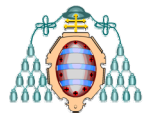


Universidad
de Oviedo



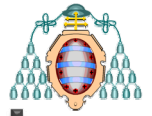
Sintonización de la acción integral

Sistemas Automáticos– Tema 9



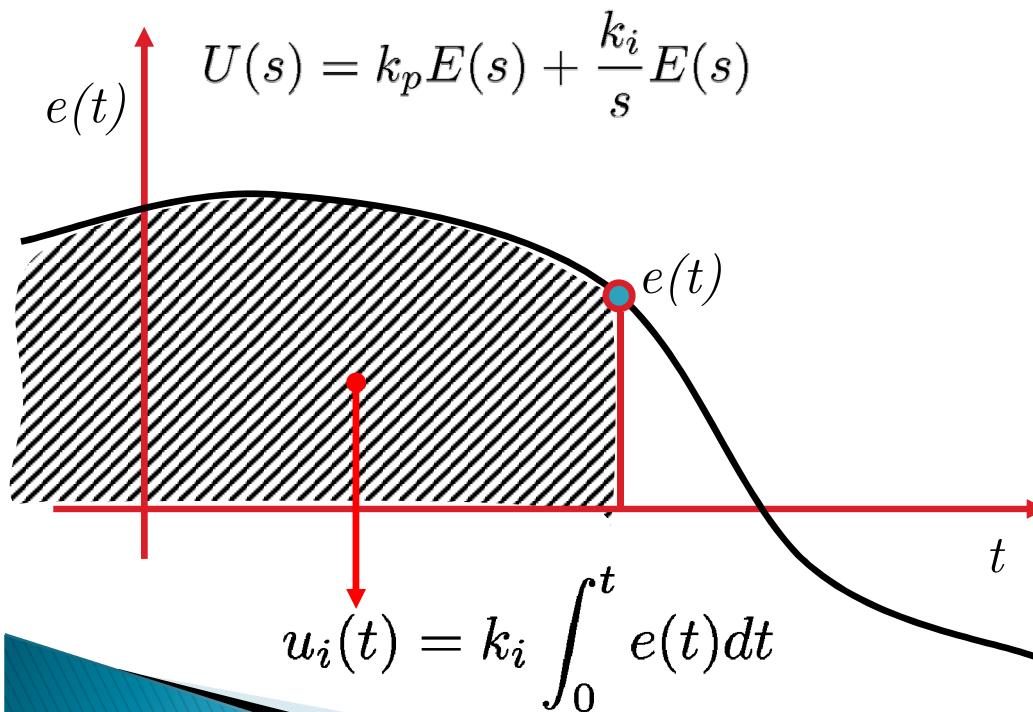
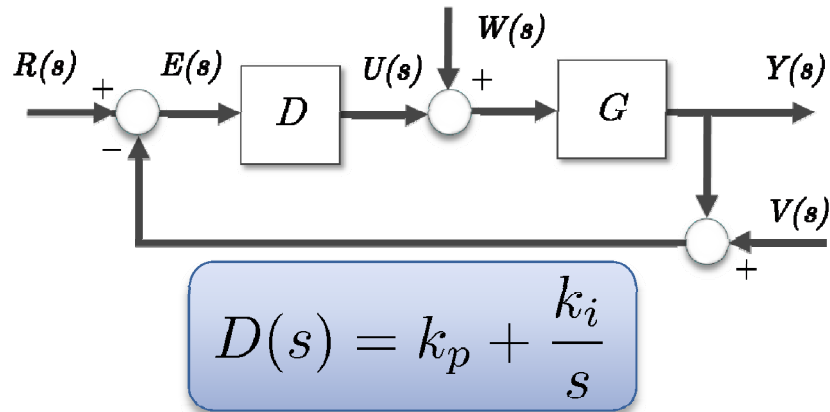
Contenidos del tema

- ▶ El regulador proporcional integral
- ▶ Efecto de la ganancia integral
- ▶ Sintonización mediante lugar de las raíces
- ▶ Sintonización mediante la función de lazo
- ▶ Otras soluciones de sintonización
- ▶ El regulador PI modificado o red de atraso de fase
- ▶ Sintonización mediante lugar de las raíces
- ▶ Sintonización mediante la función de lazo

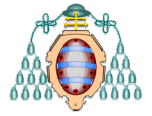


El regulador proporcional–integral

Propiedades



- Se basa en la integral del error.
- Mientras el error persiste en régimen permanente, la acción de control se incrementa (el integrador sigue integrando).
- En régimen permanente, el error se hace cero (si no, tendríamos un sistema inestable).
- La acción se basa en la “historia” del error, por tanto conlleva cierto retraso (no confundir con retraso puro).
- Este retraso origina dinámicas lentas, más oscilatorias y a veces inestabilidad.
- La acción integral suele ir acompañada de una acción proporcional → Acción Proporcional–Integral (PI)



Efecto de la ganancia integral

$$D(s) = k_p + \frac{k_i}{s} = k_p \frac{s + \frac{k_i}{k_p}}{s}$$

Polos y ceros del regulador

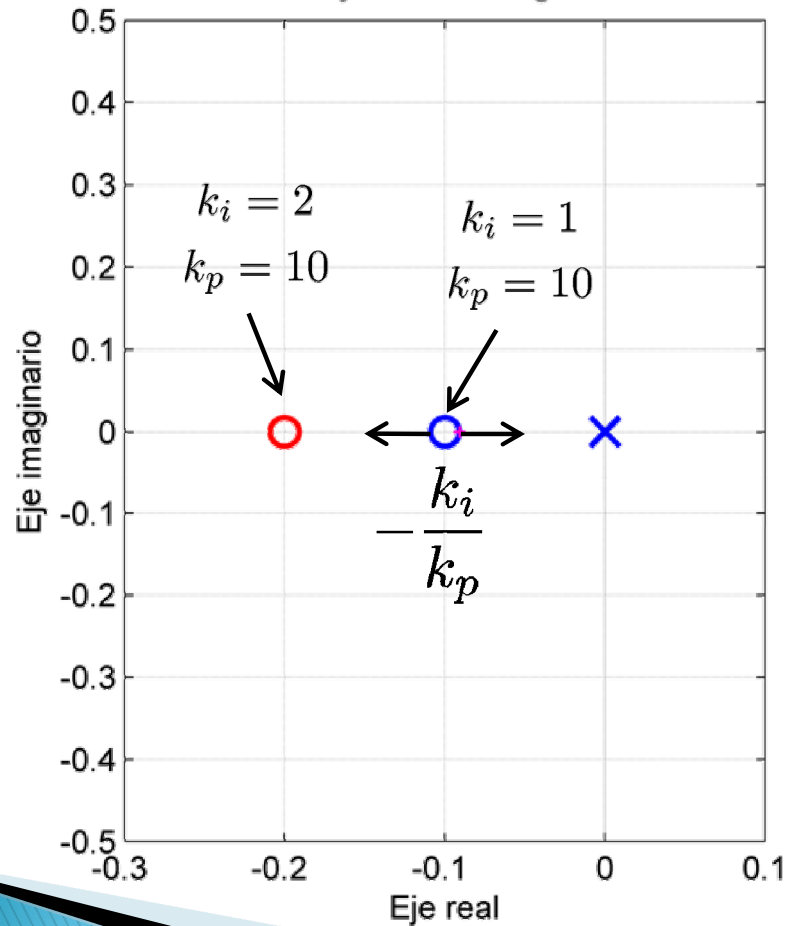
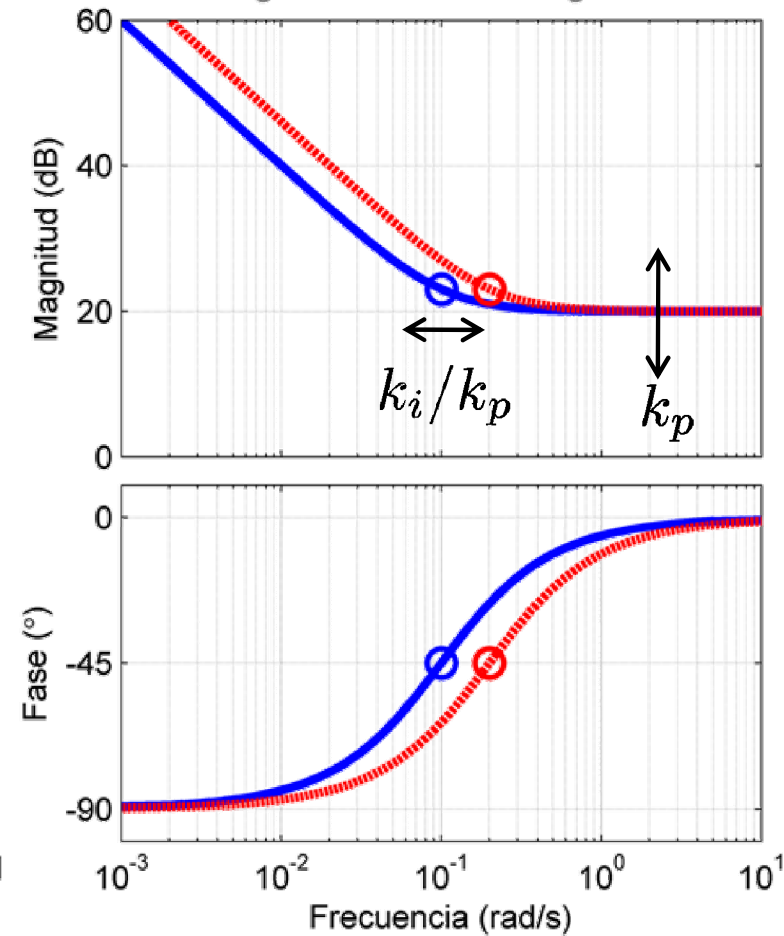
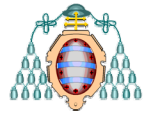


