Apellidos, Nombre:
D.N.I.:

**Ejercicio 1**

El diagrama de Bode representado en la figura, corresponde a un sistema cuya función de transferencia es:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G(s) = \frac{6}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$

Razonar como se obtiene la respuesta de dicho sistema frente a una entrada del tipo u(t)=4sen(2·t)

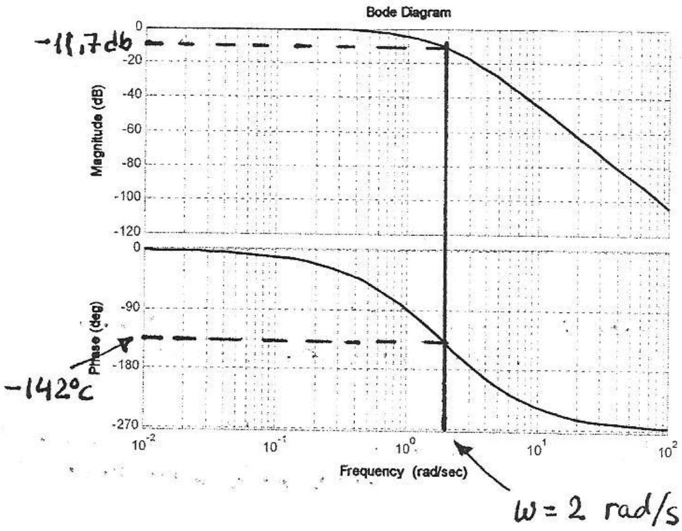
$$|G(j\omega)|_{\omega=2} = -11{,}7 \text{ db}$$

$$10^{(-11{,}7/20)} = 0{,}26$$

$$\angle G(j\omega)_{\omega=2} = -142^{\circ}c = -2{,}4784 \text{ rad}$$

$$y_{rp}(t) = 4 \times 0{,}26 \text{ sen } [2t - 2{,}4784]$$

$$\boxed{y_{rp}(t) = 1{,}04 \text{ sen } (2t - 2{,}4784)}$$




**Ejercicio 2**

Un sistema viene definido por la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{dy(t)}{dt} + \frac{y(t)}{x(t)} + y(t) = x^2(t) + 2$$

Obtener el modelo lineal en torno al punto de funcionamiento definido por $x_0$=2. A partir del modelo lineal, obtener la función de transferencia Y(s)/X(s)

Pto. equilibrio $\Rightarrow \frac{y_0}{x_0} + y_0 = x_0^2 + 2 \Rightarrow y_0 = 4;\ x_0 = 2;\ \dot{y}_0 = 0$

Linealizamos:

$$\dot{y}_0 + \Delta\dot{y}(t) + \frac{y_0}{x_0} + \frac{1}{x_0}\Delta y(t) - \frac{y_0}{x_0^2}\Delta x(t) + y_0 + \Delta y(t) = x_0^2 + 2x_0\Delta x(t) + 2$$

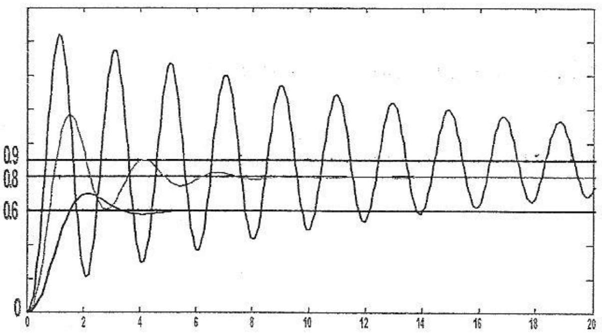
Sustituyendo valores:

$$\Delta\dot{y}(t) + \frac{3}{2}\Delta y(t) - \Delta x(t) = 4\Delta x(t)$$

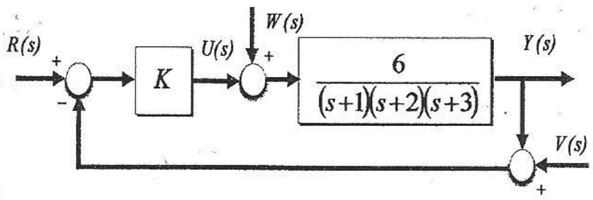
Aplicando Laplace:

$$sY(s) + \frac{3}{2}Y(s) = 5X(s) \Longrightarrow \boxed{\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{5}{s + \frac{3}{2}} = \frac{10}{3 + 2s}}$$

