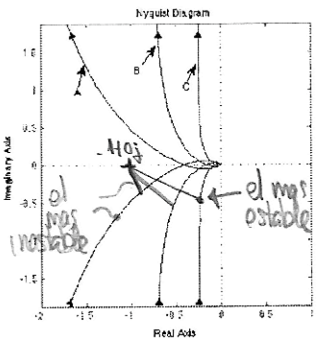
Apellidos, Nombre:	DNI:

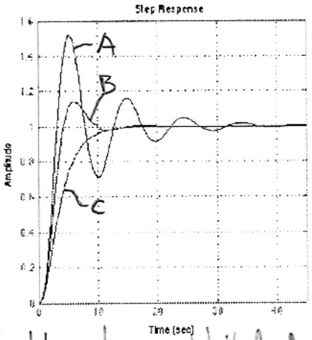
1. Enumere los lenguajes de programación recogidos en la norma IEC 61131.

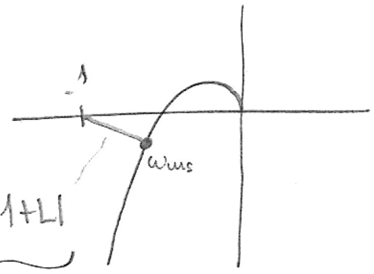
- Lista de instrucciones (IL)
- Texto estructurado (ST)
- Diagrama de bloques funcionales (FBD)
- Diagrama de escalera (LD)

2. Indicar cual de los siguientes sistemas tiene una mejor estabilidad relativa. Explicar el razonamiento (*Nota: sin un adecuado razonamiento la respuesta no tendrá validez*)

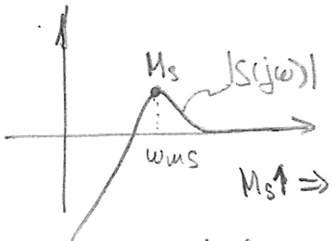
Evidentemente, el C, ya que su diagrama de Nyquist es el que pasa más lejos del punto $-1+0j$.







$\frac{1}{M_s} = |1+L|$



$|S(j\omega)| = \left|\frac{1}{1+L(j\omega)}\right|$

$M_s \uparrow \Rightarrow |1+L| \downarrow \Rightarrow$ Nyquist cerca de -1

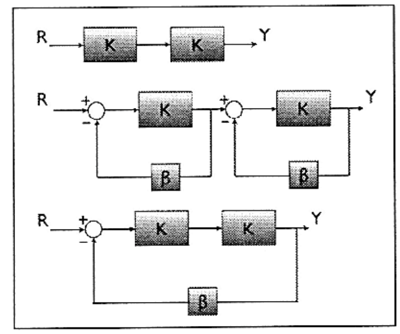
Una baja estabilidad relativa implica sensibilidad alta a ω_{ms} $\Rightarrow$ carácter oscilatorio

$\Downarrow$

C = más estable (- oscilatorio)
B = intermedio
A = más inestable (+ oscilatorio)

$\rightarrow$ Esta distancia es un indicador de la inestabilidad relativa

3. Suponiendo $K = 2$ y $\beta = 1$, calcular la sensibilidad de los tres sistemas ante pequeñas variaciones en el parámetro K. Asumiendo R constante e igual en los tres sistemas, calcular la variación porcentual en Y para una variación del 1 % en K.



a)* $S_K^T = \frac{\frac{\Delta T}{T}}{\frac{\Delta K}{K}} = \frac{\partial T}{\partial K}\cdot\frac{K}{T} = 2K\cdot\frac{K}{K^2} = \boxed{2}$

b)* Sea $T = T_1 T_2 \Rightarrow S_K^T = \frac{\partial T}{\partial K}\cdot\frac{K}{T} = \left(\frac{\partial T_1}{\partial K}T_2 + \frac{\partial T_2}{\partial K}T_1\right)\cdot\frac{K}{T_1 T_2} =$