Diagrama de Bode del regulador





Sintonización: lugar de las raíces

$$D(s) = k_p$$

$$G(s) = \frac{6(s+8)}{(s+1)(s+3)(s+6)}$$

$$H(s) = 1$$

Especificaciones:

$$M_p \leq 30\%$$

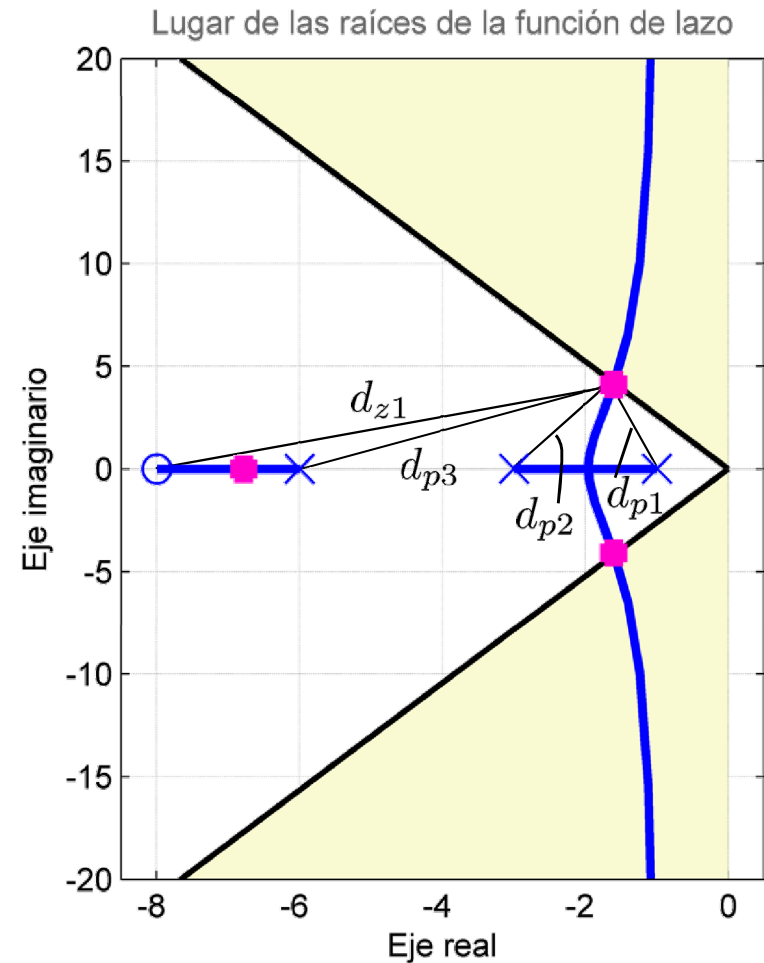
$$e_{rp} \leq 5\%$$

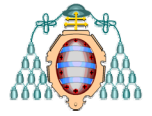
$$K = \frac{\prod_{i=1}^n d_{pi}}{\prod_{j=1}^m d_{zj}}$$

$$K = \frac{d_{p1} \cdot d_{p2} \cdot d_{p3}}{d_{z1}} = 14,270$$

$$k_p \cdot 6 = 14,270$$

$$k_p = 2,354$$





Sintonización: lugar de las raíces

$$D(s) = k_p$$

$$G(s) = \frac{6(s+8)}{(s+1)(s+3)(s+6)}$$

$$H(s) = 1$$

Especificaciones:

$$M_p \leq 30\%$$

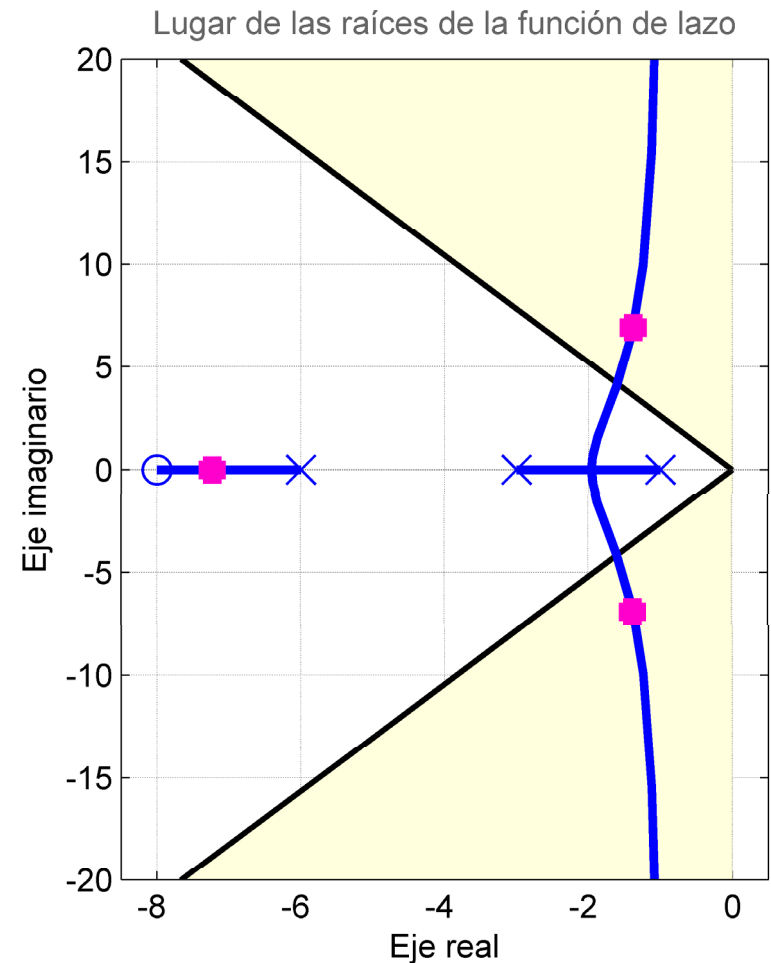
$$e_{rp} \leq 5\%$$

$$e_p = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1 + DGH(s) - DG(s)}{1 + DGH(s)}$$

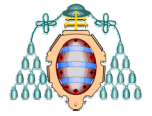
$$e_p = \frac{1 + k_p \frac{8}{3} - k_p \frac{8}{3}}{1 + k_p \frac{8}{3}} = \frac{1}{1 + k_p \frac{8}{3}}$$

