La utilización de calculadoras NO está permitida. Las operaciones simples deben resolverse a mano. Las operaciones más complejas pueden dejarse indicadas de la forma más desarrollada posible. Ej: Conocida $M_p = 5\,\%$ deseamos obtener el ángulo θ y sabemos que $M_p = e^{-\pi \tan\theta}$.

- Respuesta válida: "$\theta = \arctan\left(-\frac{\ln 0{,}05}{\pi}\right)$".
- Respuesta no válida: "Y despejamos θ de la ecuación …".

Si algún resultado dependiera de un valor numérico, y este no se pudiera concretar por no disponer de calculadora, comente las distintas posibilidades.

1. Un sistema presenta el diagrama de Bode que se muestra en la figura 1. Asumiendo realimentación unitaria y utilizando un regulador proporcional:
   (a) Determinar la mayor ganancia que teóricamente podría tener este regulador.
   (b) Determinar la ganancia necesaria para que el sistema controlado tenga un ancho de banda de 2 rad/s.
   (c) Determinar la ganancia del regulador necesaria para que el sistema controlado tenga un error de seguimiento de referencias en régimen permanente inferior al 10 %.

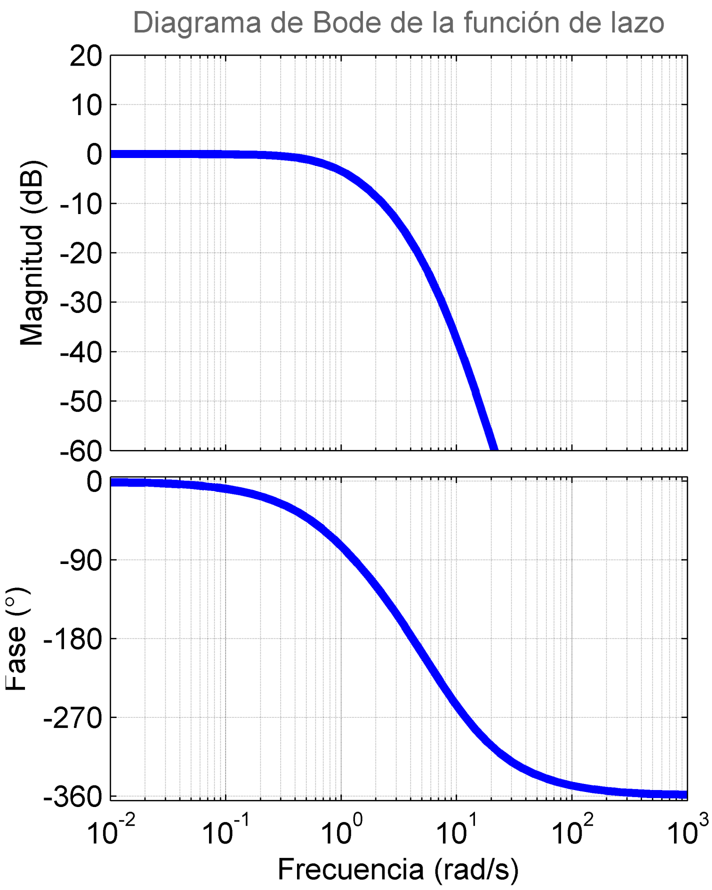

Figura 1: Diagrama de Bode de $G(s)$

2. La figura 2 muestra el lugar de las raíces de un sistema controlado con un regulador proporcional y realimentación que puede considerarse unitaria, tras haber hecho los oportunos ajustes con el selector de referencia. La ganancia *estática* del sistema a controlar es 1.

   (a) Determine si es posible controlar el sistema de tal forma que su tiempo de establecimiento ante entrada escalón sea de 1 segundo. Si fuera así, sintonice el regulador. Si no fuera posible, proponga una alternativa.

   (b) Determine si es posible controlar el sistema de tal forma que su tiempo de establecimiento ante entrada escalón sea de dos segundos y el tiempo de pico sea de $\pi/2$ s. Si fuera así, sintonice el regulador. Si no fuera posible, proponga una alternativa

   (c) Determine si es posible controlar el sistema de tal forma que su error en régimen permanente sea menor del 5 %. Si fuera así, sintonice el regulador. Si no fuera posible, proponga una alternativa.