$= \frac{\partial T_1}{\partial K}\cdot\frac{K}{T_1} + \frac{\partial T_2}{\partial K}\cdot\frac{K}{T_2} = \boxed{S_K^{T_1} + S_K^{T_2}}$

$S_K^{T_1} = \frac{1}{1+\beta K}$, $S_K^{T_2} = \frac{1}{1+\beta K} \Rightarrow S_K^T = \frac{2}{1+\beta K} = \frac{2}{1+1\cdot 2} = \boxed{\frac{2}{3}}$

c)* $S_K^T = \frac{\partial T}{\partial K}\cdot\frac{K}{T} = \frac{\partial T}{\partial K^2}\cdot\frac{\partial K^2}{\partial K}\cdot\frac{K}{T} = \underbrace{\frac{\partial T}{\partial K^2}\cdot\frac{K^2}{T}}_{S_{K^2}^T}\cdot\frac{\partial K^2}{\partial K}\cdot\frac{1}{K} = \frac{1}{1+\beta K^2}\cdot 2\cancel{K}\frac{1}{\cancel{K}} =$

$= \frac{2}{1+\beta K^2} = \frac{2}{1+1\cdot 4} = \boxed{\frac{2}{5}}$

$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta(T\cdot R)}{T\cdot R} = \frac{\Delta T}{T} = S_K^T\cdot\frac{\Delta K}{K}$

a) % variación Y = $2\times 1\% = 2\%$
b) % variación Y = $0.66\times 1\% = 0.66\%$
c) % variación Y = $0.4\times 1\% = 0.40\%$

*Se ha empleado la regla de la cadena para mostrar una forma alternativa (+ rápida) de calcular las sensibilidades. Lógicamente salen los mismos resultados aplicando directamente la definición

Apellidos, Nombre:	DNI:

4. Un motor produce un par $T(t)$ sobre el eje de giro de un brazo robot de longitud l, cuya masa m se supone toda ella concentrada en el extremo, haciendolo girar un ángulo $\theta(t)$ según la siguiente ecuación dinámica de balance de momentos:

$$ml^2\ddot{\theta}(t) = T(t) - mgl\,\mathrm{sen}(\theta) - B\dot{\theta}(t) - ml\cos(\theta)\,F_i(t)$$

donde B es el coeficiente de fricción viscosa y $F_i(t)$ es una fuerza inercial que debe considerarse cuando el brazo colocado sobre una plataforma móvil. Asumiendo que el robot opera en torno al punto de equilibrio definido por $\theta_0 = \pi, F_{io} = 0$, supóngase que el par del motor se ajusta según la siguiente ley de control: $T(t) = K\cdot(\theta_{ref} - \theta(t))$. Se pide:

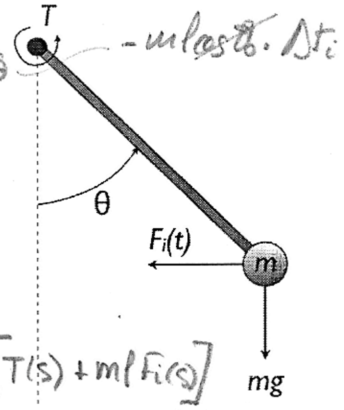
- Deducir el tipo de dinámica en función de K
- Hacer un pequeño diagrama de bloques del sistema que incluya todas las variables del sistema

Asumiendo un punto de equilibrio $\theta_0 = \pi \quad T_{io} = 0$

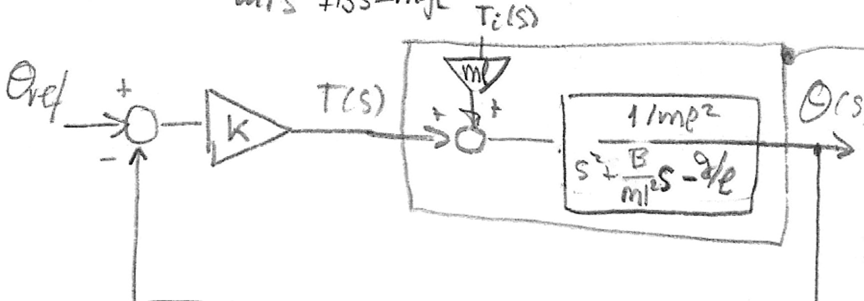
$$ml^2\Delta\ddot{\theta} = T - mgl\cancel{\cos\theta_0}\cdot\Delta\theta - B\Delta\dot{\theta} - ml(\cancel{\mathrm{sen}\,\theta_0})T_{io}\cdot\Delta\theta - ml\cos\theta_0\cdot\Delta T_i$$