$$\frac{1}{1 + k_p \frac{8}{3}} \leq 0,05$$

$$k_p \geq 7,125$$



No podemos cumplir con el e_{rp} :
regulador PI



Sintonización: lugar de las raíces

$$D(s) = k_p + \frac{k_i}{s}$$

$$G(s) = \frac{6(s+8)}{(s+1)(s+3)(s+6)}$$

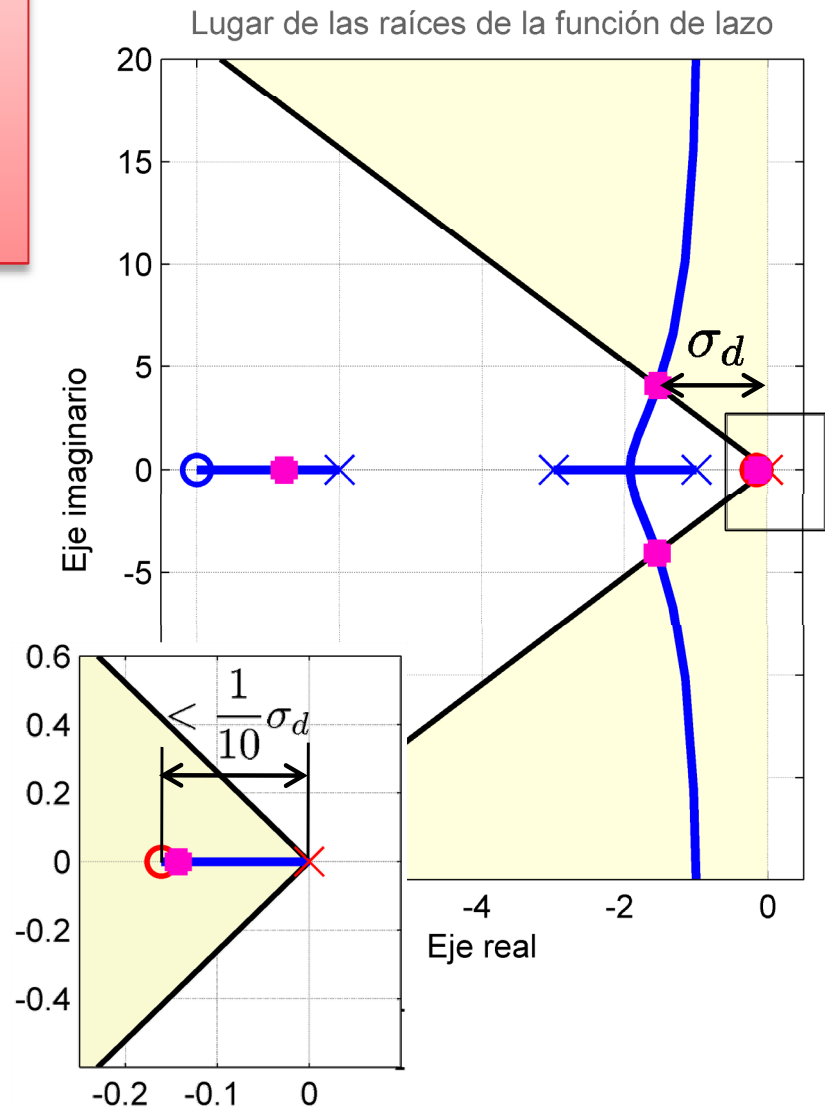
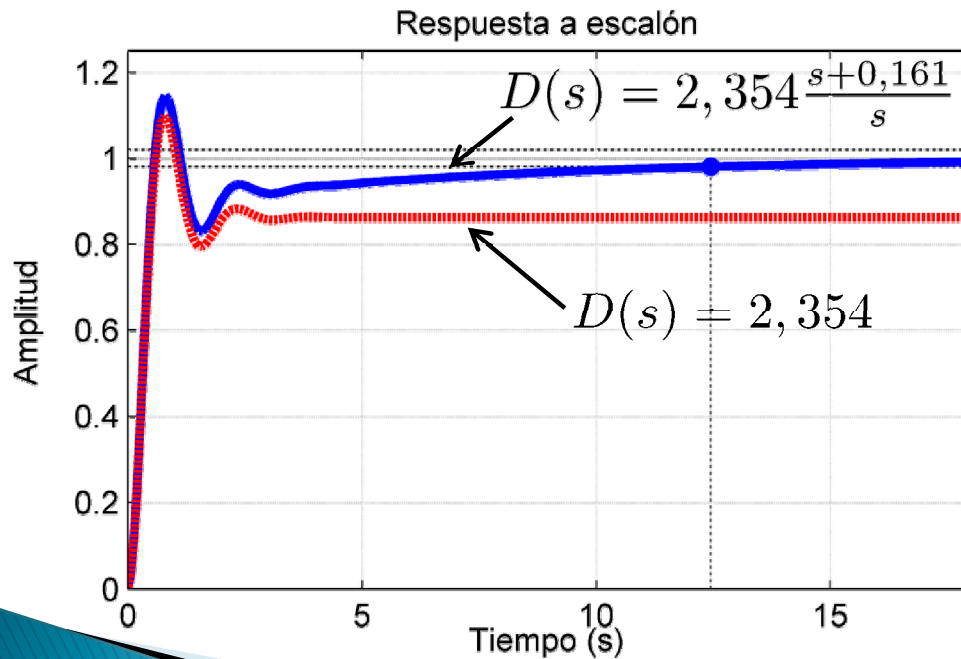
$$H(s) = 1$$

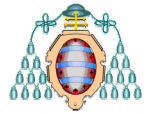
Especificaciones:

$$M_p \leq 30\%$$

$$e_{rp} \leq 5\%$$

$$D(s) = 2,354 + \frac{0,379}{s} = 2,354 \frac{s + 0,161}{s}$$





Sintonización: frecuencia

$$D(s) = k_p$$

$$G(s) = \frac{6(s+8)}{(s+1)(s+3)(s+6)}$$

$$H(s) = 1$$

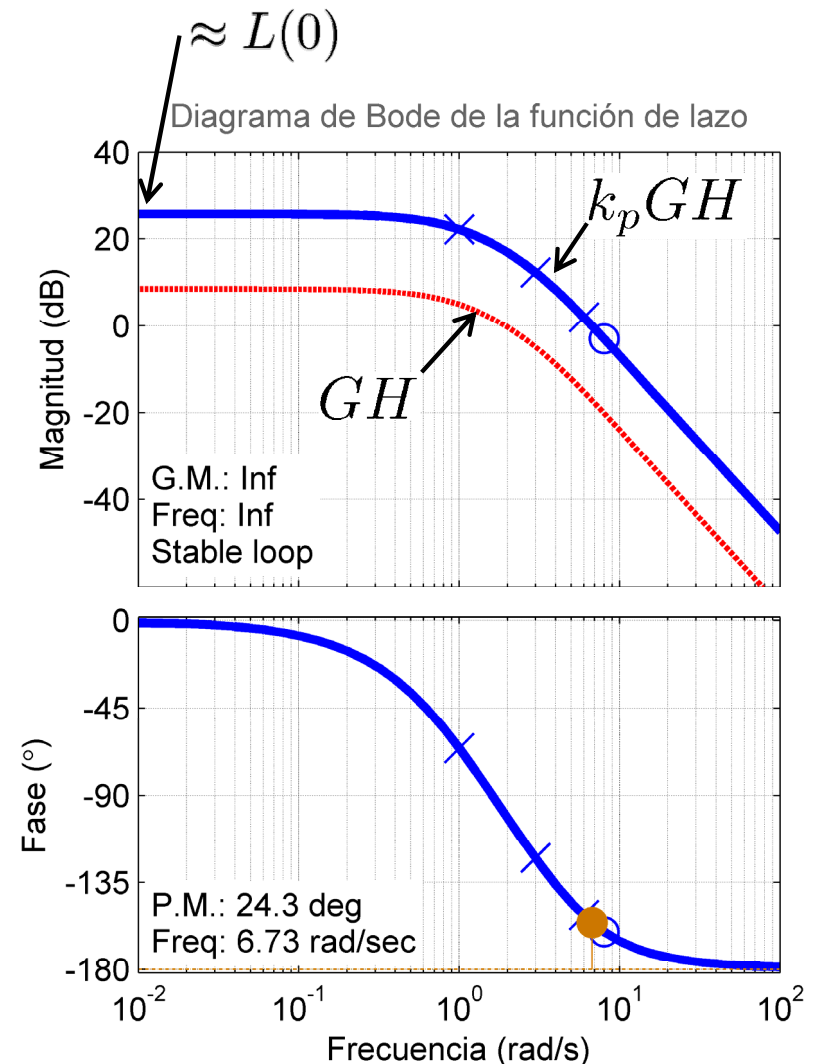
Especificaciones:

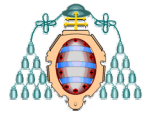
$$MF \geq 35^\circ$$

$$e_{rp} \leq 5\%$$

$$e_p \leq 5\% \longrightarrow L(0) \geq 19 \text{ (25,57 dB)}$$

No se puede obtener error deseado manteniendo un adecuado margen de fase :
regulador PI o red de atraso de fase





Sintonización: frecuencia

$$D(s) = k_p + \frac{k_i}{s}$$

$$G(s) = \frac{6(s+8)}{(s+1)(s+3)(s+6)}$$

$$H(s) = 1$$

Especificaciones:

$$MF \geq 35^\circ$$

$$e_{rp} \leq 5\%$$

$$k_p = 3,22 \text{ (10,15 dB)}$$

Diagrama de Bode de la función de lazo

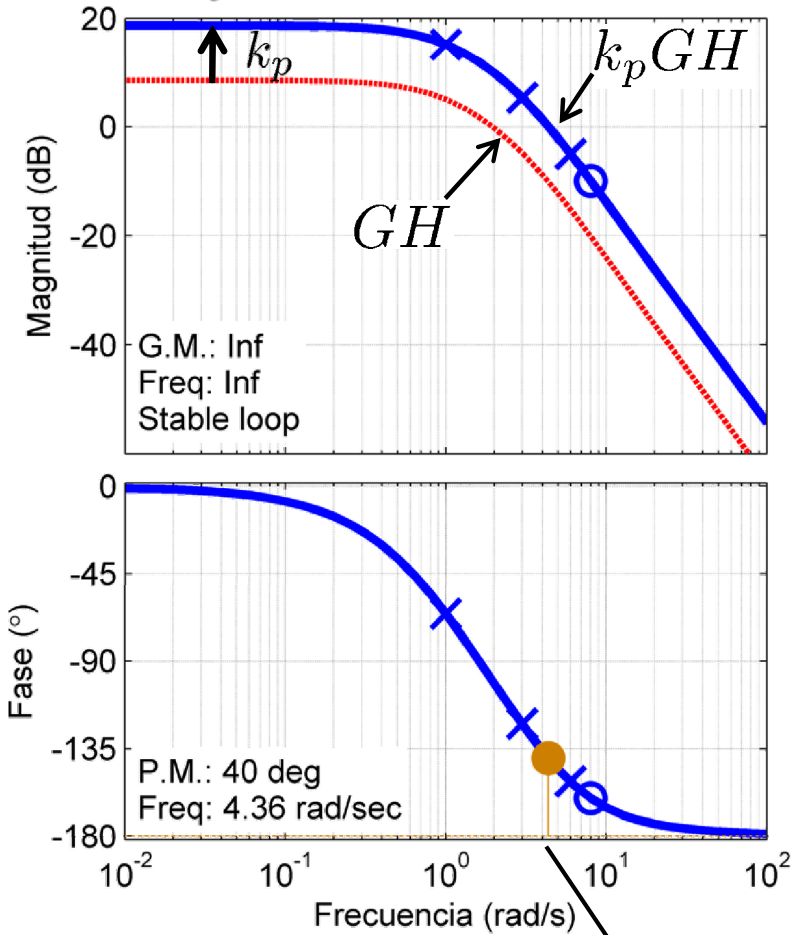
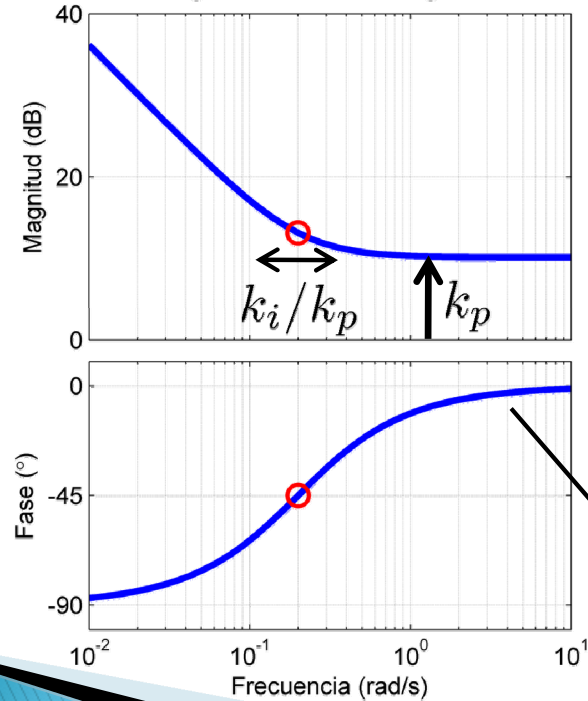
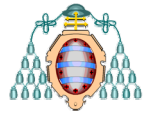


Diagrama de Bode del regulador



$$k_i/k_p \ll \frac{\omega_{cg}}{10}$$

$$\omega_{cg} = 4,36 \text{ rad/s}$$



Sintonización: frecuencia

$$D(s) = k_p + \frac{k_i}{s}$$

$$G(s) = \frac{6(s+8)}{(s+1)(s+3)(s+6)}$$

$$H(s) = 1$$

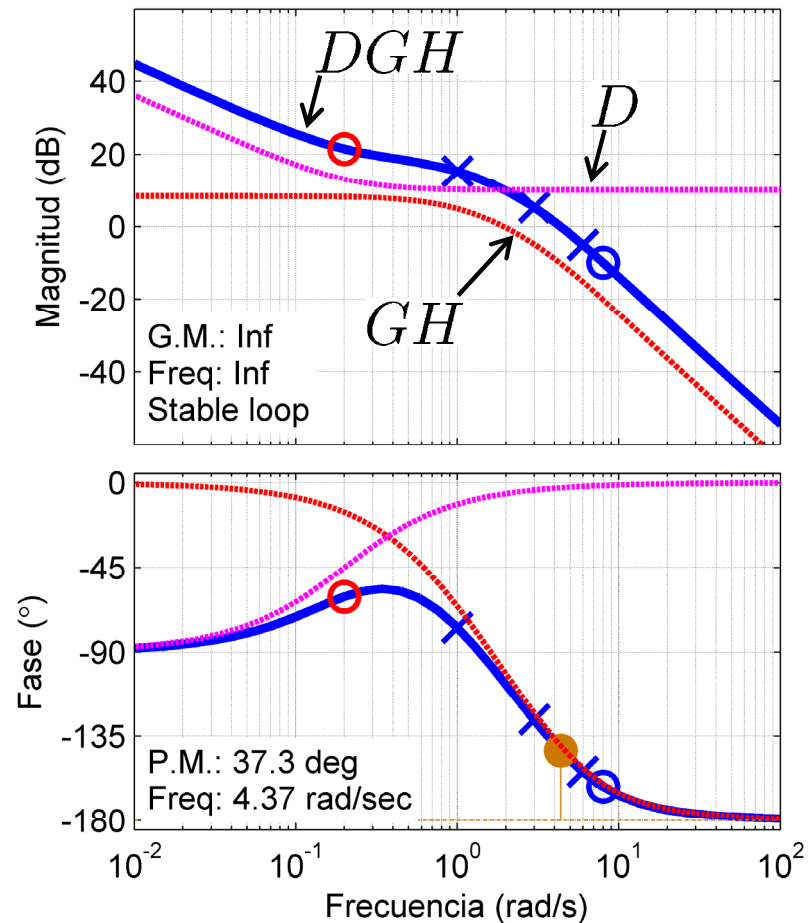
Especificaciones:

$$MF \geq 35^\circ$$

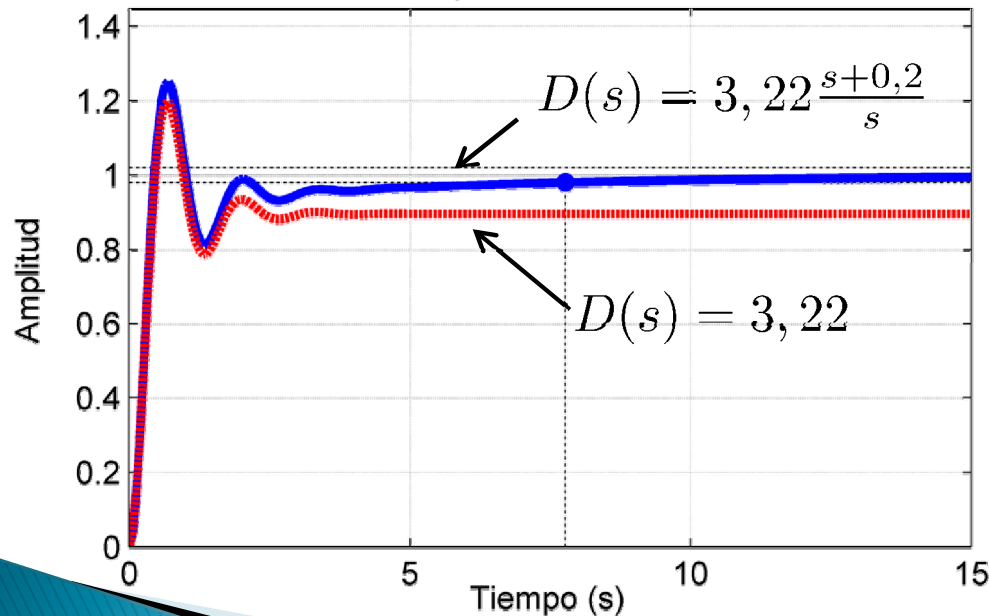
$$e_{rp} \leq 5\%$$

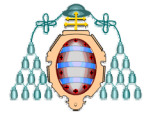
$$D(s) = 3,22 + \frac{0,644}{s} = 3,22 \frac{s+0,2}{s}$$