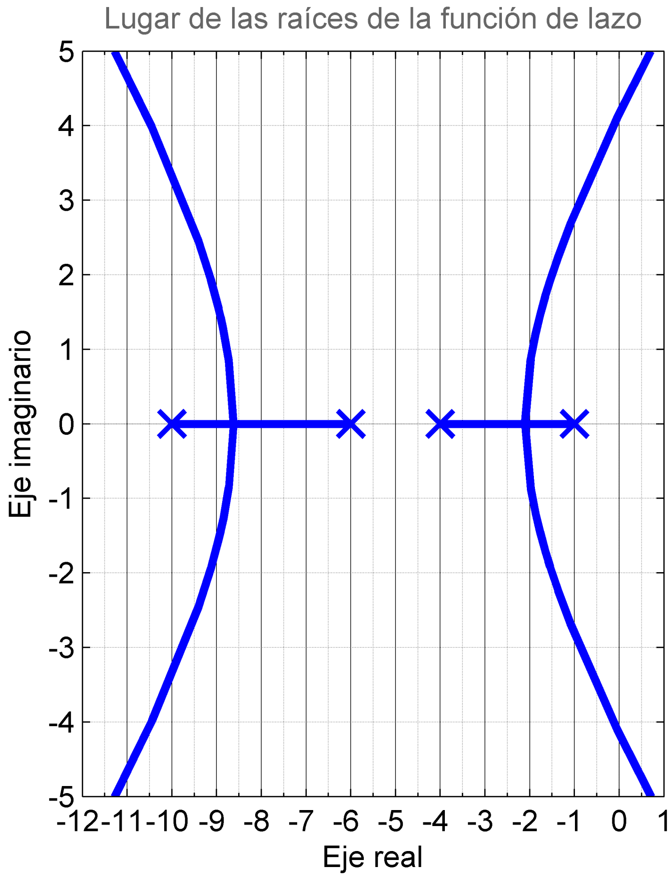

Figura 2: Lugar de las raíces

3. La figura 3 muestra los polos y ceros de un sistema que se pretende controlar con un regulador proporcional. La ganancia *estática* del sistema a controlar es 1. Se puede asumir realimentación unitaria.

   (a) Esquematice las posibles posiciones que podrían tomar los polos del sistema controlado utilizando dicho regulador.

   (b) Indique si el sistema tendría algún cero en cadena cerrada al utilizar dicho regulador. En caso afirmativo diga dónde y evalúe cuál sería su efecto.

   (c) ¿Cuál es la ganancia teórica máxima que podría tomar el sistema?

   (d) Dadas unas especificaciones temporales, se llega a la conclusión de que interesa que los polos dominantes del sistema en cadena cerrada estén en la posición $-1 + 7j$. ¿Se podría lograr con este regulador?