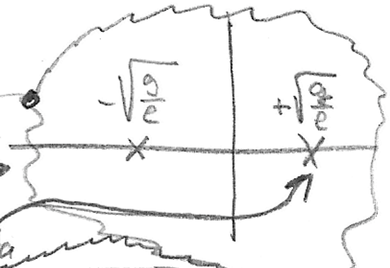
$$\rightarrow ml^2\Delta\ddot{\theta} = T + mgl\Delta\theta - B\Delta\dot{\theta} + ml\Delta F_i$$

$$ml^2s^2\theta(s) + Bs\theta(s) - mgl\theta(s) = T(s) + mlT_i(s)$$



$$\rightarrow \theta(s) = \frac{1}{ml^2s^2 + Bs - mgl}\cdot\left[T(s) + mlT_i(s)\right] = \frac{1/ml^2}{s^2 + \frac{B}{ml^2}s - \frac{g}{l}}\cdot\left[T(s) + mlF_i(s)\right]$$





$\boxed{\text{en cad cerrada}}$:

$$M(s) = \frac{K/ml^2}{s^2 + \frac{B}{ml^2}s + \left(\frac{K}{ml^2} - g/l\right)} = \frac{a}{s^2 + bs + (c - d)}$$

$\rightarrow$ raíces $= \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4(c-d)}}{2}$

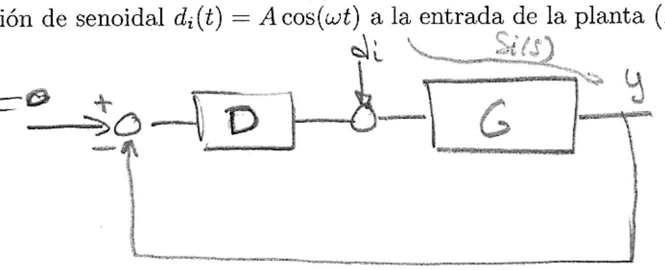
Si $\frac{K}{ml^2} > \frac{g}{l}$ y $B = 0$ (sin rozam) $\rightarrow$ oscilatorio puro (Polos imag puros)

Si $\frac{K}{ml^2} > \frac{g}{l}$ y $B > 0 \rightarrow$ ESTABLE oscilatorio amortiguado

Si $\frac{K}{ml^2} < \frac{g}{l} \longrightarrow$ INESTABLE

5. Para un sistema de control dado, la función de sensibilidad de entrada $|S_i(j\omega)|$ vale $-74dB$ a la frecuencia ω. Suponiendo una una referencia $r(t) = 1$, calcular la magnitud del rizado que producirá en la salida una perturbación de senoidal $d_i(t) = A\cos(\omega t)$ a la entrada de la planta (*Nota: recordar que* $20\log_{10}2 \approx 6dB$).

Hacemos superposición (no nos interesa la salida para r=1) → r=0



magnitud del rizado

$$A_y = |S_i(j\omega)|\cdot A$$

$$d_i = A\cos(\omega t) \rightarrow \boxed{S_i(j\omega)} \rightarrow y = \underbrace{|S_i(j\omega)|\cdot A}_{A_y}\cdot\cos\left(\omega t + \angle S_i(j\omega)\right)$$

$$-74dB = \underbrace{-80dB}_{10^{-4}} + \underbrace{6dB}_{2}$$

$$\underline{\underline{A_y}} = 2\times10^{-4}\cdot A = \underline{\underline{0{,}0002A}}$$