Diagrama de Bode de la función de lazo



Respuesta a escalón





Otras soluciones de sintonización

$$D(s) = k_p + \frac{k_i}{s}$$

$$G(s) = \frac{6(s+8)}{(s+1)(s+3)(s+6)}$$

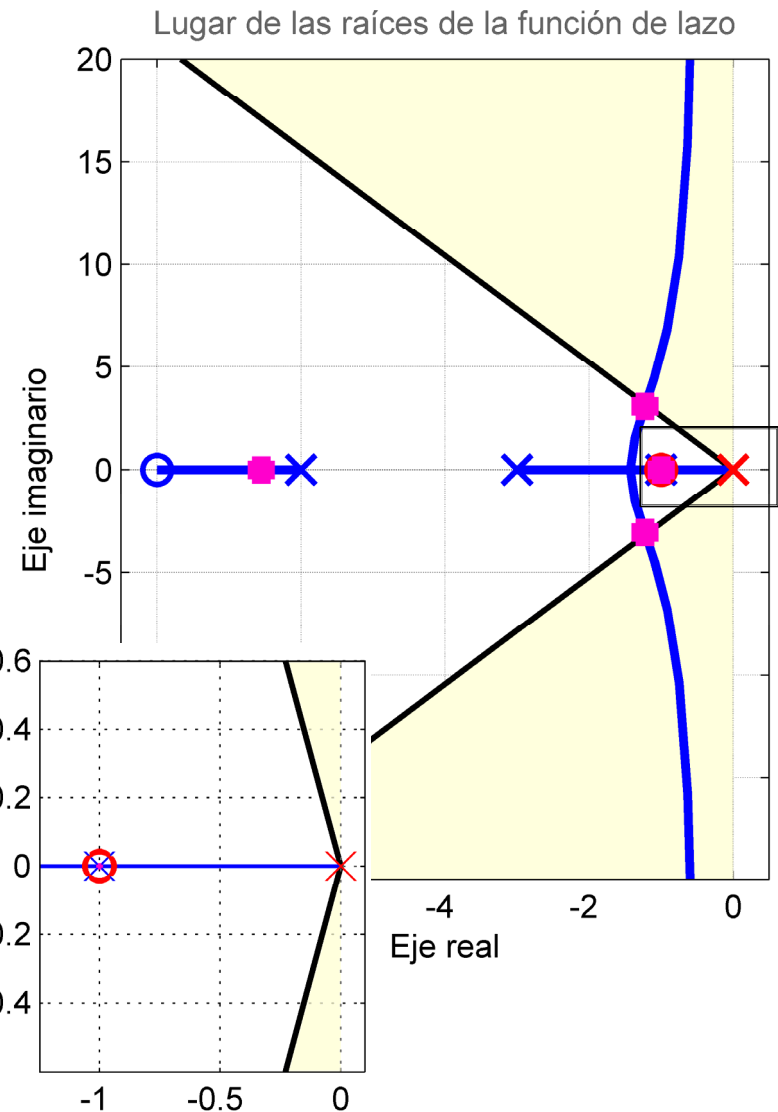
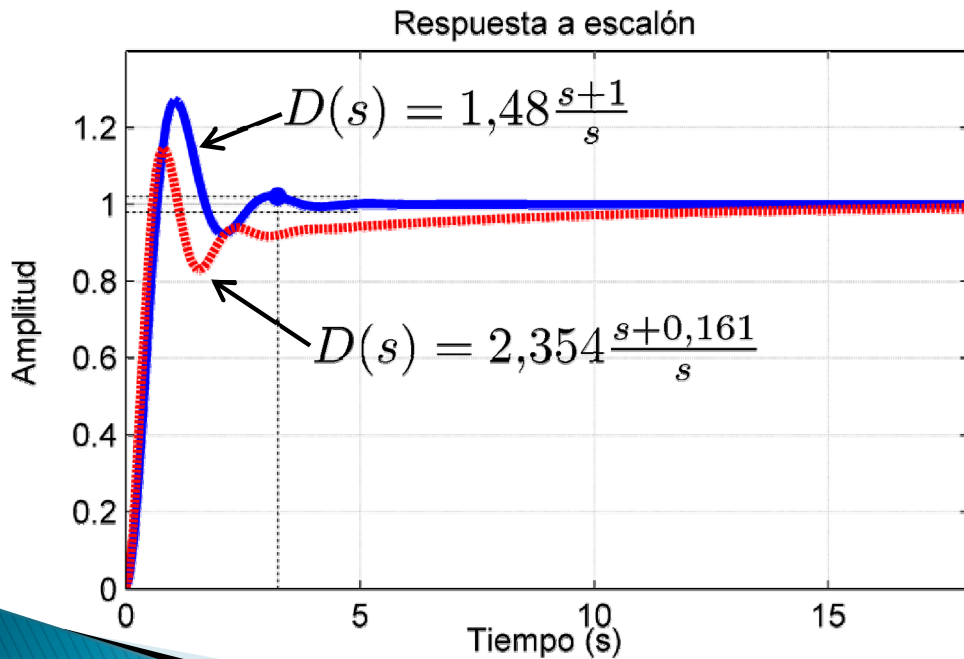
$$H(s) = 1$$

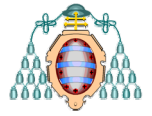
Especificaciones:

$$M_p \leq 30\%$$

$$e_{rp} \leq 5\%$$

Soluciones "creativas"





Otras soluciones de sintonización

$$D(s) = k_p + \frac{k_i}{s}$$

$$G(s) = \frac{6(s+8)}{(s+1)(s+3)(s+6)}$$

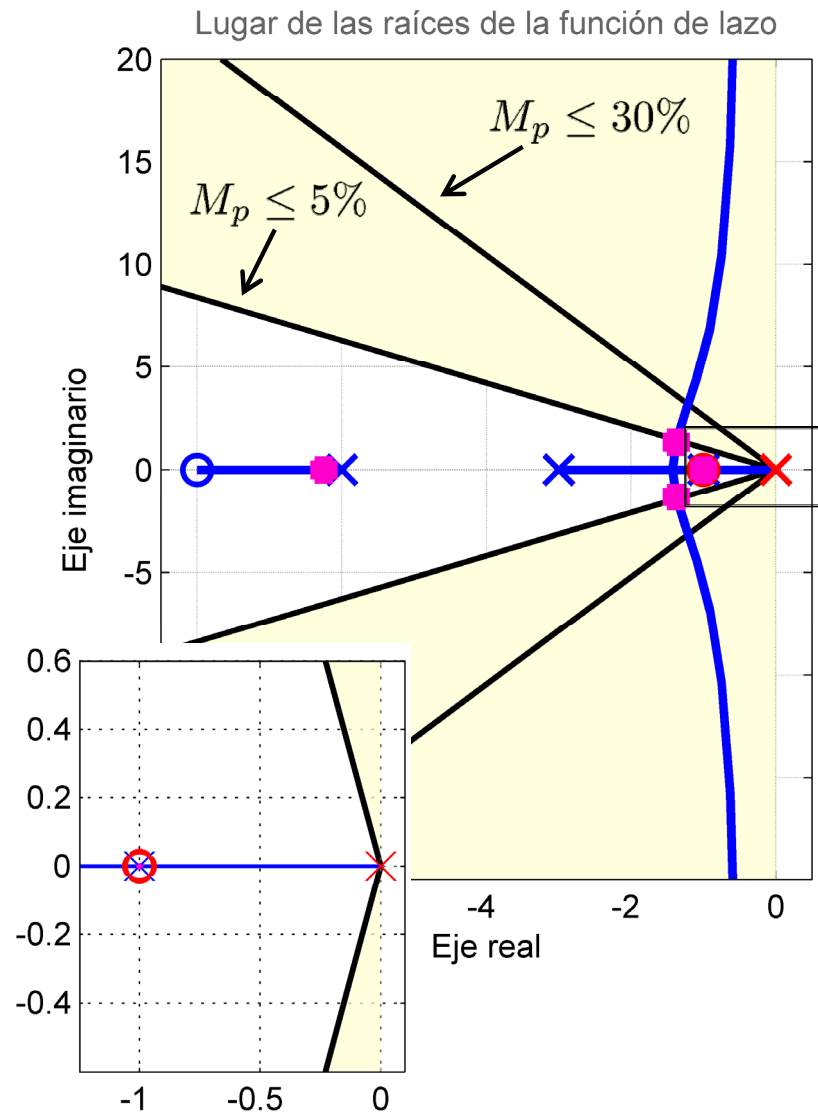
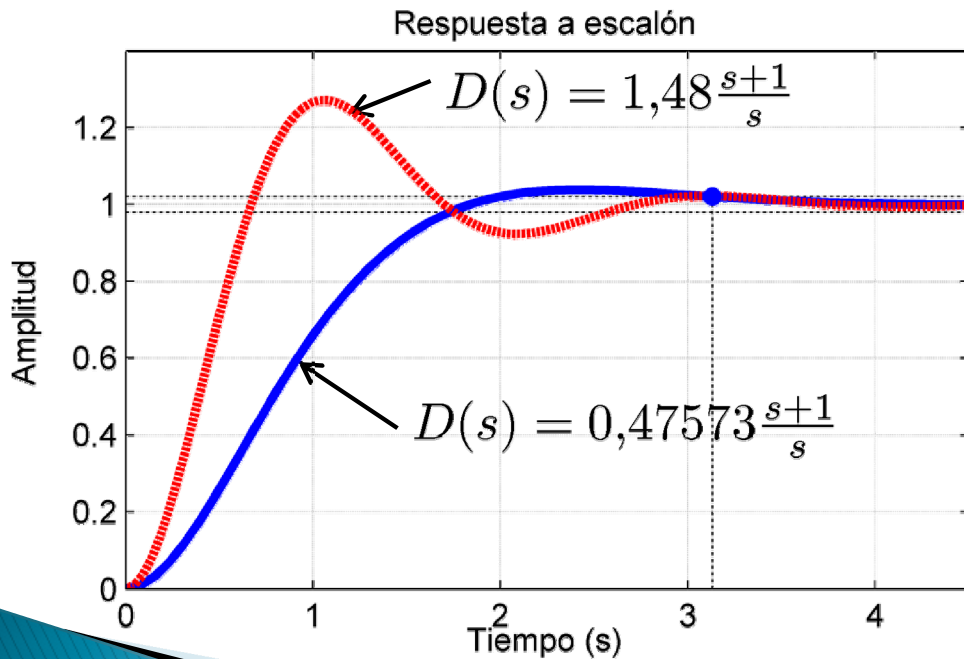
$$H(s) = 1$$

