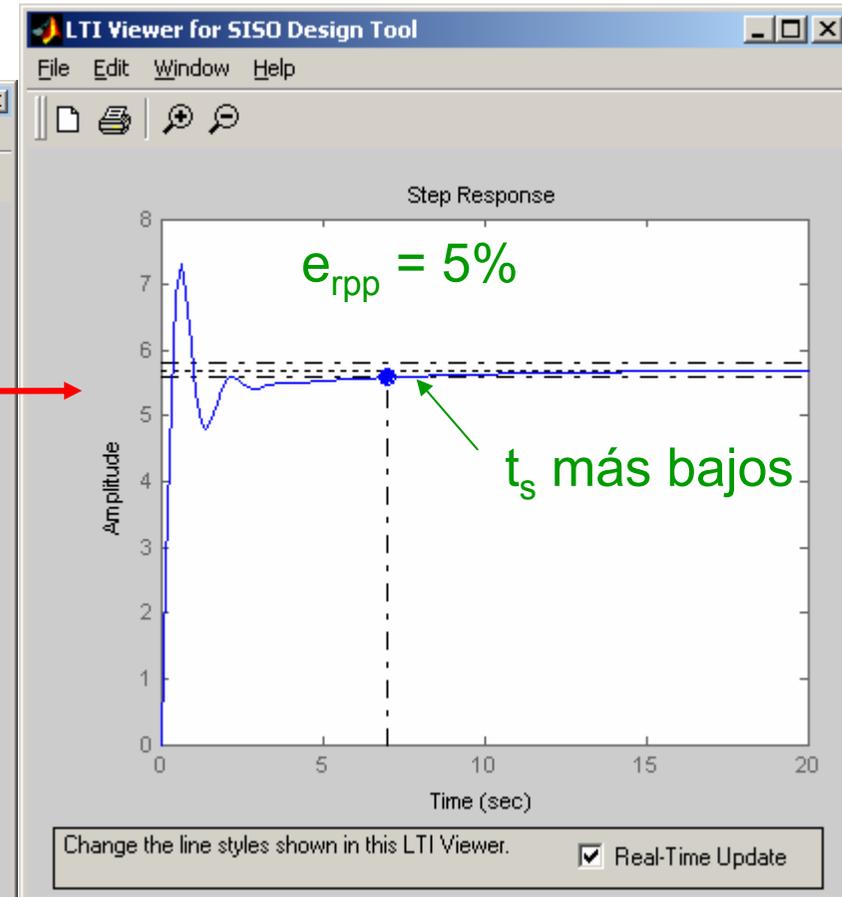
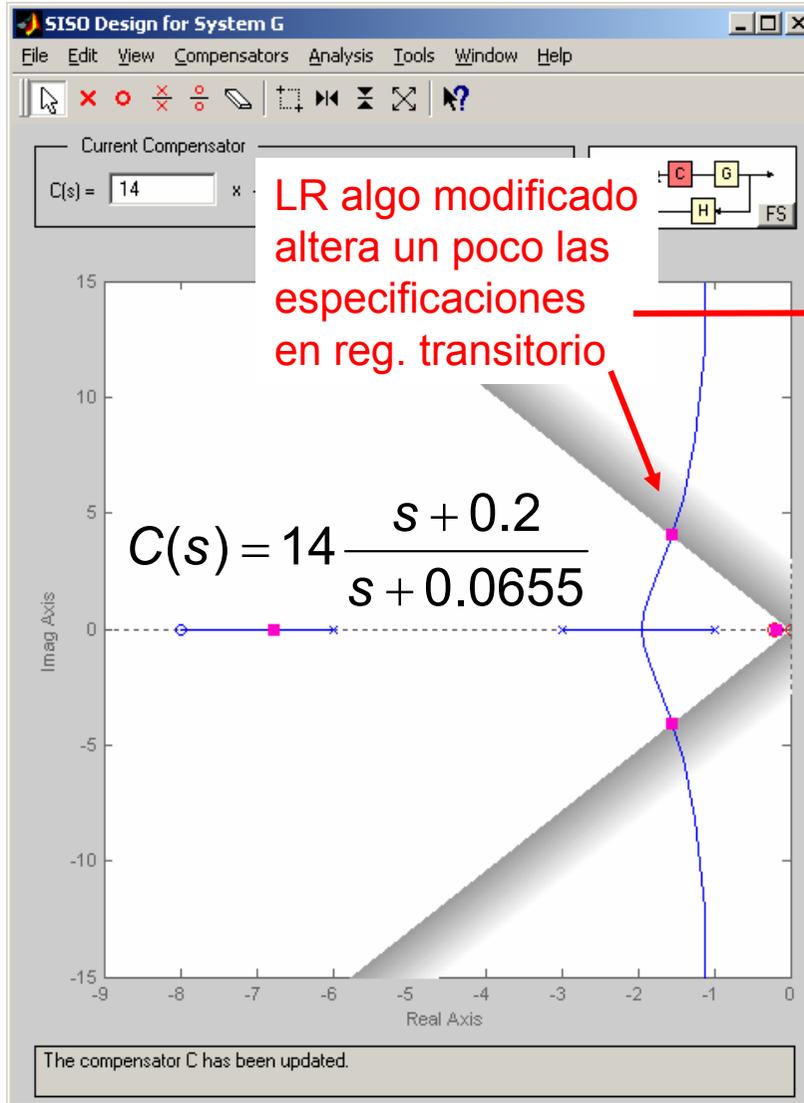
Hay que multiplicar K_p por un factor

$$19/6.22 = 3.0536$$

$$Ej: c = 0.1; p = 0.1/3.0536 = 0.03275$$



Regulador PI (polo+cero)



Idem para:

$$c = 0.2$$

$$p = 0.2/3.0536 = 0.0655$$



Procedimiento resumido de diseño