**Ejercicio 3**
Las respuestas del sistema de la figura b) para tres valores diferentes de K, a entrada escalón unitario en R(s), se representan en la figura a). Determinar los valores de K y dibujar, de forma aproximada, el diagrama polar de L(s) para dichos valores de K y ordenarlos en cuanto a su estabilidad relativa.




a)

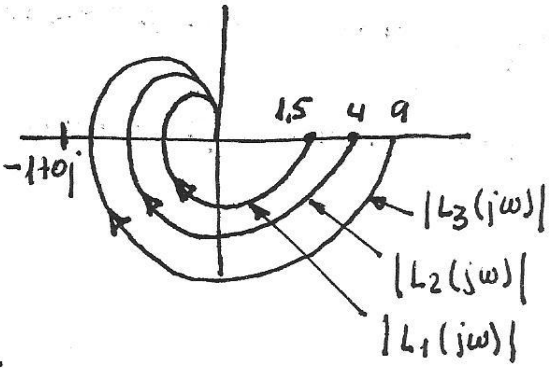



b)

$$y(s) = \frac{6K}{(s+1)(s+2)(s+3)+6K} \cdot R(s)$$

$$y(\infty) = \lim s \frac{6K}{(s+1)(s+2)(s+3)+6K} \cdot \frac{1}{s}$$

$$y(\infty) = \frac{K}{1+K}$$




a) $0{,}6 = \frac{K}{1+K} \Rightarrow K = 1{,}5$

b) $0'8 = \frac{K}{1+K} \Rightarrow K = 4$

c) $0{,}9 = \frac{K}{1+K} \Rightarrow K = 9$

$$L_1(s) = \frac{9}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$

$$L_2(s) = \frac{24}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$

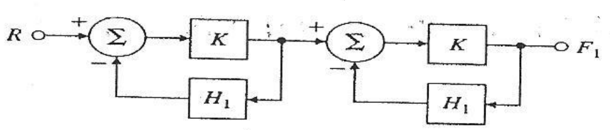
$$L_3(s) = \frac{54}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$

a) más estable que b)

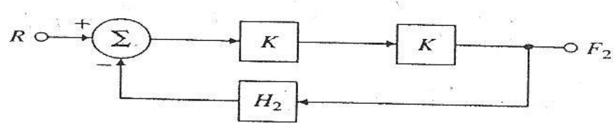
b) más estable que c

$a > b > c$

**Ejercicio 4**
Comparar la sensibilidad de las dos estructuras de control de la figura ante variaciones en la ganancia K. Seleccionar $H_1$ y $H_2$ de modo que $T_1(s)=T_2(s)$ y suponer también que $KH_1>0$.




(a)




(b)

$$S_K^{T_1} = \frac{K}{\frac{K^2}{(1+KH_1)^2}} \cdot \frac{2K(1+KH_1)^2 - K^2 2H_1(1+KH_1)}{(1+KH_1)^4}$$

Simplificando $\boxed{S_K^{T_1} = \frac{2}{1+KH_1}}$

$$S_K^{T_2} = \frac{K}{\frac{K^2}{(1+K^2H_2)}} \cdot \frac{2K(1+K^2H_2) - K^2 2KH_2}{(1+K^2H_2)^2}$$

$$\boxed{S_K^{T_2} = \frac{2}{1+K^2H_2}}$$

$$\frac{K^2}{(1+KH_1)^2} = \frac{K^2}{1+K^2H_2}$$

Despejando $H_2$:

$$H_2 = H_1^2 + 2\frac{H_1}{K}$$

$$\boxed{S_K^{T_2} = \frac{S_K^{T_1}}{1+KH_1}}$$