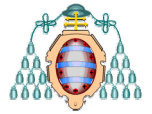
Especificaciones:

$$M_p \leq 30\%$$

$$e_{rp} \leq 5\%$$

Buen conocimiento de las propiedades





PI modificado o red de atraso de fase

$$D(s) = k_p \frac{s + z}{s + p}, \quad |z| > |p|$$

$$\frac{z}{p} \approx 3 \sim 10$$

Polos y ceros del regulador

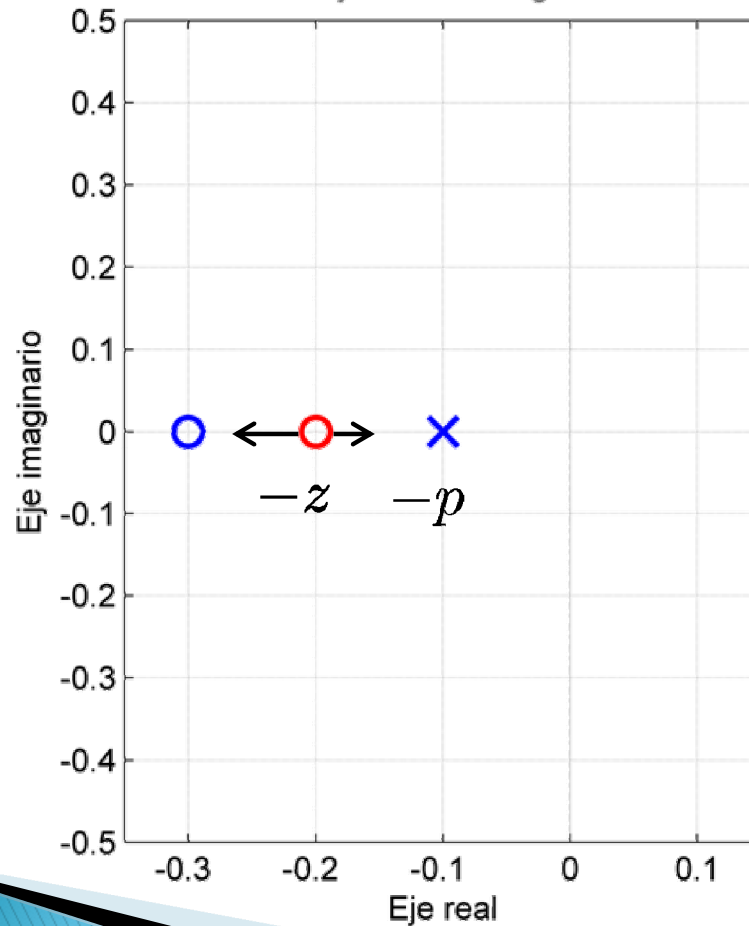
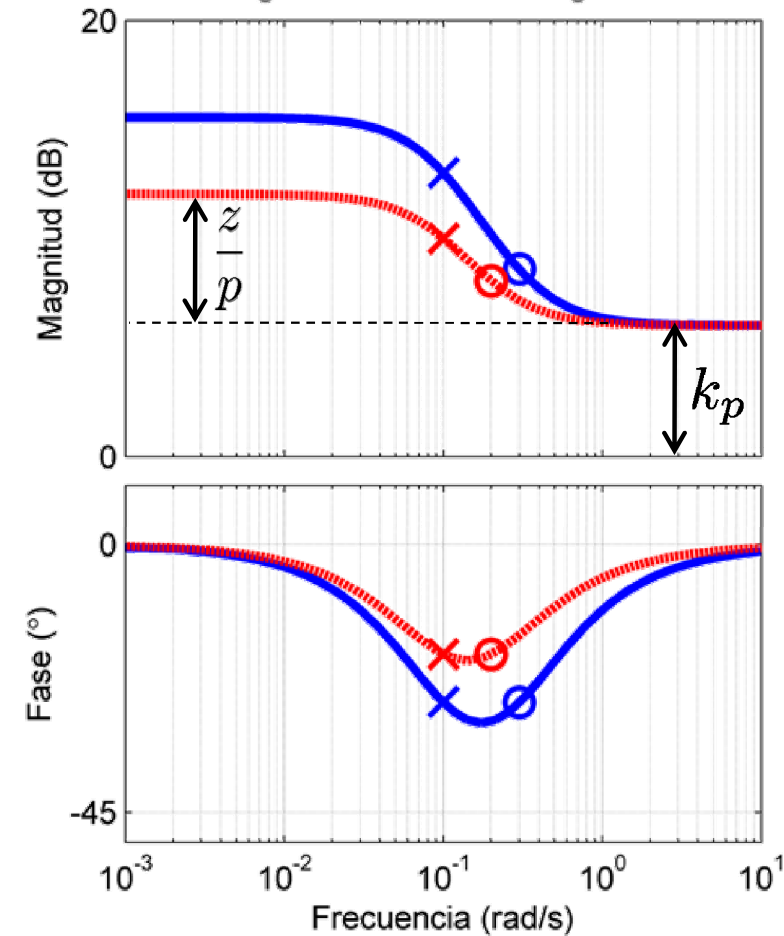
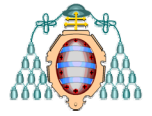


Diagrama de Bode del regulador





Sintonización: lugar de las raíces

$$D(s) = k_p$$

$$G(s) = \frac{6(s+8)}{(s+1)(s+3)(s+6)}$$

$$H(s) = 1$$

Especificaciones:

$$M_p \leq 30\%$$

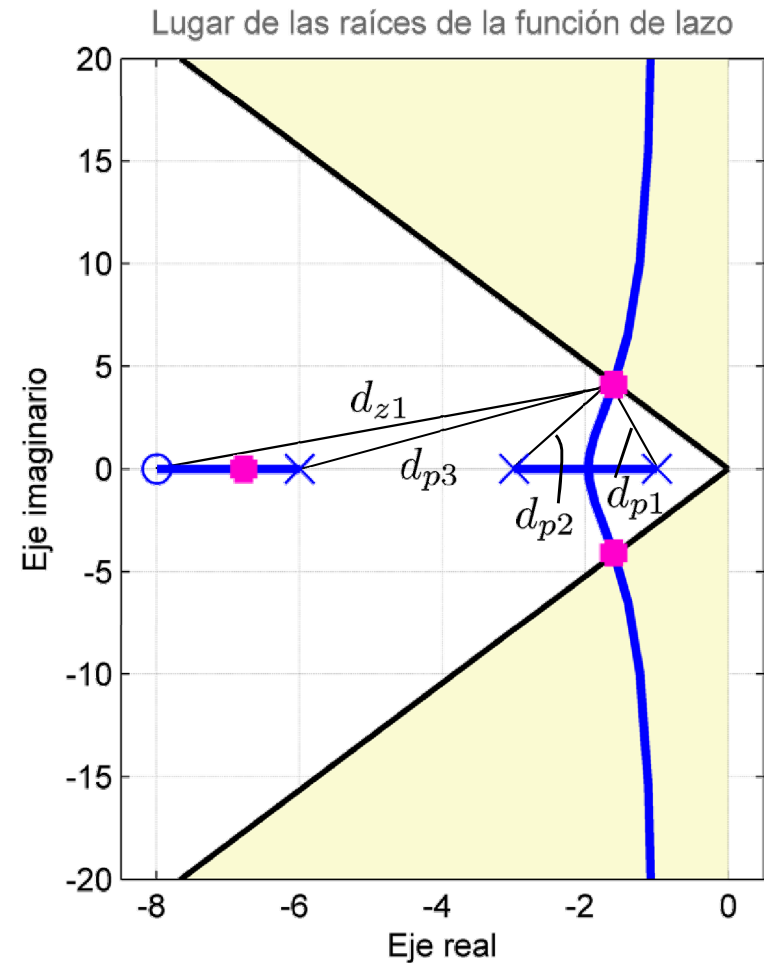
$$e_{rp} \leq 5\%$$

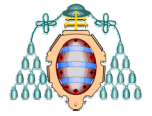
$$K = \frac{\prod_{i=1}^n d_{pi}}{\prod_{j=1}^m d_{zj}}$$

$$K = \frac{d_{p1} \cdot d_{p2} \cdot d_{p3}}{d_{z1}} = 14,270$$

$$k_p \cdot 6 = 14,270$$

$$k_p = 2,354$$





Sintonización: lugar de las raíces

$$D(s) = k_p$$

$$G(s) = \frac{6(s+8)}{(s+1)(s+3)(s+6)}$$

$$H(s) = 1$$

Especificaciones:

$$M_p \leq 30\%$$

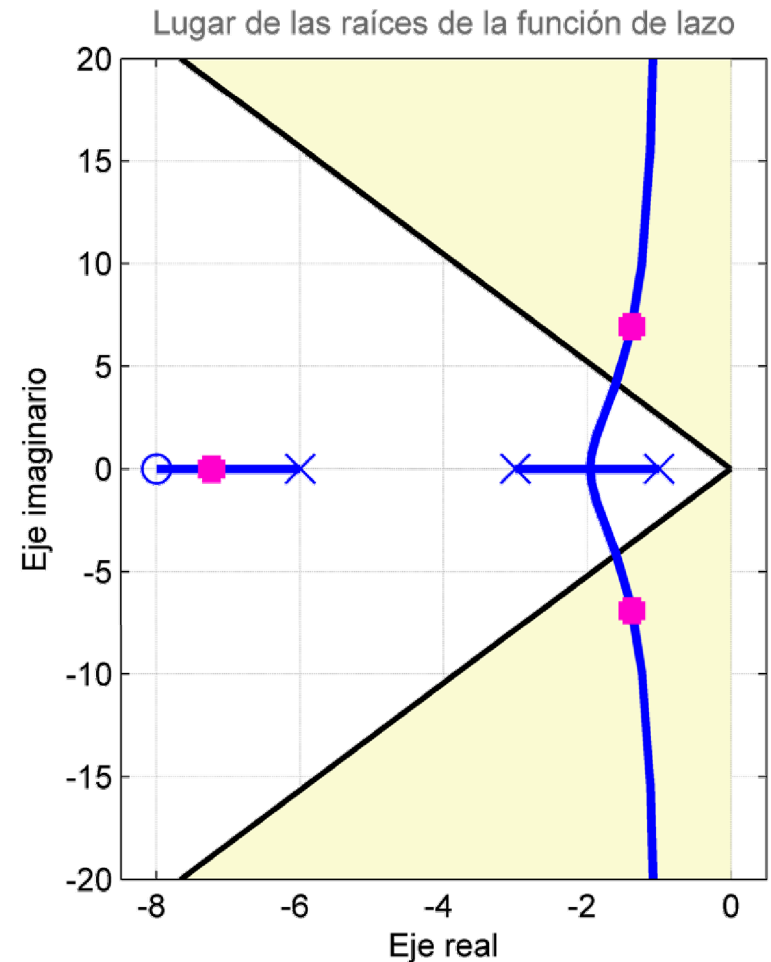
$$e_{rp} \leq 5\%$$

$$e_p = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1 + DGH(s) - DG(s)}{1 + DGH(s)}$$