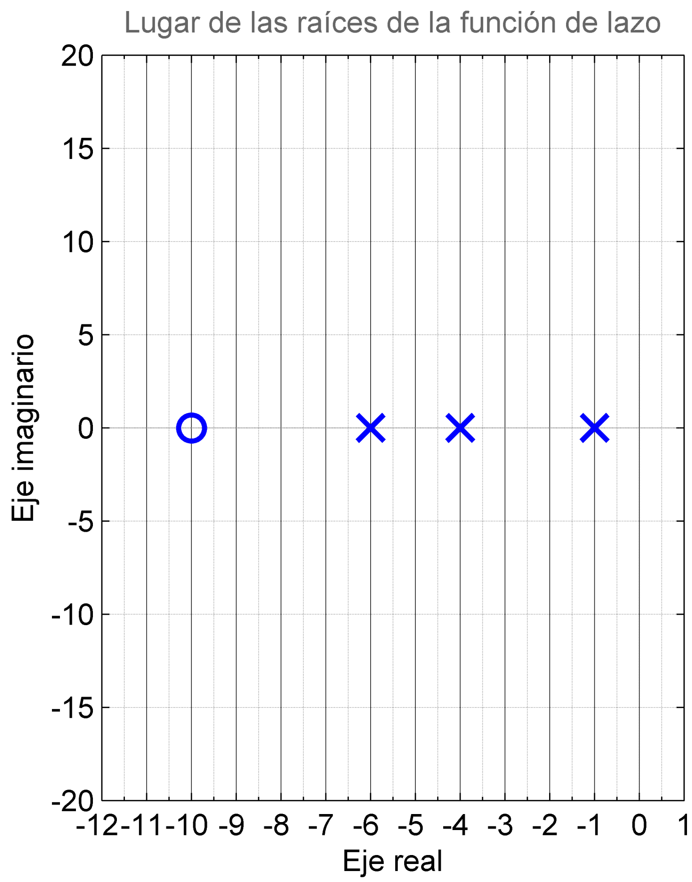

Figura 3: Plano de polos y ceros de $G(s)$

4. Para mantener un submarino equilibrado, se dispone de unos tanques (tanques de *trimado*) entre los que se puede bombear agua, cambiando de esta forma la posición del centro de masas. El sistema se puede considerar dividido en dos subsistemas. En el primero de ellos, G_1, se modifica la posición del centro de masas del submarino en función de la tensión aplicada a un motor de corriente continua; mientras el segundo, G_2, representa la inclinación del submarino en función de la posición del centro de masas.

$$\xrightarrow{V_e(s)} \boxed{G_1(s)} \xrightarrow{X(s)} \boxed{G_2(s)} \xrightarrow{\theta(s)}$$

Figura 4: Funciones de transferencia del sistema

El subsistema G_1 se controla desde la entrada de tensión del motor, siendo las ecuaciones de este motor:

$$V_e(t) - F_{em}(t) = Ri(t) \quad (1)$$

$$T_1(t) = K_p i(t) \quad (2)$$

$$F_{em}(t) = K_m \omega_1(t) \quad (3)$$

El par generado por el motor, $T_1(t)$, se emplea para arrastrar una bomba hidráulica, siendo su expresión:

$$T_1(t) = J_1 \frac{d\omega_1(t)}{dt} + B_1 \omega_1(t) \quad (4)$$

El caudal de agua desplazado por la bomba es

$$q(t) = K_b \omega_1(t) \quad (5)$$

En función de la cantidad de agua desplazada entre los tanques trasero y delantero, la distancia entre el centro de gravedad y el centro de flotación $x(t)$ se puede expresar como:

$$x(t) = K_x \int q(t)\ dt \quad (6)$$

La entrada al subsistema G_2 es la distancia, $x(t)$ entre el centro de masas y el centro de flotación del submarino. En función de esta distancia el submarino experimenta un par de giro

$$T_2(t) = F \cdot x(t) \cdot \cos\theta(t) \quad (7)$$

siendo F una constante.

Este par, provoca un giro en el submarino según la ecuación

$$T_2(t) = J_2 \frac{d\omega(t)}{dt} + B_2 \omega(t) \quad (8)$$

El ángulo de inclinación del submarino responde a la expresión

$$\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (9)$$

(a) Linealizar las ecuaciones en torno al punto de equilibrio $\theta_0 = 0$.

(b) Dibujar es diagrama de bloques correspondiente al subsistema G_1.

(c) Dibujar el diagrama de bloques correspondiente al subsistema G_2

(d) Calcular las funciones de transferencia entre la entrada y la salida para cada uno de los subsistemas. $G_1(s) = \frac{x(s)}{V_e(s)}$ y $G_2(s) = \frac{\theta(s)}{x(s)}$

Valores de las constantes: $R = 4$, $K_m = 1$, $K_p = 2$, $J_1 = 10{,}5$, $B_1 = 3$, $K_b = 2$, $K_x = 4$, $F = 100$, $J_2 = 50$, $B_2 = 500$

Nota: Los valores de estas constantes han sido elegidos para obtener funciones de transferencia sencillas, y no representan ningún caso real.

1.

2.

3.