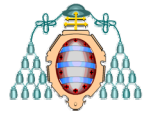
$$e_p = \frac{1 + k_p \frac{8}{3} - k_p \frac{8}{3}}{1 + k_p \frac{8}{3}} = \frac{1}{1 + k_p \frac{8}{3}}$$

$$\frac{1}{1 + k_p \frac{8}{3}} \leq 0,05$$

$$k_p \geq 7,125$$



$$\frac{z}{p} = \frac{7,125}{2,354} = 3,1$$



Sintonización: lugar de las raíces

$$D(s) = k_p \frac{s + z}{s + p}$$

Especificaciones:

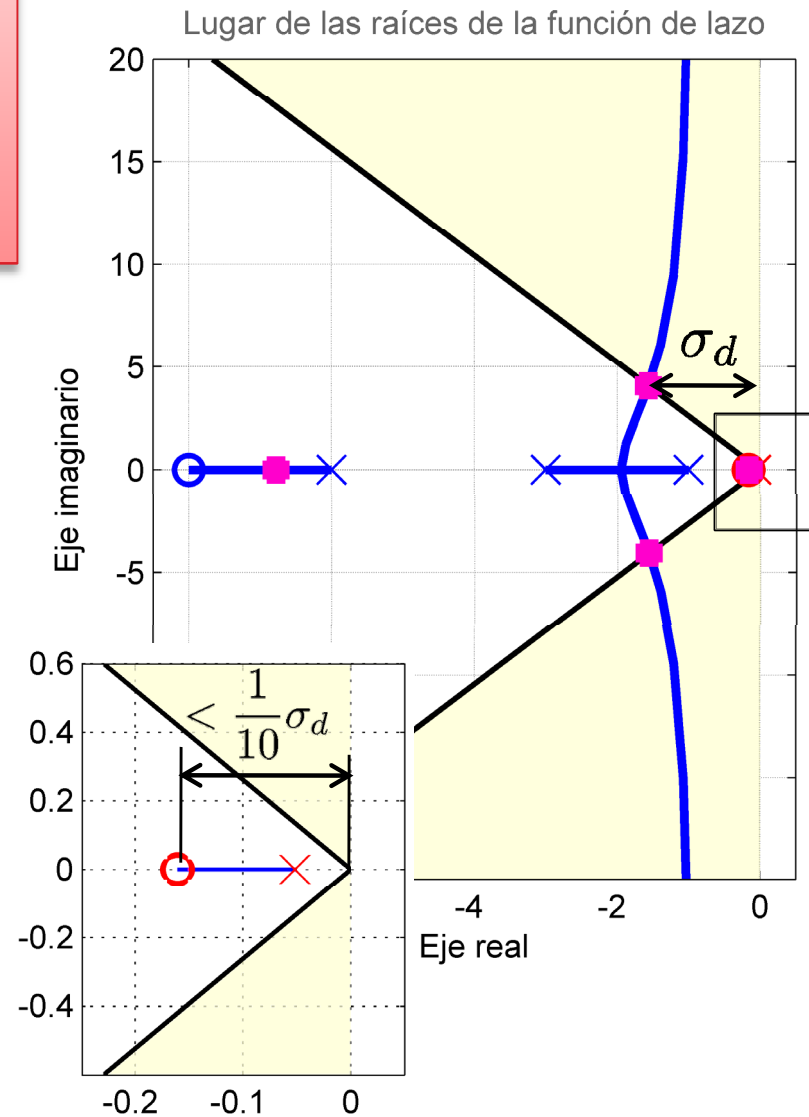
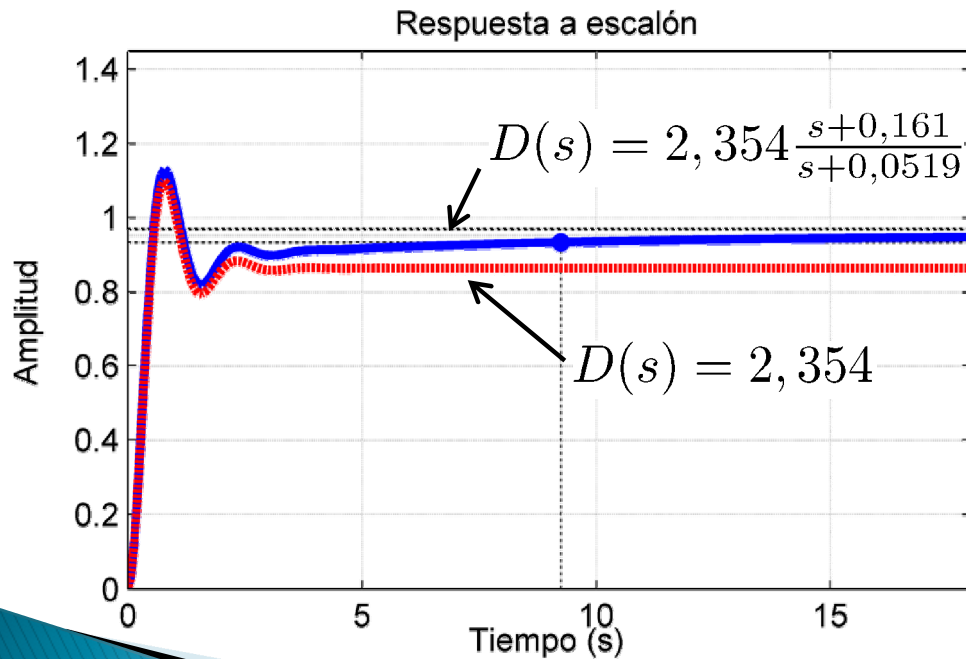
$$M_p \leq 30\%$$

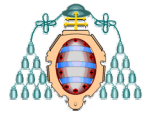
$$e_{rp} \leq 5\%$$

$$G(s) = \frac{6(s + 8)}{(s + 1)(s + 3)(s + 6)}$$

$$H(s) = 1$$

$$D(s) = 2,354 \frac{s + 0,161}{s + 0,0519}$$





Sintonización: frecuencia

$$D(s) = k_p$$

$$G(s) = \frac{6(s+8)}{(s+1)(s+3)(s+6)}$$

$$H(s) = 1$$

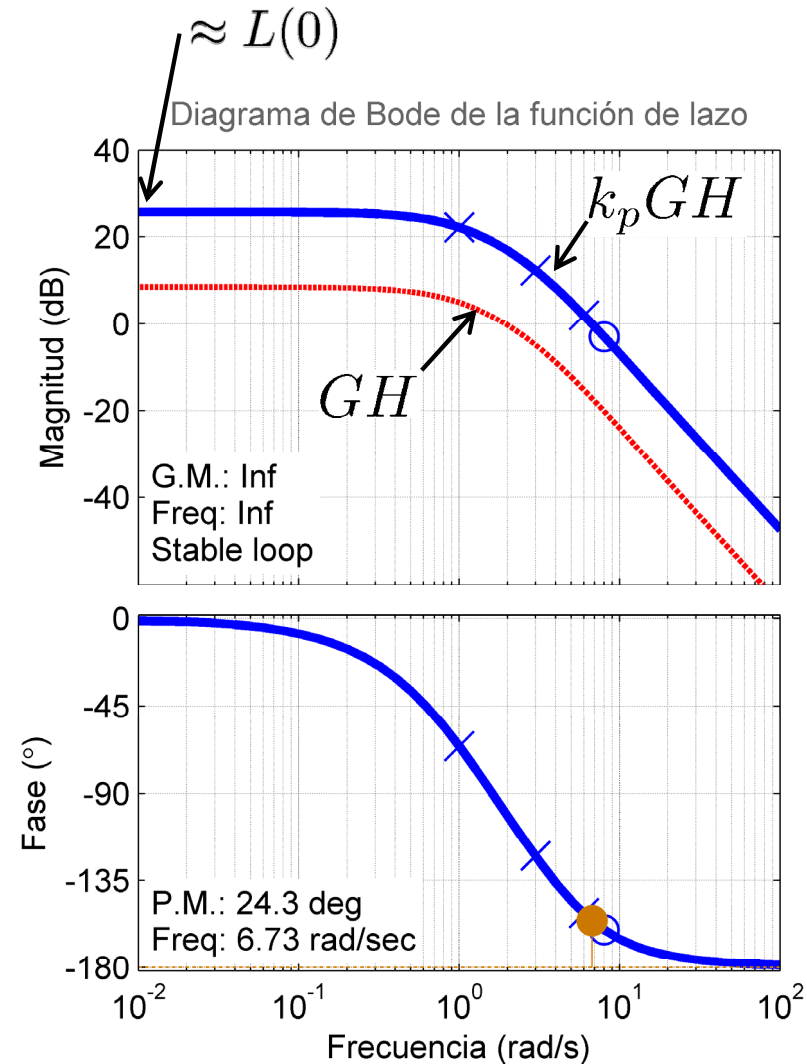
Especificaciones:

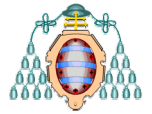
$$MF \geq 35^\circ$$

$$e_{rp} \leq 5\%$$

$$e_p \leq 5\% \longrightarrow L(0) \geq 19 \text{ (25,57 dB)}$$

No se puede obtener error deseado manteniendo un adecuado margen de fase :
regulador PI o red de atraso de fase





Sintonización: frecuencia

$$D(s) = k_p \frac{s + z}{s + p}$$

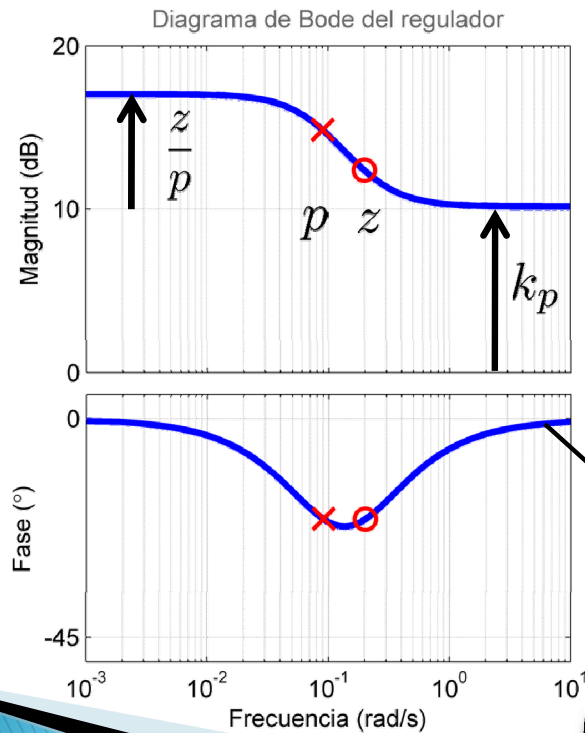
$$G(s) = \frac{6(s + 8)}{(s + 1)(s + 3)(s + 6)}$$

$$H(s) = 1$$

Especificaciones:

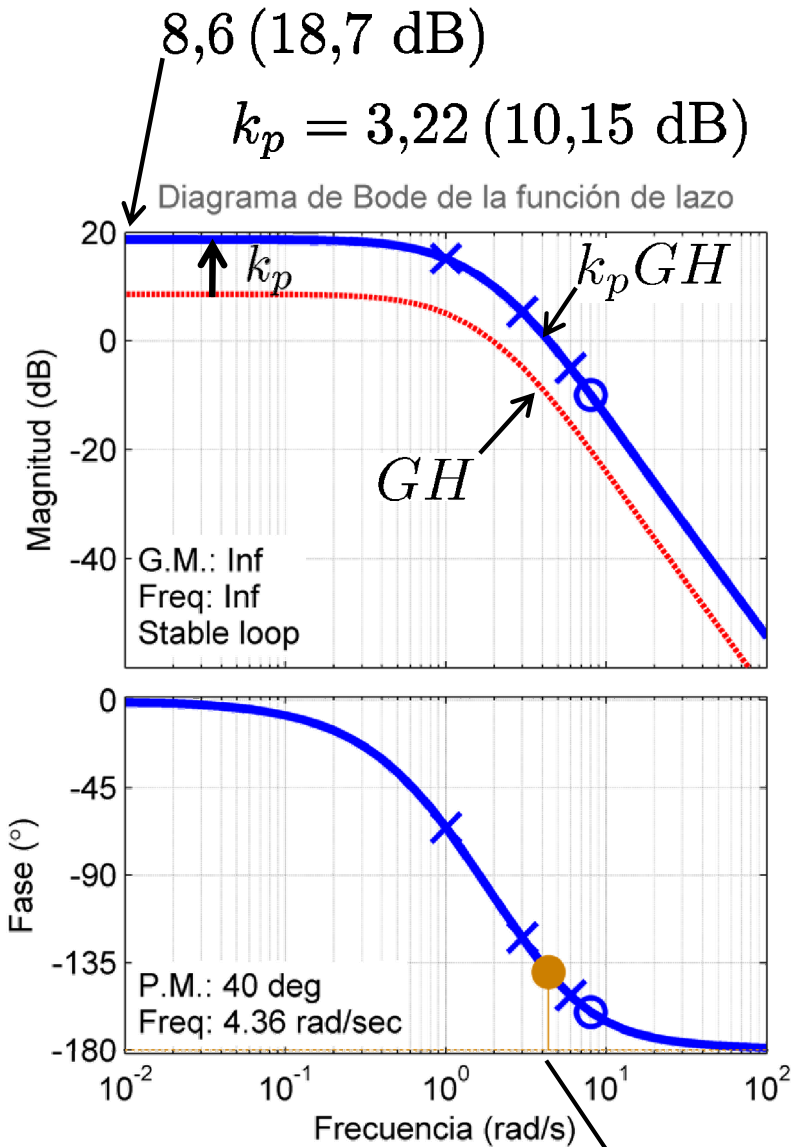
$$MF \geq 35^\circ$$

$$e_{rp} \leq 5\%$$

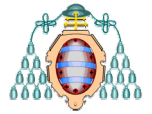


$$z \ll \frac{\omega_{cg}}{10}$$

$$\frac{z}{p} = \frac{19}{8,6} = 2,2 \text{ (6,88 dB)}$$



$$\omega_{cg} = 4,36 \text{ rad/s}$$



Sintonización: frecuencia

$$D(s) = k_p \frac{s + z}{s + p}$$

$$G(s) = \frac{6(s + 8)}{(s + 1)(s + 3)(s + 6)}$$

$$H(s) = 1$$

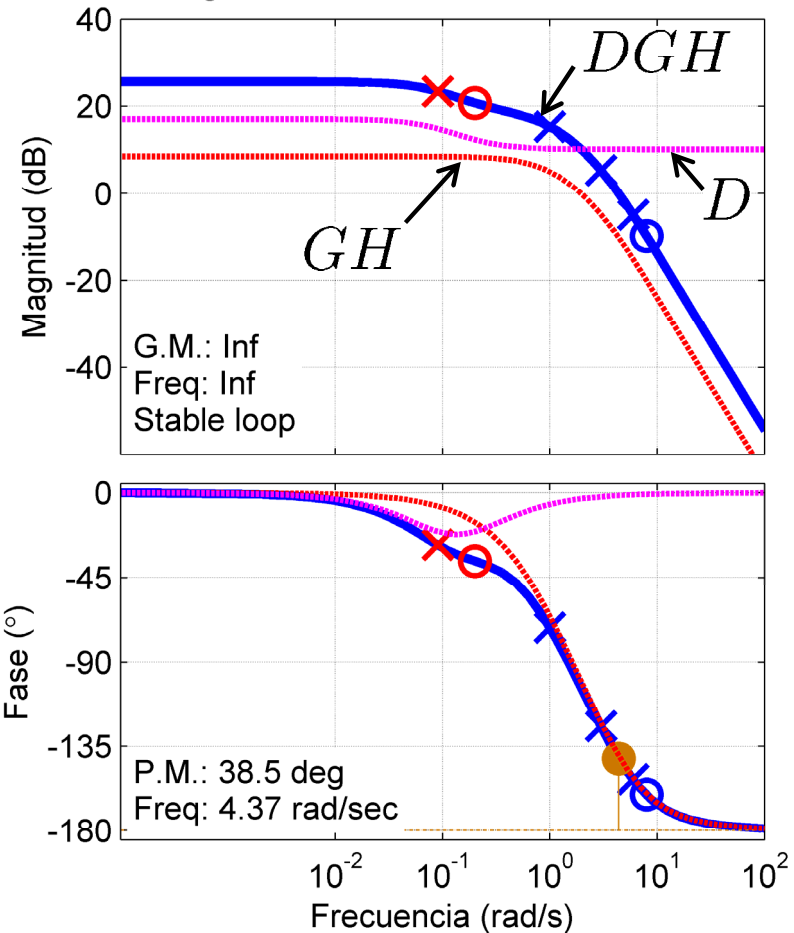
Especificaciones:

$$MF \geq 35^\circ$$

$$e_{rp} \leq 5\%$$

$$D(s) = 3,22 \frac{s + 0,2}{s + 0,0905}$$

Diagrama de Bode de la función de lazo



Respuesta a escalón

